

Příklady k procvičení

1. Načrtněte grafy následujících funkcí. Nezapomeňte popsat osy a vyznačit významné body (průsečíky s osami, u paraboly souřadnice vrcholu).

(a) $f_1 : y = 3 - \frac{x}{2}$

(c) $f_3 : y = x^2 - x - 20$

(b) $f_2 : y = -x^2 + 7x$

(d) $f_4 : y = -x^2 - 4x + 9$

2. Řešte v $\mathbb{R}$:

(a) $|2x + 1| \geq 4$

(d) $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2} \leq 0$

(b) $|\pi - x| \leq -1$

(e) $\frac{-x}{1+x} \leq 2$

(c) $\frac{\sqrt{3}(x-1)}{(2-x)} \geq 0$

3. Určete definiční obory funkcí:

(a) $f_1 : y = \sqrt{x^2 + 3}$

(d) $f_4 : y = \sqrt{3 - |x + 1|}$

(b) $f_2 : y = \frac{|5x|}{x^2 - 7x + 6}$

(e) $f_5 : y = \frac{x}{1 - \sqrt{x}}$

(c) $f_3 : y = \sqrt{\frac{x^2 - 2}{x - 2}}$

4. Pomocí matematické indukce dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí:

(a) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$

(b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

Výsledky (bez postupů) jsou uvedeny na další straně.

Výsledky:

1. (a) graf: přímka, průsečíky s osami $[0; 3]$, $[6; 0]$; (b) graf: parabola, průsečíky s osami $[0; 0]$, $[7; 0]$, vrchol $[\frac{7}{2}; \frac{49}{4}]$; (c) graf: parabola, průsečíky s osou x : $[-4; 0]$, $[5; 0]$, s osou y : $[0; 20]$, vrchol $[\frac{1}{2}; -\frac{81}{4}]$; (d) graf: parabola, průsečíky s osou x : $[-2 - \sqrt{13}; 0]$, $[-2 + \sqrt{13}; 0]$, s osou y : $[0; -9]$, vrchol $[-2; 13]$
2. (a) $x \in (-\infty, \frac{-5}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$; (b) nemá řešení; (c) $x \in [1, 2)$; (d) $x \in [-2, 5] \setminus \{0\}$; (e) $x \in (-\infty, -1) \cup [-\frac{2}{3}, +\infty)$
3. (a) $D(f_1) = \mathbb{R}$; (b) $D(f_2) = \mathbb{R} \setminus \{1; 6\}$; (c) $D(f_3) = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cup (2, +\infty)$; (d) $D(f_4) = (-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$; (e) $D(f_5) = [0, +\infty) \setminus \{1\}$