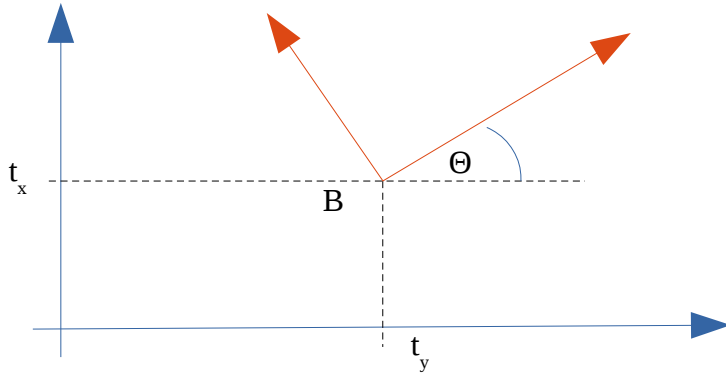


Homogenní souřadnice

Umožňují spojit matici rotace a vektor posunutí do jedné matice a zjednodušit tak výpočet transformace.



A

Rozšíříme popis bodů o třetí parametr, který je vždy 1.

$${}^A P = \begin{bmatrix} {}^A P_x \\ {}^A P_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matici transformace pak můžeme psát ve tvaru:

$${}^A T_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A t_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

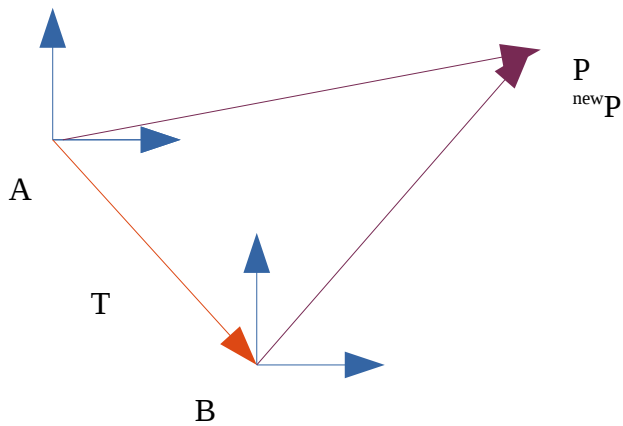
Kde ${}^A R_B$ je matice rotace a ${}^A t_B$ vektor posunutí. V dolním řádku matice jsou samé nuly, kromě prvku vpravo dole, kde je 1.

Rovnici transformace pak píšeme ve tvaru:

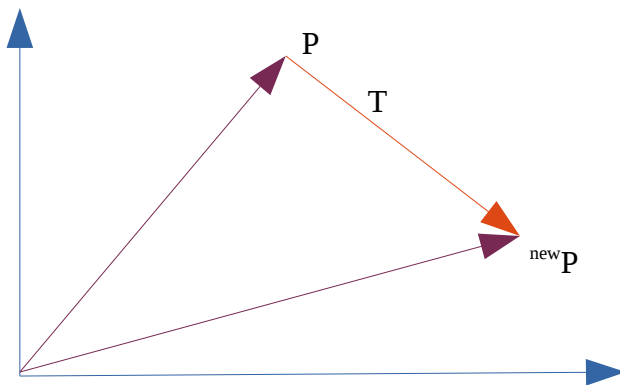
$${}^A P = {}^A T_B \cdot {}^B P$$

2 významy transformace

1. posunujeme se a pozorujeme bod z jiného úhlu



2. Bod se pohybuje



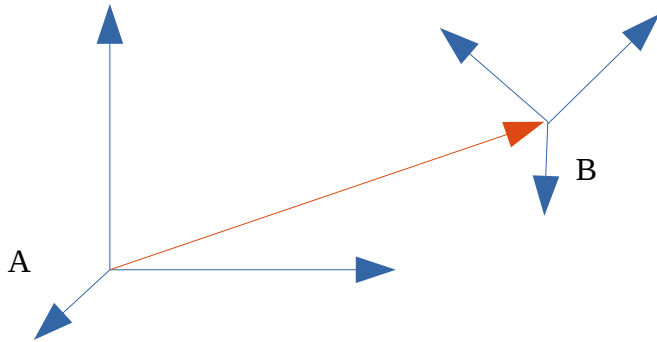
V obou případech platí: ${}^{new}P = T \cdot P$

Máme-li tři transformace T_1, T_2, T_3 , které aplikujeme v tomto pořadí, pak výpočet musí být:

$${}^{new}P = T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot P$$

záleží na pořadí, protože násobení matic není komutativní.

Transformace ve 3D



$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A T_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B & \begin{matrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{matrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Musí platit:

1. $\det |{}^A R_B| = 1$
2. $R^{-1} = R^T$
3. $R \cdot R^T = I$

Matice rotací v jednotlivých směrech

$$R_x(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta & \sin \Theta \\ 0 & \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotace mají 3 DOF (Degree Of Freedom) – 3 stupně volnosti

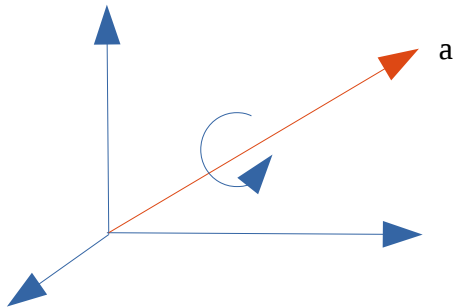
To znamená, že pro popis rotace stačí tři údaje.

Translace má také 3 DOF

Transformace má tedy 6 DOF

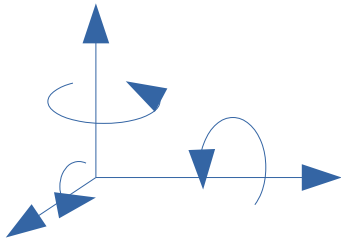
$$\begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotace kolem osy a



Osa (a_x, a_y, a_z) , úhel α

Rotace kolem os



Základní rotace – Eulerovy úhly (r_x, r_y, r_z) . V letectví se nazývají (roll, pitch, yaw), pokud letadlo letí směrem x.

Kvaternion

Jiný způsob zápisu

Jednotkový kvaternion (q_x, q_y, q_z, q_w)

Všechny způsoby jsou zaměnitelné

Matice rotace, rotace kolem osy, (roll, pitch, yaw), kvaternion

Srovnání v následující tabulce

	Matice rotace	Osa a úhel	Eulerovy úhly	Jednotkový kvaternion
Intuice	Ano	Ano	Ano	Ne
Paměťová náročnost	9	4	3	4
Řetězení	Ano	Ne		Ano
Výpočty	Ne			Ano