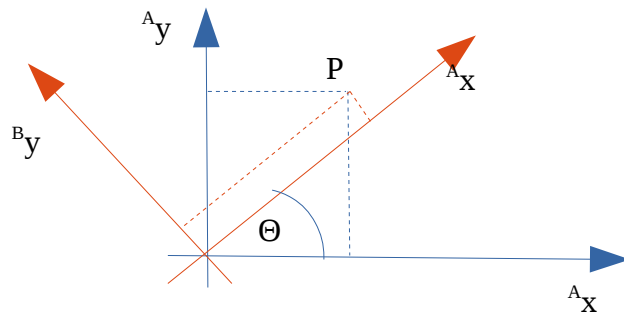


Kinematika ve 2D

Základní pohyby

Rotace



$$\begin{aligned} {}^A x &= {}^B x \cos(\Theta) - {}^B y \sin(\Theta) \\ {}^A y &= {}^B x \sin(\Theta) + {}^B y \cos(\Theta) \end{aligned}$$

Maticově zapsáno:

$$\begin{bmatrix} {}^A x \\ {}^A y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B x \\ {}^B y \end{bmatrix}$$

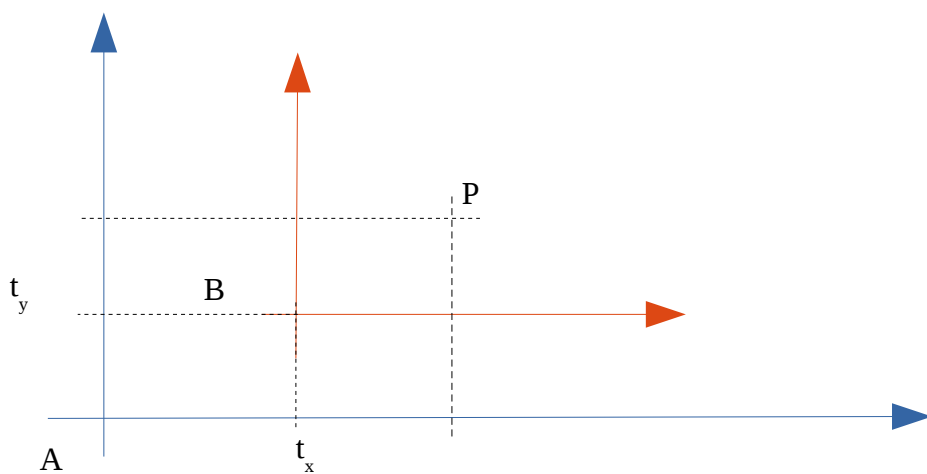
Nebo-li pro bod P

$${}^A P = {}^B R_A \cdot {}^B P$$

Vlastnosti matice R :

1. $\det {}^B R_A = 1$
2. Je ortonormální
 - a) Libovolný řádkový nebo sloupcový vektor je jednotkový (velikost je jedna)
 - b) Řádkové i sloupcové vektory jsou kolmé (skalární součin je nula)

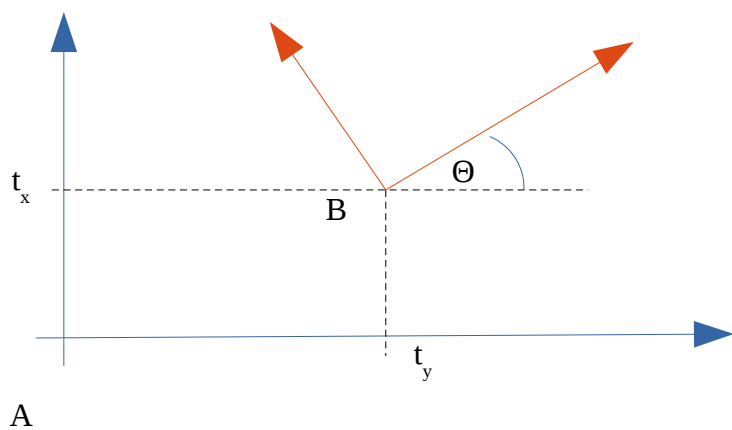
Translace (posunutí)



$$\begin{bmatrix} {}^A X \\ {}^A y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^B X + t_x \\ {}^B y + t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^B X \\ {}^B y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Transformace

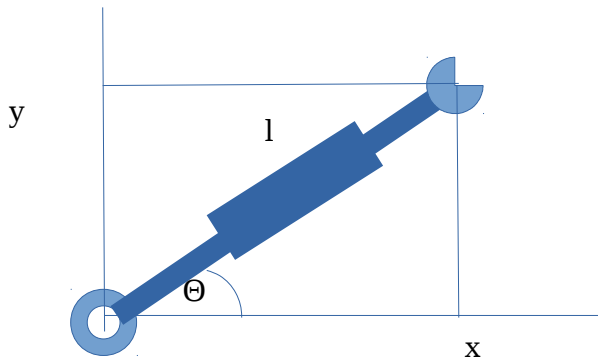
Rotace a posunutí současně



$${}^A P = {}^B R_B \cdot {}^B P + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Příklady robotů v E_2

Robot s jedním otočným a jedním posuvným kloubem



Poznámky:

- Úhel Θ počítáme od osy x zdola nahoru
- Délku l počítáme od osy otáčení k úchopovému bodu End effectoru.

Přímá úloha

Známe úhel a délku ramene a chceme určit x a y

$$x = l \cos \Theta$$

$$y = l \sin \Theta$$

Nepřímá úloha

Známe x a y a chceme určit l a Θ

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Konfigurační a pracovní prostor

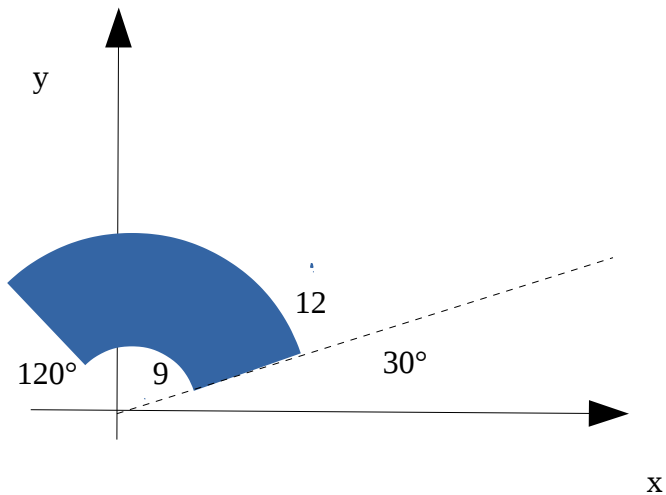
Pracovní prostor - Množina všech x a y pro které lze nastavit end efektor. Tedy všechna x a y , která nekolidují s žádnou překážkou. Pokud vyřešíme pro všechna taková x a y zpětnou úlohu obdržíme konfigurační prostor.

Konfigurační prostor – množina všech vstupních parametrů (zde Θ a l) pro které lze dostat přímou úlohou x a y z pracovního prostoru.

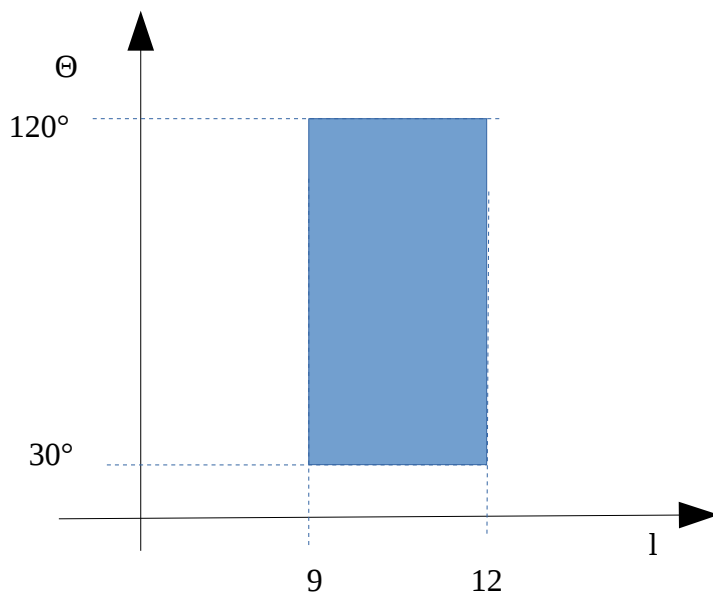
Příklad.

Mějme robota s jedním otočným kloubem a jedním posuvným kloubem. Otočný kloub se může otáčet v intervalu $\langle 30^\circ, 120^\circ \rangle$ a rameno s posuvným kloubem se může pohybovat v rozmezí délek $\langle 9, 12 \rangle$. Konfigurační a pracovní prostor pak můžeme popsat následujícími grafy:

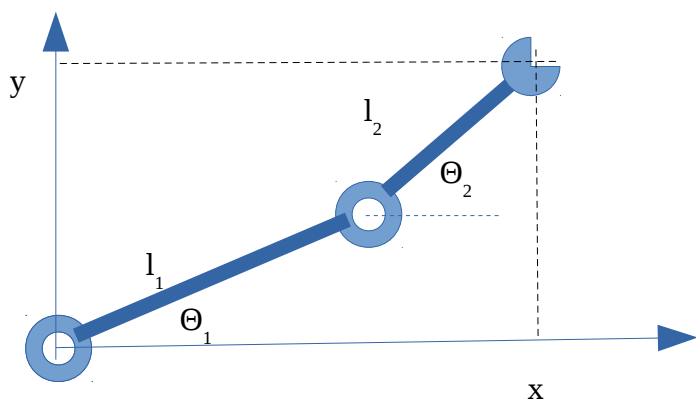
Pracovní prostor



Konfigurační prostor



Robot s dvěma otočnými klouby



Přímá úloha

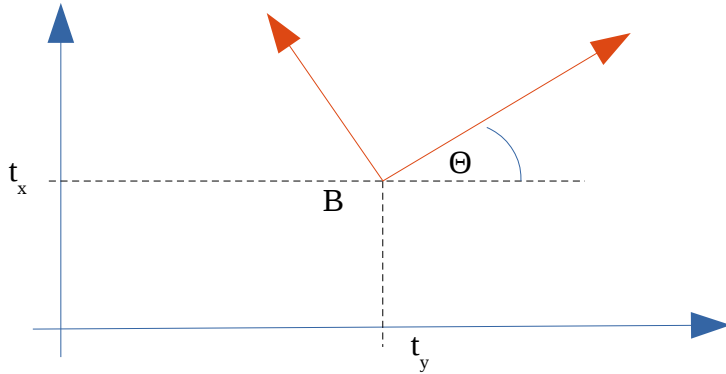
$$x = l_1 \cdot \cos(\Theta_1) + l_2 \cdot \cos(\Theta_1 + \Theta_2)$$
$$y = l_1 \cdot \sin(\Theta_1) + l_2 \cdot \sin(\Theta_1 + \Theta_2)$$

Zpětná úloha

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$\Theta_2 = 180 - \arccos\left(\frac{r^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}\right)$$
$$\Theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(\Theta_2)}{l_1 + l_2 \cos(\Theta_2)}\right)$$

Homogenní souřadnice

Umožňují spojit matici rotace a vektor posunutí do jedné matice a zjednodušit tak výpočet transformace.



A

Rozšíříme popis bodů o třetí parametr, který je vždy 1.

$${}^A P = \begin{bmatrix} {}^A P_x \\ {}^A P_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matici transformace pak můžeme psát ve tvaru:

$${}^A T_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A t_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kde ${}^A R_B$ je matice rotace a ${}^A t_B$ vektor posunutí. V dolním řádku matice jsou samé nuly, kromě prvku vpravo dole, kde je 1.

Rovnici transformace pak píšeme ve tvaru:

$${}^A P = {}^A T_B \cdot {}^B P$$