Příklady k procvičení

1. Určete k tak, aby platilo

   a) $\log_7 \sqrt{7} = k$, b) $\log_{\frac{1}{3}} k = -1$, c) $\ln k = 3$, d) $\log_k 2 = 2$

2. Řešte v $\mathbb{R}$:

   (a) $2^x \cdot 3^{x-1} = 6$

   (b) $\log_4(5x-4) = 2$

   (c) $3^{2x} - 7 \leq 0$

   (d) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+4) \geq -3$

   (e) $\sqrt{2}\cos(4\pi + 2x) = -1$

   (f) $\tan(4x-3) = 1$

3. Určete definiční obory funkcí:

   (a) $f_1(x) = \ln(x^2 - 4x + 3)$

   (b) $f_2(x) = \dfrac{1}{1-\ln x} + \sqrt{x-1}$

   (c) $f_3(x) = \sqrt{\ln(5 + 3x - x^2)}$

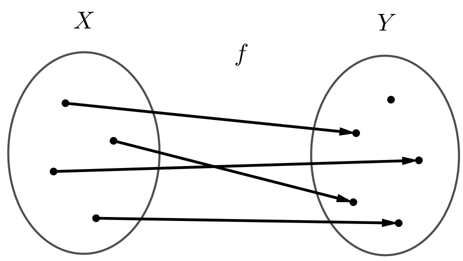
   (d) $f_4(x) = \dfrac{\log(\sin x)}{\mathrm{e}^x}$

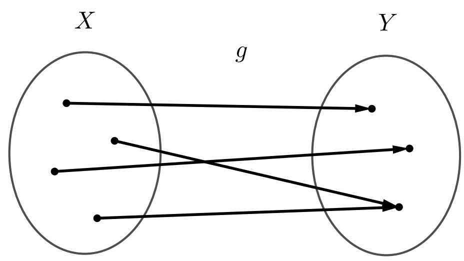
   (e) $f_5(x) = \sqrt{\cot\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)}$

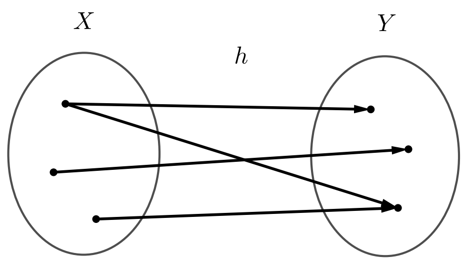
   (f) $f_6(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\cos(x) - 1}}$

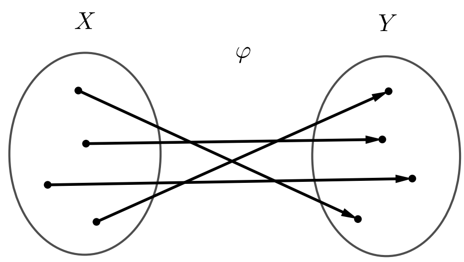
   (g) $f_7(x) = \sqrt{2-x} \cdot \log(\ln(x))$

4. Rozhodněte, zda jsou na následujících obrázcích schematicky znázorněna zobrazení z množiny X do množiny Y. V případě, že se jedná o zobrazení, určete jeho typ:









Výsledky (bez postupů) jsou uvedeny na další straně.

Výsledky:

1. (a) $k = \frac{1}{2}$; (b) $k = 3$; (c) $k = \mathrm{e}^3$; (d) $k = \sqrt{2}$

2. (a) $\log_6 18$; (b) $x = 4$; (c) $x \in (-\infty, \log_9 7]$; (d) $x \in (-2, 2]$;
   (e) $\{\frac{3\pi}{8} + k\pi, \frac{5\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$; (f) $\{\frac{\pi}{16} + \frac{3}{4} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}\}$

3. (a) $D(f_1) =\in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$; (b) $D(f_2) = [1, +\infty) \setminus \{\mathrm{e}\}$; (c) $D(f_3) = [-1, 4]$;
   (d) $D(f_4) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(2k\pi, \pi + 2k\pi)$; (e) $D(f_5) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3\pi}{4} + k\pi]$; (f) $D(f_6) = \emptyset$;
   (g) $D(f_7) = (1, 2]$

4. f je *prosté* zobrazení, není *na*; g je zobrazení množiny X *na* množinu Y, není *prosté*;
   h *není* zobrazení; φ je vzájemně jednoznačné zobrazení