

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

HODNOCENÍ REGULAČNÍHO OBVODU Z HLEDISKA STABILITY, KVALITY A PŘESNOSTI REGULACE

EVALUATION OF CONTROL CIRCUIT IN TERM OF STABILITY, QUALITY AND ACCURACY OF
REGULATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

PETR HOLEŠOVSKÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

ING. OLGA DAVIDOVÁ, PH.D

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automatizace a informatiky

Akademický rok: 2012/13

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Petr Holešovský

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace

v anglickém jazyce:

Evaluation of control circuit in term of stability, quality and accuracy of regulation

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při hodnocení činnosti regulačního obvodu se posuzuje jeho stabilita, kvalita a přesnost. Stabilita je základní podmínkou správné činnosti regulačního obvodu. Kvalita a přesnost regulace hodnotí regulační obvod z hlediska způsobu přechodu do ustáleného stavu a vlastního ustáleného stavu.

Cíle bakalářské práce:

- Zpracovat přehledně kritéria používaná pro řešení stability regulačních obvodů
- Specifikovat použitelnost jednotlivých metod
- Uvést způsoby posouzení kvality regulace
- Vysvětlit pojem přesnost regulace a co tuto přesnost ovlivňuje

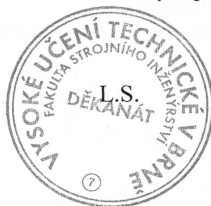
Seznam odborné literatury:

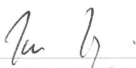
- BALÁTEĚ, J. Automatické řízení. Praha: Nakladatelství BEN–technická literatura, 2003. 664s. ISBN 80-7300-020-2.
- HORÁČEK, P. Systémy a modely. Praha: ČVUT Praha, 1999. 234s. ISBN 80-01-01923-3.
- ŠVARC, I.; MATOUŠEK, R.; ŠEDA, M.; VÍTEČKOVÁ, M. Automatické řízení. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 348. ISBN 978-80-214-4398-3.
- VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK, A. Základy automatické regulace. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2006. 198s. ISBN 80-248-1068-9.

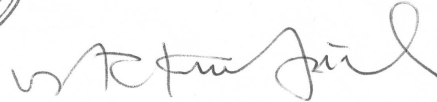
Vedoucí bakalářské práce: Ing. Olga Davidová, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/13.

V Brně, dne 13.11.2012




Ing. Jan Roupec, Ph.D.
Ředitel ústavu


prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá metodami a řešeními, které se využívají při hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace. Obsahuje shrnutí používaných kritérií stability, parametrů důležitých pro zhodnocení kvality regulace a rozdělení obvodů, podle trvalé regulační odchylky, z hlediska přesnosti regulace. Dále obsahuje vyřešené příklady, na kterých je názorně ukázáno použití jednotlivých metod.

ABSTRACT

This bachelor thesis deals with methods and solutions, which are used for evaluation of control circuit in term of stability, quality and accuracy of regulation. It contains a summary of used criteria of stability, important parameters for evaluation of regulation quality and distribution of circuits by permanent deviation, in terms of regulation accuracy. Also includes solved examples, on which is shown the usage of different methods.

KLÍČOVÁ SLOVA

stabilita, kvalita, přesnost, doba regulace, relativní překmit, trvalá regulační odchylka

KEYWORDS

stability, quality, accuracy, duration of regulation, relative oscillation, permanent deviation

PROHLÁŠENÍ O ORIGINALITĚ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace vypracoval samostatně dle rad a pokynů vedoucí práce a s použitím odborné literatury, uvedené v seznamu.

Datum 24. 5. 2013

.....

Petr Holešovský

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

HOLEŠOVSKÝ, P. *Hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Olga Davidová, Ph.D..

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucí své práce, Ing. Olze Davidové, Ph.D., za její cenné rady a připomínky, které mi poskytla.

Obsah:

	Abstrakt.....	5
	Prohlášení o originalitě.....	7
	Poděkování.....	9
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	13
1	Úvod.....	15
2	Pojmy automatické regulace.....	17
	2.1 Regulační obvod.....	17
	2.2 Regulační soustavy.....	17
	2.3 Regulátory.....	18
3	Stabilita regulačního obvodu.....	19
	3.1 Charakteristická rovnice, obecná a nutná podmínka stability.....	19
	3.2 Kritéria stability.....	21
	3.2.1 Hurwitzovo kritérium.....	21
	3.2.2 Routh-Shurovo kritérium.....	22
	3.2.3 Michajlov-Leonhardovo kritérium.....	23
	3.2.4 Nyquistovo kritérium.....	24
	3.3 Stabilita pomocí přechodové charakteristiky.....	25
4	Kvalita regulace.....	27
	4.1 Časová oblast.....	27
	4.2 Kmitočtová oblast.....	29
	4.3 Oblast komplexní proměnné.....	31
5	Přesnost regulace.....	33
	5.1 Typy obvodů.....	34
6	Aplikace na příkladech.....	37
	6.1 Řešené příklady.....	37
	6.2 Zhodnocení výsledků.....	55
7	Závěr.....	57
	Seznam použité literatury.....	59

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

A	amplituda
$A_w(\omega_R)$	amplitudové rezonanční převýšení
$e(t)$	regulační odchylka
$G_o(s)$	přenos otevřeného obvodu
$G_R(s)$	přenos regulátoru
$G_S(s)$	přenos soustavy
$G_V(s)$	přenos poruchy
$G_W(s)$	přenos žádané hodnoty
H_n	Hurwitzův determinant
$H(s)$	hodograf Michajlov-Leonhardova kritéria
Im	imaginární osa
j	komplexní jednotka
k	celkové zesílení
k_P	proporcionální zesílení
k_R	zesílení regulátoru
k_S	zesílení soustavy
M_0	mnohočlen čitatele přenosu otevřeného obvodu
m_A	amplitudová bezpečnost
N_0	mnohočlen jmenovatele přenosu otevřeného obvodu
p	počet nestabilních kořenů u Obecného Nyquistova kritéria
q	řád integrace
Re	reálná osa
s	komplexní proměnná
t	čas
T	perioda
t_r	doba regulace
T_D	derivační časová konstanta
T_I	integrační časová konstanta
$u(t)$	akční veličina
$v(t)$	poruchová veličina
$w(t)$	žádaná hodnota
y_∞	ustálená regulovaná veličina
y_m	hodnota regulované veličiny při relativním překmitu
$y(t)$	regulovaná veličina
$Y(s)$	Laplaceův přenos regulované veličiny
$y_{hom}(t)$	řešení homogenní rovnice
$y_{part}(t)$	řešení partikulární rovnice
α	stupeň stability
γ	fázová bezpečnost
φ	fáze
κ	relativní překmit
ξ_0	relativní tlumení
ω	úhlová frekvence
ω_M	mezní úhlová frekvence
ω_R	rezonanční úhlová frekvence

1 ÚVOD

Automatizace se v posledních letech dostala zajisté do všech odvětví nejen strojírenství. To zejména díky stálému vývoji výpočetního výkonu a snižování ceny. Přestože se jedná o jeden z nejmladších oborů strojírenství, tak si dnes již některé přístroje bez automatické činnosti ani nelze představit. Může se jednat jak o přístroje domácího využití, tak o velké stroje v továrnách. Možnost řízení a regulace za účelem ovládní přístrojů je hlavním tématem automatizace.

Řízení lze rozdělit na logické, spojitě, diskrétní a fuzzy. V této práci se budu zabývat spojitým řízením. Spojitě se nazývá kvůli spojitě proměnnosti v čase. Využívá se regulačního obvodu, tedy zpětnovazebného propojení regulované soustavy a regulátoru. Vztah mezi vstupními a výstupními veličinami obvodu závisí na jeho vlastnostech, které vyplývají jak z obvodu v ustáleném stavu, statické, tak jsou to vlastnosti přechodných jevů, dynamické. Mezi důležité statické vlastnosti patří především stabilita a přesnost regulace. Z dynamických vlastností je to kvalita regulace.

V této práci budu zmíněné statické a dynamické vlastnosti určovat tak, že pro danou regulovanou soustavu zvolím vhodně více regulátorů s různými parametry, abych získal rozdílné výsledky pro porovnání.

Pro řešení stability regulačního obvodu využiji definovaná kritéria. Tato kritéria jsou algebraická: Hurwitzovo, Routh-Shurovo a frekvenční: Michajlov-Leonhardovo, Nyquistovo.

Druhou ze zkoumaných statických vlastností, přesnost regulace, budu počítat pomocí trvalé regulační odchylky a definovaných skoků žádané hodnoty a poruchové veličiny. Přesnost budu určovat pouze v oblasti časové proměnné. Přestože ji lze určit i v jiných oblastech, nebylo by to, vzhledem k rozsahu této práce, možné.

Jako dynamické vlastnosti určím několik parametrů kvality regulace. Dobu regulace, tedy čas potřebný k ustálení regulované veličiny, a relativní překmit. Z těchto dvou hlavních parametrů kvality lze dopočítat velikost regulační plochy.

Řešení konkrétních příkladů předchází několik teoretických kapitol, abych ujasnil veškeré metody, postupy a definice, používané pro výpočet příkladů.

Hlavním cílem této práce je vyřešit několik regulačních obvodů z hlediska statických a dynamických vlastností, konkrétně zhodnotit stabilitu, kvalitu a přesnost regulace. Na závěr se pokusím vyhodnotit souvislosti mezi dosaženými výsledky a použitými soustavami a regulátory.

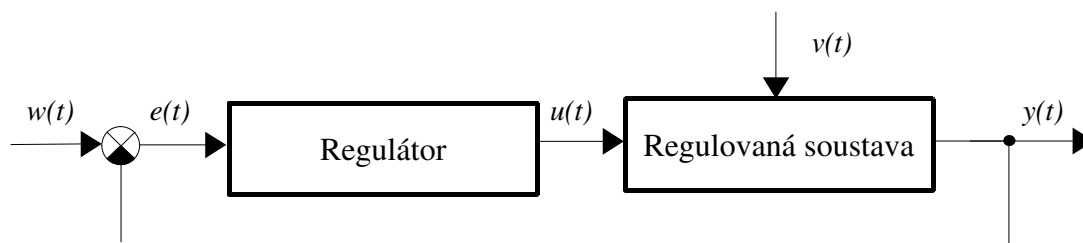
2 POJMY AUTOMATICKÉ REGULACE

Jedním z hlavních témat automatického řízení je možnost regulace. Z názvu vyplývá, že se jedná se o usměrňování vykonávané činnosti tak, aby ve výsledku bylo dosaženo vytyčeného cíle. Při automatizované činnosti se používají regulační obvody a v nich se regulace uskutečňuje pomocí regulátorů. Oba tyto pojmy jsou vysvětleny v následujících kapitolách.

2.1. Regulační obvod

Cílem regulace je, aby se výsledná hodnota blížila co nejvíce žádané hodnotě, bez ohledu na nepříznivý vliv poruchových veličin. [1]

Hlavními částmi regulačního obvodu jsou regulátor a regulovaná soustava. Samotná regulace se děje pomocí zpětné vazby, proto se regulaci říká zpětnovazebné řízení. Schéma regulačního obvodu je na obr. 2.1. [1]



Obr. 2.1 Schéma regulačního obvodu

Regulovaná soustava je objekt, který se reguluje pomocí regulátoru, může se jednat o teplotu, výšku, otáčky atd. Výstupní hodnota z regulované soustavy je veličina, protože se reguluje, nazývá se regulovaná veličina $y(t)$. Jak již bylo zmíněno, cílem je, aby regulovaná veličina $y(t)$ byla co nejbližší žádané hodnotě $w(t)$. Z tohoto důvodu regulátor zasahuje pomocí akční veličiny $u(t)$. V závislosti na přesnosti regulace vzniká regulační odchylka $e(t)$, rozdíl žádané a regulované veličiny: $e(t) = w(t) - y(t)$.

2.2 Regulované soustavy

Regulovaný proces je v obvodu představován regulovanou soustavou. Tu je možné si přestavit jako matematický model, který má několik parametrů. Ty se měří a regulují.

Podle těchto parametrů se regulované soustavy dělí. Mohou být kmitavé nebo nekmitavé, s dopravním zpožděním. Podle počtu časových konstant, které zahrnují, se určuje řád setrvačnosti soustavy. Pro tuto práci nejdůležitější je následující dělení podle přenosu soustavy.

Dva základní typy regulovaných soustav podle [2] :

Proporcionální regulovaná soustava je teoreticky schopná ustálit se v novém rovnovážném stavu po vychýlení z původního rovnovážného stavu i bez použití regulátoru. Její přenos je dán vztahem:

$$G_s(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (2.1)$$

kde n představuje řád setrvačnosti soustavy.

Integrační regulovaná soustava schopnost samoregulace nemá, po odeznění přechodového děje se výstupní signál mění konstantní rychlostí. Její přenos je dán vztahem:

$$G_s(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^q (a_n s^{n-q} + \dots + a_{q+1} s + a_q)}, \quad (2.2)$$

kde q představuje řád integrace soustavy a $n-q$ řád setrvačnosti soustavy.

2.3 Regulátory

Jsou to zařízení nebo souhrn skupiny zařízení, které vykonávají regulační činnost. Pro regulátor platí, že má dvojí funkci, spočívající ve sledování regulované veličiny a potlačení negativního vlivu poruchových veličin na činnost regulačního obvodu. [1]

Regulátor se dělí podle více hledisek, rozlišují se přímé nebo nepřímé (podle potřeby pomocné energie), spojitě nebo nespojitě (podle průběhu výstupního signálu), lineární, nelineární (podle toho, zda je charakteristika statická). V této práci budou používány nepřímé spojitě lineární regulátory.

Regulátor má tři členy: porovnávací (čtení hodnot), ústřední (zpracovává regulační odchylku) a akční (pohon a regulační orgán).

Podle parametrů **ústředního členu** rozlišujeme, zda se regulační odchylka zesiluje, derivuje nebo integruje, v této práci je toto rozdělení zásadní. Podle této vlastnosti a kombinace vlastností se rozlišuje několik druhů regulátorů.

Seznam využívaných regulátorů, podle [3], je v tabulce 2.1.

Tab 2.1 Typy regulátorů

Typ	Přenos	Název
P	k_p	proporcionální
I	$\frac{1}{T_I s}$	integrační
D	$T_D s$	derivační
PI	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$	proporcionálně integrační
PD	$k_p (1 + T_D s)$	proporcionálně derivační
PID	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$	proporcionálně integračně derivační

3 STABILITA REGULAČNÍHO OBVODU

Aby regulační obvod plnil správně svou funkci, musí být bezpodmínečně stabilní.

Definice stability:

Regulační obvod je stabilní, jestliže je schopen po vychýlení z rovnovážného stavu a odstranění vzruchu se opět ustálit v rovnovážném stavu. K vychýlení může dojít poruchovou veličinou, v tomto případě se ustálí na původní hodnotě, nebo žádanou hodnotou, ustálí se na nové hodnotě. [3]

Regulovaná soustava má daný svůj charakter a parametry, proto se k zajištění stability volí parametry regulátoru, případně jiný a vhodnější typ, aby se dosáhlo stability obvodu. [3]

Pro určení stability regulačního obvodu se využívá charakteristická rovnice, přechodová charakteristika nebo kritéria stability.

3.1 Charakteristická rovnice, obecná a nutná podmínka stability

Charakteristická rovnice vychází z lineární diferenciální rovnice popisující regulační obvod, pro názorné a praktické vyjádření se použijí obrazy funkcí pomocí Laplaceovy transformace a přenosy funkcí. Oba tyto pojmy a jejich matematický aparát jsou vysvětleny např. v [3] nebo [4].

Pro přenos řízení $G_w(s)$ a přenos poruchy $G_v(s)$ platí [4]:

$$G_w(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3.1)$$

$$G_v(s) = \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{c_m s^m + \dots + c_1 s + c_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (3.2)$$

kde $G_R(s)$ je přenos regulátoru a $G_S(s)$ přenos soustavy. Vyjádření pomocí mnohočlenů je použito při sestavení **lineární diferenciální rovnice**, využije se zpětné transformace [2]:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = \begin{cases} b_m w^{(m)}(t) + \dots + b_1 w'(t) + b_0 w(t) \\ c_m v^{(m)}(t) + \dots + c_1 v'(t) + c_0 v(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Pravá strana je modifikována podle toho, zdali vychýlení způsobila žádaná veličina $w(t)$ nebo poruchová veličina $v(t)$.

Řešení regulované veličiny $y(t)$ se skládá ze dvou částí [3]:

$$y(t) = y_{hom}(t) + y_{part}(t), \quad (3.4)$$

kde $y_{hom}(t)$ je obecné řešení homogenní rovnice a $y_{part}(t)$ je partikulární řešení nehomogenní rovnice dané její pravou stranou a je vynucenou složkou regulované veličiny. Protože stabilitu určujeme u regulačního obvodu po odeznění přechodových dějů, uvažuje se pouze část homogenní.

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 = 0 \quad (3.5)$$

Pro stabilní obvod platí, že řešení homogenní rovnice se s rostoucím časem blíží k nule [2]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{hom}(t) = 0 \quad (3.6)$$

Odpovídající **charakteristická rovnice** je ve tvaru:

$$a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (3.7)$$

Jestliže jsou všechny kořeny této rovnice **reálné**, je řešení homogenní diferenciální rovnice (3.5) ve tvaru:

$$y = c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t} + \dots + c_n e^{s_n t} = \sum_{i=1}^n c_i e^{s_i t} \quad (3.8)$$

aby byl splněn předpoklad stability (3.6), musí být limita

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y = \lim_{t \rightarrow \infty} (c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t} + \dots + c_n e^{s_n t}) = c_1 \lim_{t \rightarrow \infty} e^{s_1 t} + c_2 \lim_{t \rightarrow \infty} e^{s_2 t} + \dots + c_n \lim_{t \rightarrow \infty} e^{s_n t} \quad (3.9)$$

rovna nule, což je splněno, právě když všechny kořeny charakteristické rovnice $s_1, s_2, \dots, s_n$ jsou záporná čísla. [3]

Pokud se v rovnici vyskytují **komplexní** kořeny, mají tyto kořeny i kořeny komplexně sdruženě, např. $s_k = a + jb$, $s_{k+1} = a - jb$, odpovídající řešení homogenní rovnice bude mít tvar:

$$y = \dots + (c_k \sin bt + c_{k+1} \cos bt) + \dots \quad (3.10)$$

tato část rovnice se nazývá kmitavá. [4] Aby byl opět splněn předpoklad stability (3.6), musí být reálné části komplexně sdružených kořenů záporné. Proto se zavádí **obecná podmínka stability**:

Regulační obvod je stabilní, mají-li všechny kořeny charakteristické rovnice $s_1, s_2, \dots, s_n$ záporné reálné části, leží v levé komplexní polorovině. [3]

Komplexnost kořenů plyne z předpokladu:

$$s = j\omega \quad (3.11)$$

Z charakteristické rovnice také plyne **nutná podmínka stability**:

Aby byl regulační obvod stabilní, musí být všechny koeficienty charakteristické rovnice kladné:

$$a_0, a_1, \dots, a_n > 0 \quad (3.12)$$

3.2 Kritéria stability

Nejběžnější metody určování stability regulačního obvodu jsou kritéria stability. Kritérií je více typů, ale z důvodu rozsahu práce zde budou uvedeny nejpoužívanější. Dvě algebraická a dvě frekvenční kritéria.

3.2.1 Hurwitzovo kritérium

Algebraické kritérium, vychází z charakteristické rovnice (3.7) :

$$a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad ,$$

pro kterou platí nutná podmínka stability. Základem je vytvoření tzv. Hurwitzova determinantu, což je matice o n řádcích a n sloupcích, kde n představuje řád charakteristické rovnice.

$$H_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

Z tohoto determinantu n -tého stupně se vytvoří subdeterminanty stupně $n-1$ až druhého tak, že je vynechán vždy poslední řádek a poslední sloupec.

$$H_{n-1} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & X \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & X \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & X \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X & X & X & \dots & X \end{vmatrix} \quad \dots \quad H_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \quad H_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}$$

Definice Hurwitzova kritéria podle [3]:

Obvod je stabilní, jestliže subdeterminanty H_{n-1} až H_2 jsou kladné. Pokud je některý z determinantů záporný, je obvod nestabilní, pokud je roven nule, pak je obvod na hranici stability.

Pomocí pravidel o maticích lze dokázat [2]:

$$H_n = \det |H| = a_0 H_{n-1} \quad , \quad (3.14)$$

kde z nutné podmínky stability platí $a_0 > 0$, proto i Hurwitzův determinant je u stabilního obvodu kladný.

Hurwitzovo kritérium se pro náročnost výpočtu determinantů vyšších řádů uplatňuje do řádu charakteristické rovnice $n=5$. Pomocí pravidel o maticích obdobných 3.14 lze sestavit tabulku 3.1 podle [3].

Tab. 3.1 Podmínky stability pro nižší řády Hurwitzova kritéria

Řád char. rov. n	2	3	4	5
Podmínka	$H_2 > 0$	$H_3 > 0$	$H_3 > 0$	$H_4 > 0, H_2 > 0$

3.2.2 Routh-Schurovo kritérium

Algebraické kritérium, stejně jako Hurwitzovo vychází z charakteristické rovnice (3.7) :

$$a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad ,$$

pro kterou platí nutná podmínka stability. Principem metody je postupná redukce charakteristické rovnice na rovnici nižšího stupně, až ke druhému stupni.

Definice Routh-Shurova kritéria podle [5]:

Regulační obvod je stabilní, jestliže všechny koeficienty ve všech rovnicích při postupné redukci charakteristické rovnice jsou kladné. Pokud je jediný koeficient záporný, výpočet končí a obvod je nestabilní.

Postup redukce podle [5]:

Koeficienty charakteristické rovnice se sepíší vedle sebe seřazené od nejvyšší po nejnižší mocninu a každý druhý koeficient v pořadí je podtržen. Potom se podtržené koeficienty násobí podílem dvou nejvyšších koeficientů a výsledky násobení koeficientů se napíší pod předcházející řadu, posunuté o jedno místo doleva. Výsledný řádek se získá tak, že se od prvního řádku odečte řádek druhý.

Celý tento postup je cílený tak, aby na místě nejvyššího koeficientu zůstala nula, tím pádem se snížil stupeň charakteristické rovnice o jedna.

Stejně se postupuje i nadále a v každém kroku se snižuje stupeň charakteristické rovnice, až k rovnici druhého stupně.

První krok:

$$\begin{array}{cccccc}
 a_n & & a_{n-1} & & a_{n-2} & & a_{n-3} & & a_{n-4} & & a_{n-5} & \left| \left(\frac{a_n}{a_{n-1}} \right) \right. \\
 & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\
 \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-1} & & \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-3} & & \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-5} & & & & & & & \\
 \hline
 0 & a_{n-1} & a_{n-2} - \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-3} & a_{n-3} & a_{n-4} - \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-5} & a_{n-5} & & & & & &
 \end{array}$$

Poslední krok:

$$\begin{array}{cccc}
 a_3 & & a_2 & & a_1 & & a_0 & \left| \left(\frac{a_3}{a_2} \right) \right. \\
 & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\
 \frac{a_3}{a_2} a_2 & & \frac{a_3}{a_2} a_0 & & & & & \\
 \hline
 0 & a_2 & a_1 - \frac{a_3}{a_2} a_0 & a_0 & & & &
 \end{array}$$

3.2.3 Michajlov-Leonhardovo kritérium

Frekvenční kritérium vycházející z charakteristické rovnice v kmitočtovém tvaru

$$a_n(j\omega)^n + \dots + a_1(j\omega) + a_0 = 0 \quad (3.15)$$

Principem metody je grafické zobrazení frekvenční křivky v komplexní rovině a zhodnocení podle kritéria.

Nejdříve se určuje charakteristický polynom. Je to mnohočlen z charakteristické rovnice v kmitočtovém tvaru (3.15). Tento polynom se označuje $H(s)$, jako hodograf:

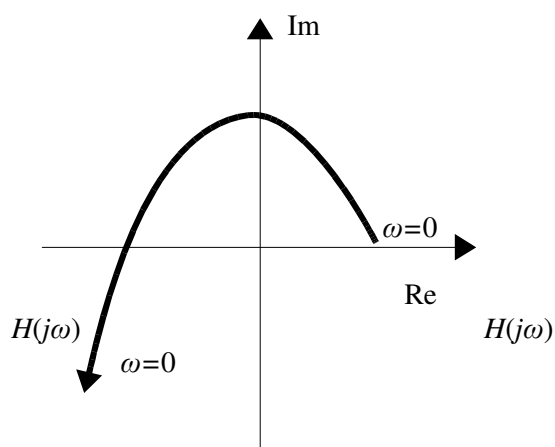
$$H(j\omega) = a_n(j\omega)^n + \dots + a_1(j\omega) + a_0, \quad (3.16)$$

takto vyjádřený polynom graficky určuje křivku v komplexní rovině, ta nazývá se Michajlov-Leonhardova křivka.

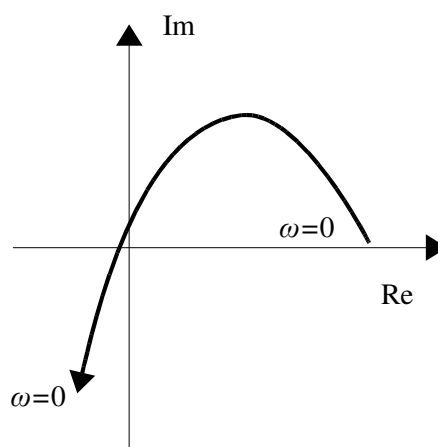
Definice Michajlov-Leonhardova kritéria podle [2]:

Regulační obvod je stabilní, pokud Michajlov-Leonhardova křivka začíná na kladné reálné poloose komplexní roviny a pokud při zvyšování úhlové frekvence ω od 0 do ∞ postupně prochází v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček) tolika kvadranty, kolikátého stupně je charakteristická rovnice.

Situace na obr. 3.1 znázorňuje křivku pro stabilní obvod, obvod na hranici stability na obr. 3.2. Řád charakteristické rovnice $n=3$.

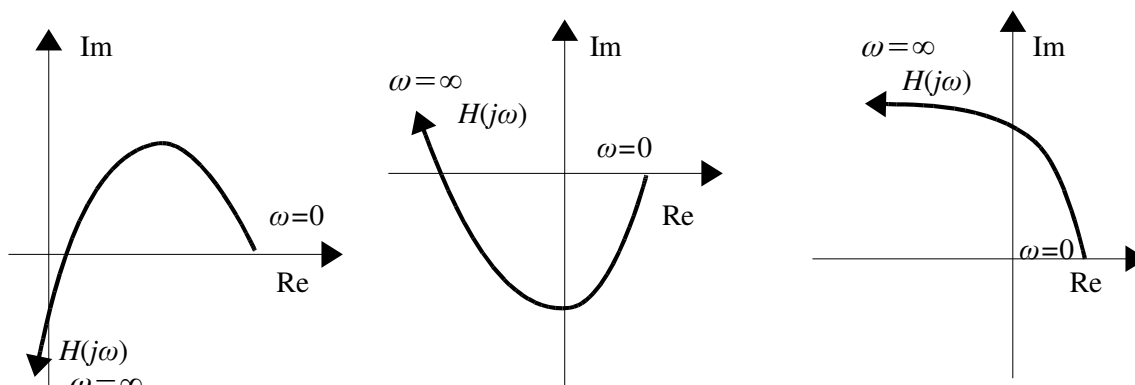


Obr. 3.1 Stabilní obvod



Obr. 3.2 Obvod na hranici stability

Na obr. 3.3 jsou příklady křivek pro nestabilní obvod. Řád charakteristické rovnice $n=3$.



Obr. 3.3 Nestabilní obvody

Pro všechny situace platí, že počáteční bod pro $\omega=0$ leží na kladné reálné poloose, pokud by tomu bylo jinak, je obvod nestabilní. U stabilního obvodu prochází třemi kvadranty v kladné smyly (proti směru hodinových ručiček). Křivka obvodu na hranici stability prochází bodem $[0,0]$. U nestabilních obvodů v prvním případě neprochází postupně, ve druhém případě prochází v opačném směru a ve třetím případě neprochází dostatečným počtem kvadrantů.

3.2.4 Nyquistovo kritérium

Frekvenční kritérium, které využívá vlastnosti přenosu otevřeného regulačního obvodu:

$$G_0(s) = G_S(s)G_R(s) = \frac{M_0(s)}{N_0(s)} \quad (3.17)$$

Určuje se z frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. Tuto charakteristiku je možné získat experimentálně, což je výhodné, protože není třeba znát její popis. Lze použít u obvodů s dopravním zpožděním a udává i míru stability obvodu.

Stabilita je vlastnost uzavřeného regulačního obvodu, ale v případě tohoto kritéria je uvažován otevřený regulační obvod. Existují situace, kdy je otevřený regulační obvod nestabilní, ale uzavřený je stabilní. Kvůli této skutečnosti musí být uvažovány dva případy [5] :

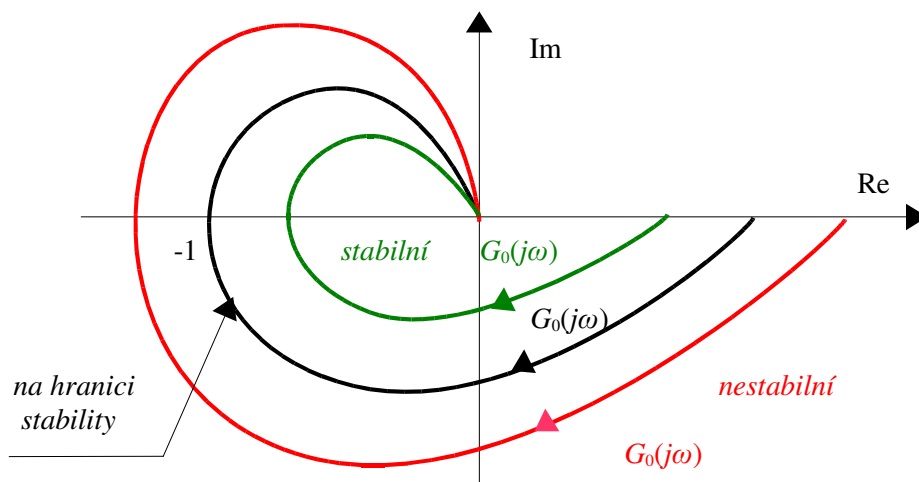
1. Otevřený regulační obvod je stabilní

Toto kritérium se využívá častěji a je podmíněno tím, že jmenovatel $N_0(s)$ přenosu rozpojeného obvodu $G_0(s)$ nesmí obsahovat kladné kořeny, čili kořeny v kladné komplexní polorovině. V tomto případě se používá zjednodušené kritérium.

Definice Zjednodušeného Nyquistova kritéria, podle [3] a [5]:

Regulační obvod je stabilní, jestliže kritický bod $[-1,0]$ leží vlevo od frekvenční charakteristiky rozpojeného obvodu $G_0(j\omega)$ pro frekvence ω od 0 do ∞ .

Grafické znázornění na obr. 3.4 podle [3].



Obr. 3.4 Zjednodušené Nyquistovo kritérium

2. Otevřený regulační obvod je nestabilní

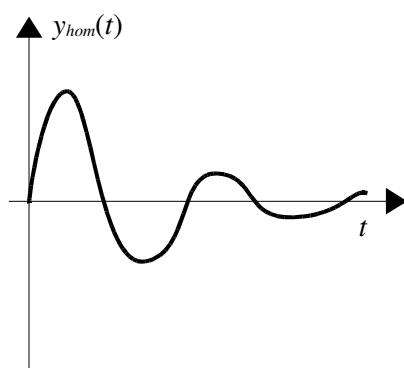
U takového obvodu leží některé z kořenů jmenovatele $N_0(s)$ v pravé komplexní polorovině. V takovém případě se používá obecné kritérium.

Definice Obecného Nyquistova kritéria, podle [2]:

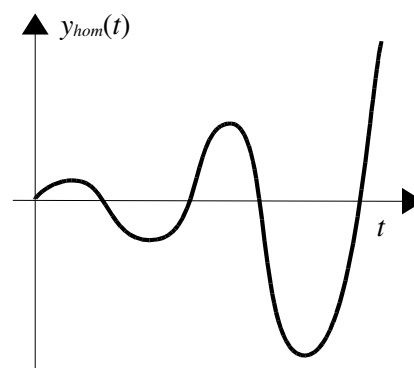
Jestliže má charakteristický polynom p nestabilních kořenů, pak je uzavřený regulační obvod stabilní jen tehdy, jestliže frekvenční charakteristika obklopí kritický bod $[-1,0]$ $p/2$ krát v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček). Jedno obklopení představuje úhel 2π radiánů.

3.3 Stabilita pomocí přechodové charakteristiky

K určení stability je možné využít přechodovou charakteristiku, odezvy systému na jednotkový skok. Grafické zobrazení podle [6] :

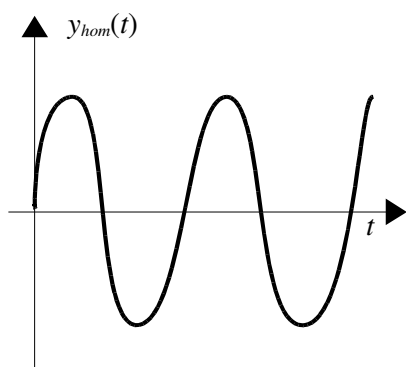
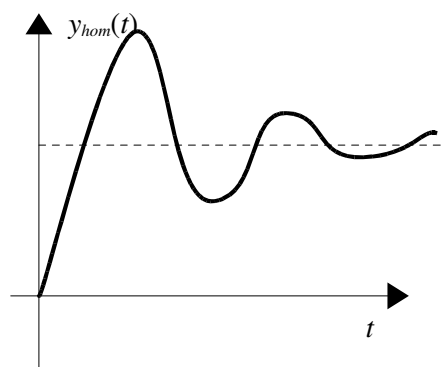


Obr. 3.5 stabilní obvod



Obr. 3.6 nestabilní obvod

Zobrazená charakteristika znázorňuje překmit regulované veličiny v čase. U stabilního obvodu (obr. 3.5) je patrné postupné ustálení na původní hodnotě, naopak u nestabilního obvodu (obr. 3.6) dochází ke stále se zvětšujícímu překmitu. Obvod na hranici stability (obr. 3.7) kmitá stále stejně. Poslední situací je stabilní obvod, který se ustálí na nové hodnotě (obr. 3.8).

*Obr. 3.7 Obvod na hranici stability**Obr. 3.8 Stabilní obvod pro vychýlení žádanou veličinou*

4 KVALITA REGULACE

Předchozí kapitola byla věnována stabilitě, neboli zda se obvod po vychýlení ustálí v rovnovážném stavu. U Nyquistova kritéria lze zjistit i míru stability. Kvalita regulace se uvažuje pouze u stabilních obvodů a určuje se ve třech oblastech: časové, kmitočtové, komplexní proměnné. [2]

4.1 Časová oblast

Průběh regulované veličiny $y(t)$, zobrazený na obr. 4.1 podle [3], je odezvou na jednotkový skok žádané hodnoty $w(t)$. Obdobným způsobem lze zobrazit skok poruchové veličiny $v(t)$. Kvalita regulace se určuje podle průběhu regulované veličiny $y(t)$. V časové oblasti je zavedeno několik důležitých pojmů, podle [3] a [7].

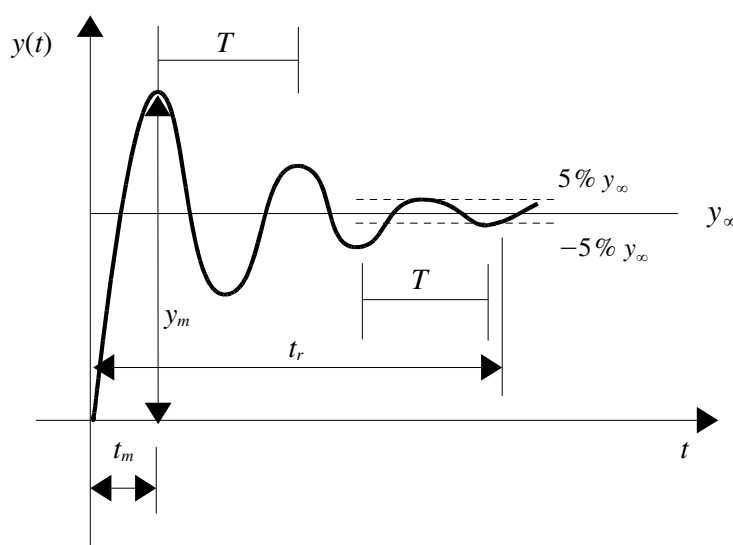
Relativní překmit κ , je veličina určená vztahem:

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty}, \quad (4.1)$$

kde y_m je velikost překmitu a y_∞ je hodnota ustálené regulované veličina.

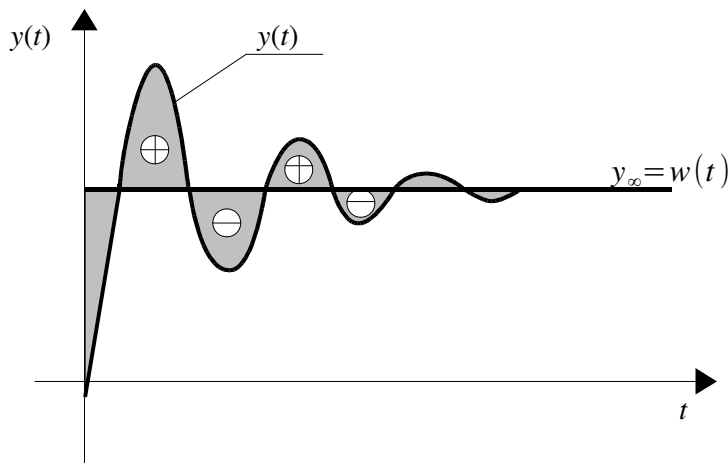
Doba regulace t_r je čas potřebný k tomu, aby se charakteristika ustálila. Za ustálení se považuje situace, kdy se charakteristika liší od hodnoty y_∞ o malou zvolenou hodnotu (např.: 1%, 5%) a poté již tuto hodnotu nepřekročí. Je snahou dosáhnout co nejnížší doby regulace, s výjimkou některých přesných zařízení, kde je kladen důraz na co nejmenší odchylku.

Perioda kmitů T přechodové charakteristiky, časově vyjádřená vzdálenost dvou vrcholů překmitu, důležitá při seřizování regulátorů.



Obr. 4.1 Základní pojmy kvality regulace

V časové oblasti se pro určení kvality využívají integrální kritéria.[7] Nejznámější jsou **kritéria minima regulační plochy**. Regulační plocha je vyznačena na obr. 4.2, je to plocha mezi požadovanou hodnotou y_{∞} a skutečnou hodnotou. Oblast pod y_{∞} je oblast podregulování (-) a oblast nad je přeregulování (+).



Obr. 4.2 Regulační plocha

Regulace je tím kvalitnější, čím je regulační plocha menší. Rozlišuje se více typů regulačních ploch, podle [1]:

Lineární regulační plocha

Je nejjednodušší na výpočet, ale není vhodná pro kmitavé regulační obvody. Řešení pomocí Laplaceových obrazů.

$$I_{IE} = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (4.2)$$

Absolutní regulační plocha

Je použitelná i pro kmitavé regulační obvody. Nevhodnou vlastností je, že v bodě, kdy se mění znaménko není definována derivace, funkce zde není spojitá. Z tohoto důvodu nelze spočítat analyticky, ale určuje se pomocí simulace.

$$I_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4.3)$$

Kvadratická regulační plocha

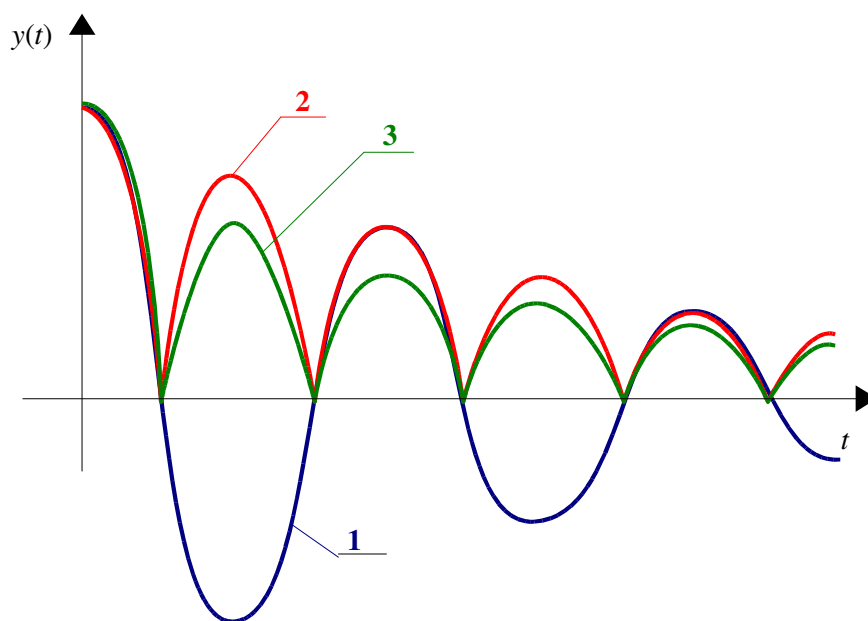
Je použitelná pro kmitavé regulační obvody a lze stanovit analyticky, ovšem výsledný průběh je příliš kmitavý. Použitelné v situacích, kdy žádaná nebo poruchová veličina má náhodný charakter.

$$I_{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4.4)$$

Kritérium ITAE

Zahrnuje v sobě čas i regulační odchylku v součinu. Počítání s dobou regulace t je výhodné, ovšem u kmitavých oběhů je těžko spočítatelné analyticky.

$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t |y(t) - y(\infty)| dt \quad (4.5)$$



Obr. 4.3 Kritéria minimální plochy, 1. lineární, 2. absolutní, 3. kvadratická

4.2 Kmitočtová oblast

Pro původní regulační obvod (obr. 2.1) byly uvedeny vztahy pro přenos řízení a přenos poruchy (3.1 a 3.2), jejich vyjádření v kmitočtové oblasti je:

$$G_w(j\omega) = \frac{G_R(j\omega)G_S(j\omega)}{1 + G_R(j\omega)G_S(j\omega)} \quad (4.6)$$

$$G_v(j\omega) = \frac{G_s(s)}{1 + G_R(j\omega)G_S(j\omega)} = 1 - G_w(j\omega) \quad (4.7)$$

Následující postup byl odvozen z [1]. Z kmitočtového přenosu řízení G_w lze získat amplitudu (modul) regulačního obvodu

$$A_w(\omega) = |G_w(j\omega)|, \quad (4.8)$$

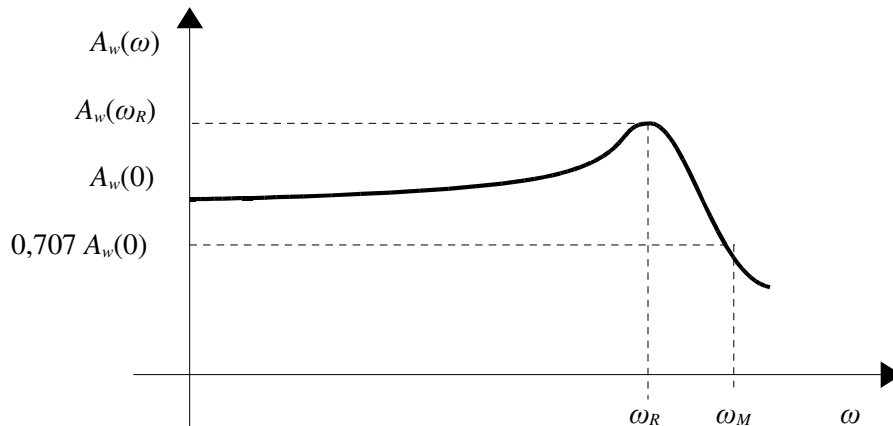
Průběh závislosti amplitudy na frekvenci je zobrazen na obr. 4.4 podle [1] a získají z něj ukazatele kvality regulace.

Amplitudové rezonanční převýšení $A_w(\omega_R)$, je amplituda při rezonanční úhlové frekvenci a určuje kolikrát je při této frekvenci vyšší než při nulové frekvenci. Pro optimální seřízení platí: $A_w(\omega_R) \leq 1,1 - 1,5 \text{ dB}$. Příliš vysoká hodnoty by způsobila značný překmit.

Rezananční úhlová frekvence ω_R , je to úhlová frekvence v bodě, ve kterém je amplituda největší. V tomto bodě se určuje převýšení $A_w(\omega_R)$.

Mezní úhlová frekvence ω_M , určuje šířku pracovního pásma regulačního obvodu, oblast pracovních úhlových frekvencí. Čím je vyšší, tím větší úhlové frekvence dokáže zpracovat. Hodnota je dána poklesem amplitudy $A_w(\omega)$ na hodnotu $0,707 A_w(0)$, nebo v případě vysokého

převýšení při vzrůstu na $1,414 A_w(0)$.



Obr. 4.4 Amplitudová frekvenční charakteristika

Rozpojený regulační obvod je popsán rovnicí 3.15 a tuto lze přepsat na kmitočtový tvar:

$$G_0 = G_R(s) G_S(s) = G_R(j\omega) G_S(j\omega) \quad (4.9)$$

Z amplitudo-fázové charakteristiky, pro takový obvod, obr. 4.5 podle [2], se určují dva důležité ukazatele kvality regulace, podle [2], vzorce a hodnoty podle [1].

Amplitudová bezpečnost otevřeného regulačního obvodu m_A (m_L) udává, kolikrát musí být zesílení otevřeného regulačního obvodu zvětšeno/zmenšeno, aby obvod dosáhl meze stability.

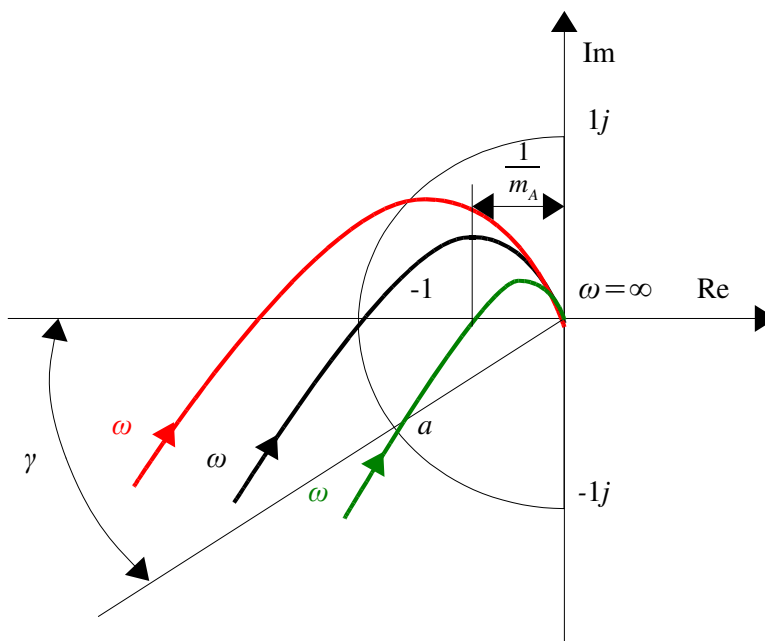
$$m_A = \frac{1}{A_0(\omega_{-\pi})} \quad (4.10)$$

Pro běžné obvody: $m_A = 2 - 5$.

Fázová bezpečnost otevřeného regulačního obvodu γ je dána úhlem frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu pro frekvenci, při které $A_w(\omega) = 1$. Říká, o jaký úhel se může změnit zvětšit fázové zpoždění, aby při konstantní amplitudě byl obvod na hranici stability.

$$\gamma = \pi + \varphi_0(\omega) \quad (4.11)$$

Pro běžné obvody je $\gamma = 30^\circ - 60^\circ$.



Obr. 4.5 Amplitudo-fázová charakteristika otevřeného obvodu

4.3 Oblast komplexní proměnné

Podle polohy kořenů přenosu řízení $G_w(s)$ v záporné komplexní polorovině určíme tlumení a kmitání. V obr. 4.6, podle [2], se zavádí ukazatele kvality regulace.

Stupeň stability α vyjadřuje vzdálenost dvojice pólů od imaginární osy. Čím je větší, tím je kratší doba regulace.

$$\alpha = (3-5) \frac{1}{t_r} \quad (4.12)$$

Relativní tlumení ξ_0 se určuje z relativního překmitu κ (4.1), odpovídají mu dvě polopřímky svírající se zápornou poloosou úhel φ .

$$\kappa \leq 0,25 \Rightarrow \xi_0 \leq 0,404 \quad (4.13)$$

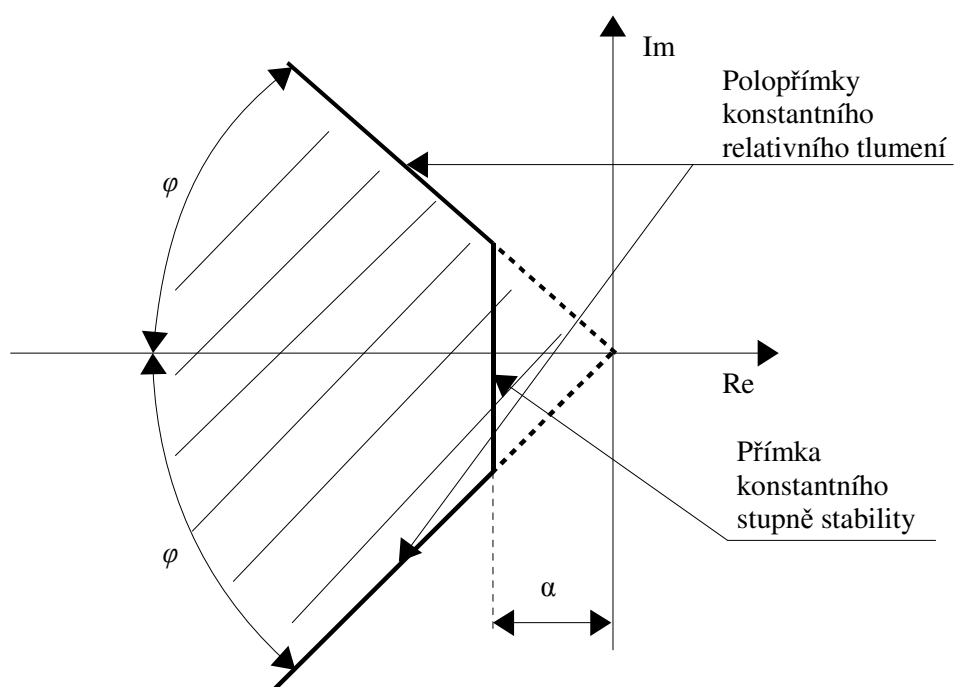
Tyto veličiny mají vzájemný vztah:

$$\alpha = \xi_0 \omega_0 \quad (4.14)$$

Z relativního tlumení ξ_0 se určí úhel

$$\varphi = \arccos(\xi_0), \quad \xi_0 \leq 0,404 \Rightarrow \varphi \leq 66^\circ \quad (4.15)$$

a určí přípustná oblast, ve které mají ležet kořeny.

*Obr. 4.6 Přípustná oblast*

5 PŘESNOST REGULACE

Tato kapitola doplní regulaci o to, jak přesně se regulovaná veličina přiblíží žádané hodnotě. Přesnost se uvažuje pouze u stabilních obvodů a po odeznění přechodových jevů, $t \rightarrow \infty$, neboli statická přesnost regulace.

Požadavky na přesnost regulace, podle [3] a [4].:

Při působení poruchové veličiny $v(t)$ se tato veličina eliminuje a regulovaná veličina se ustálí na původní hodnotě $y(\infty) = y(0)$, regulační odchylka $e_v(\infty) = 0$.

Při změně žádané hodnoty $w(t)$ se po odeznění přechodného děje ustálí regulovaná veličina na této hodnotě $y(\infty) = w(t)$, regulační odchylka $e_w(\infty) = 0$.

Tyto požadavky připouští pouze naprostou přesnost regulačního obvodu, v praxi většinou není porucha zcela eliminována, nebo není nastavena přesná žádaná hodnota, ani pro $t \rightarrow \infty$. V takovém případě vzniká tzv. **trvalá regulační odchylka**. K určení trvalé regulační odchylky se zavádí testovací vstupní signály, podle [8].

1. Testovací signál je **skok polohy** (jednotkový skok), pro $t \geq 0$ platí:

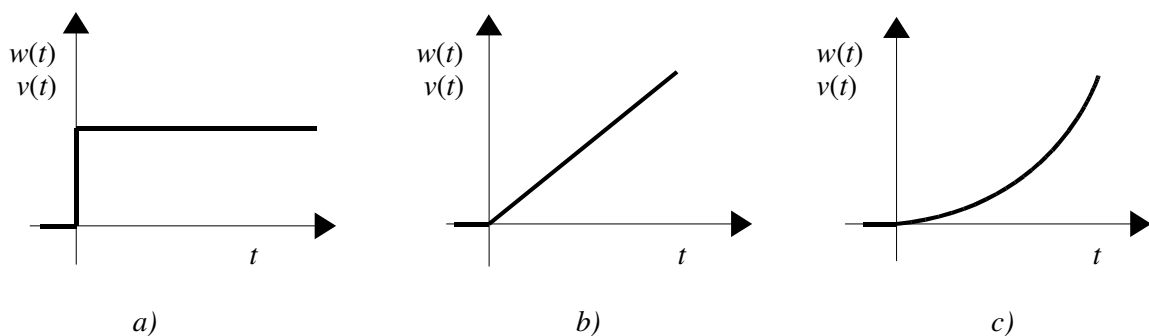
$$w(t) = v(t) = 1 \quad \text{a Laplaceův obraz je ve tvaru} \quad W(s) = V(s) = \frac{1}{s}, \quad \text{obr. 5.1a.}$$

2. Testovací signál je **skok rychlosti** (lineární průběh), pro $t \geq 0$ platí:

$$w(t) = v(t) = t \quad \text{a Laplaceův obraz je ve tvaru} \quad W(s) = V(s) = \frac{1}{s^2}, \quad \text{obr. 5.1b.}$$

3. Testovací signál je **skok zrychlení** (kvadratický průběh), pro $t \geq 0$ platí:

$$w(t) = v(t) = \frac{t^2}{2} \quad \text{a Laplaceův obraz je ve tvaru} \quad W(s) = V(s) = \frac{1}{s^3}, \quad \text{obr. 5.1c.}$$



Obr 5.1 Testovací signály - skoky a) polohy, b) rychlosti, c) zrychlení

Velikost trvalé regulační odchylky závisí nejen na testovacím signálu, ale především na typu regulačního obvodu, který je dán **řádem integrace n** přenosu rozpojeného regulačního obvodu.

$$G_0(s) = \frac{k (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) \dots (\tau_m s + 1)}{s^n (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_n s + 1)} \quad (5.1)$$

Trvalá regulační odchylka se skládá ze dvou složek, podle [2]:

$$e_w(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G_0(s)} W(s) \quad (5.2)$$

$$e_v(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_s}{1 + G_0(s)} V(s) \quad (5.3)$$

Regulační obvody se rozdělují do tří kategorií v závislosti na použitých regulátorech. V jednotlivých kategoriích se aplikují testovací signály a určuje se přesnost a trvalá regulační odchylka. [8]

5.1 Typy obvodů

Obvod typu 0 :

Je to regulační obvod, tvořený proporcionální soustavou a P nebo PD regulátorem, nemá integrační složku. Řád integrace $n=0$.

Obvod typu 1 :

Regulační obvod, tvořený proporcionální soustavou a I, PI nebo PID regulátorem. Nebo regulační obvod tvořený integrační soustavou a P nebo PD regulátorem. Řád integrace $n=1$.

Obvod typu 2 :

Regulační obvod tvořený integrační soustavou a I, PI nebo PID regulátorem. Řád integrace $n=2$.

Přehledné zobrazení velikosti trvalé regulační odchylky pro jednotlivé obvody a při působení poruchové veličiny je v tabulce 5.1, při působení žádané hodnoty v tabulce 5.2.

Význam použitých symbolů: r – řád integrace regulátoru, s – řád integrace soustavy, k_R – zesílení regulátoru, k_s – zesílení soustavy, k – celkové zesílení ($k = k_s \cdot k_R$)

Tab 5.1 Velikost trvalé regulační odchylky pro poruchovou veličinu

Typ obvodu	$v(t)=1$	$v(t)=t$	$v(t)=\frac{t^2}{2}$
r=0 s=0 (obvod typu 0)	$\frac{k_s}{1+k}$	∞	∞
r=0 s>0 (obvod typu 1)	$\frac{1}{k_R}$	∞	∞
r=1 s=0 (obvod typu 1)	0	$\frac{1}{k_R}$	∞
r=1 s>0 (obvod typu 2)	0	$\frac{1}{k_R}$	∞

Tab 5.2 Velikost trvalé regulační odchylky pro žádanou hodnotu

Typ obvodu	$w(t)=1$	$w(t)=t$	$w(t)=\frac{t^2}{2}$
0	$\frac{1}{1+k}$	∞	∞
1	0	$\frac{1}{k}$	∞
2	0	0	$\frac{1}{k}$

6 APLIKACE NA PŘÍKLADECH

V předchozích kapitolách jsou teoreticky vysvětlena kritéria a postupy řešení potřebná k hodnocení regulačního obvodu z hlediska stability, kvality a přesnosti regulace. V této kapitole provedu s využitím teoretických kapitol hodnocení regulačních obvodů na několika názorných příkladech.

6.1 Řešené příklady

Příklady jsou záměrně voleny tak, aby na nich bylo možné názorně ukázat různé typy výsledků. K určení stability využívám výhradně kritérií z předchozích kapitol. Přesnost hodnotím při použití skoků polohy i rychlosti žádané hodnoty i poruchové veličiny. Z hlediska kvality určuji relativní překmit, dobu regulace a minimum regulační plochy.

Příklad 1

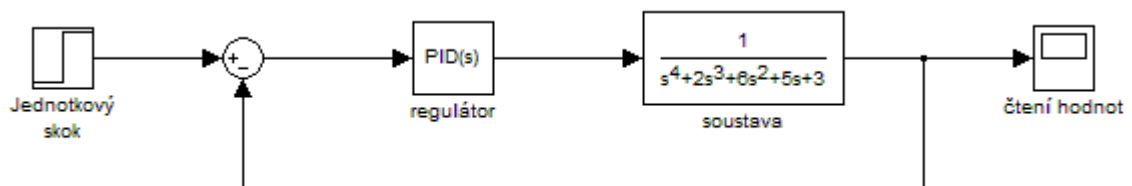
Varianta 1

Je dána **proporcionální** soustava se setrvačností čtvrtého stupně:

$$G_s(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$

a **PI** regulátor:

$$G_R(s) = 3 \left(1 + \frac{1}{2s} \right) .$$



Obr. 6.1 Schéma zapojení regulačního obvodu

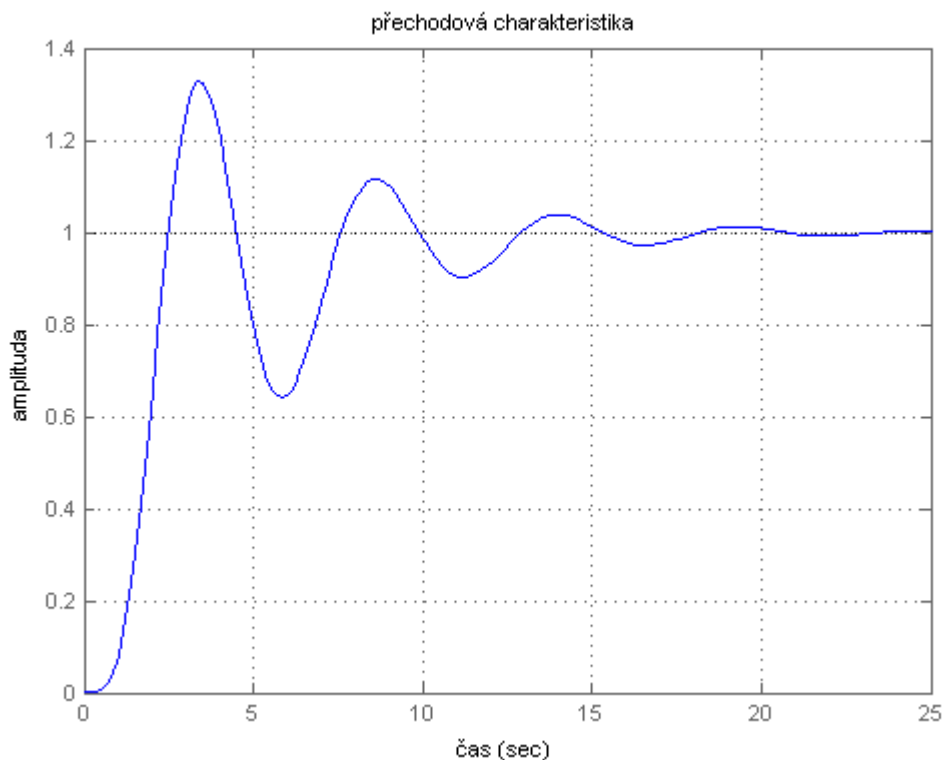
Pro vytvoření regulačního obvodu, obr. 6.1, nejprve určím **stabilitu** pomocí Hurwitzova kritéria, kap. 3.2.1. Toto kritérium vychází z charakteristické rovnice 3.7, která má tvar:

$$2s^5 + 4s^4 + 12s^3 + 10s^2 + 12s + 3 = 0 .$$

Charakteristická rovnice je pátého stupně, proto je podle tab. 3.1 potřeba splnit podmínky $H_4 > 0$ a $H_2 > 0$. Požadované Hurwitzovy determinanty sestavím a vypočítám:

$$H_4 = \begin{vmatrix} 4 & 10 & 3 & 0 \\ 2 & 12 & 12 & 0 \\ 0 & 4 & 10 & 3 \\ 0 & 2 & 12 & 12 \end{vmatrix} = 588 \quad , \quad H_2 = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 28 .$$

Oba determinanty jsou kladné, proto je tento obvod **stabilní**.



Obr. 6.2 Přechodová charakteristika obvodu př. 1 a PI regulátor

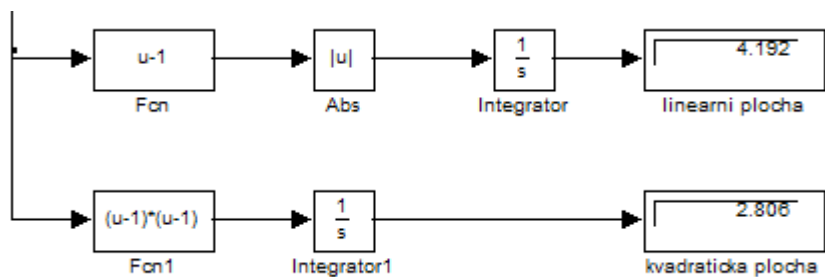
Vykreslený graf přechodové charakteristiky, obr 6.2, dokazuje vypočtenou stabilitu tím, že se ustálí na nové hodnotě. Především z něj ale určím ukazatele **kvality** regulace.

Relativní překmit pro tento obvod pomocí vztahu 4.1:

$$K = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1,306 - 1}{1} = 0,306 \quad .$$

Přímo z grafu lze odečíst dobu regulace, pro 5% ustálení má hodnotu $t_r = 13,23 \text{ s}$, pro 1% ustálení $t_r = 20,09 \text{ s}$.

Minimum regulační plochy určím pomocí simulinku [9], obr 6.3:



Obr. 6.3 Minimum regulační plochy

Čím je regulační plocha menší, tím je regulace kvalitnější. Protože v této práci budu řešit soustavy vždy kmitavé, není vhodné použití kritéria lineární plochy, proto budu používat kritérium

kvadratické plochy. Pro soustavu v tomto příkladu má regulační plocha velikost 2,806 pro 5% ustálení a 2,809 pro 1% ustálení.

Pro určení **přesnosti** regulace nejprve zvolím skok polohy žádané hodnoty, obr. 5.1a, a spočítám trvalou regulační odchylku:

$$e_w(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G_0(s)} W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{6s+3}{2s^5+4s^4+12s^3+10s^2+6s}} \frac{1}{s} =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2s^5+4s^4+12s^3+10s^2+6s}{2s^5+4s^4+12s^3+10s^2+12s+3} = \frac{0}{3} = 0$$

Trvalá regulační odchylka je nulová, proto je obvod při použití tohoto skoku **přesný**. Jedná se o obvod typu 1, podle tab 5.2 ověřím správnost výpočtu. Přesnost obvodu lze ověřit pomocí obr. 6.2, na kterém je vidět, že se ustálí při jednotkovém skoku na hodnotě 1.

Zvolený regulátor je pro danou soustavu vhodný, protože vytvořený obvod je stabilní a přesný. Z hlediska kvality regulace má malý relativní překmit a rychle se ustálí, proto má i malou regulační plochu.

Varianta 2

Ke stejné **proporcionální** soustavě jako v předchozím příkladu se setrvačností čtvrtého stupně:

$$G_S(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$

je dán **PD** regulátor:

$$G_R(s) = 2(1 + s) \quad .$$

Pro vytvořený regulační obvod, obr. 6.1, nejdříve určím **stabilitu** pomocí Michajlov-Leonhardova kritéria, kap. 3.2.3. Toto kritérium vychází z charakteristické rovnice ve frekvenčním tvaru 3.15, která má v tomto případě tvar:

$$(j\omega)^4 + 2(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 7(j\omega) + 3 = 0 \quad .$$

Z charakteristické rovnice sestavím Michajlov-Leonhardův polynom a rozdělím ho na reálnou a imaginární část:

$$H(j\omega) = (j\omega)^4 + 2(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 7(j\omega) + 3$$

$$\text{Re} = \omega^4 - 6\omega^2 + 3$$

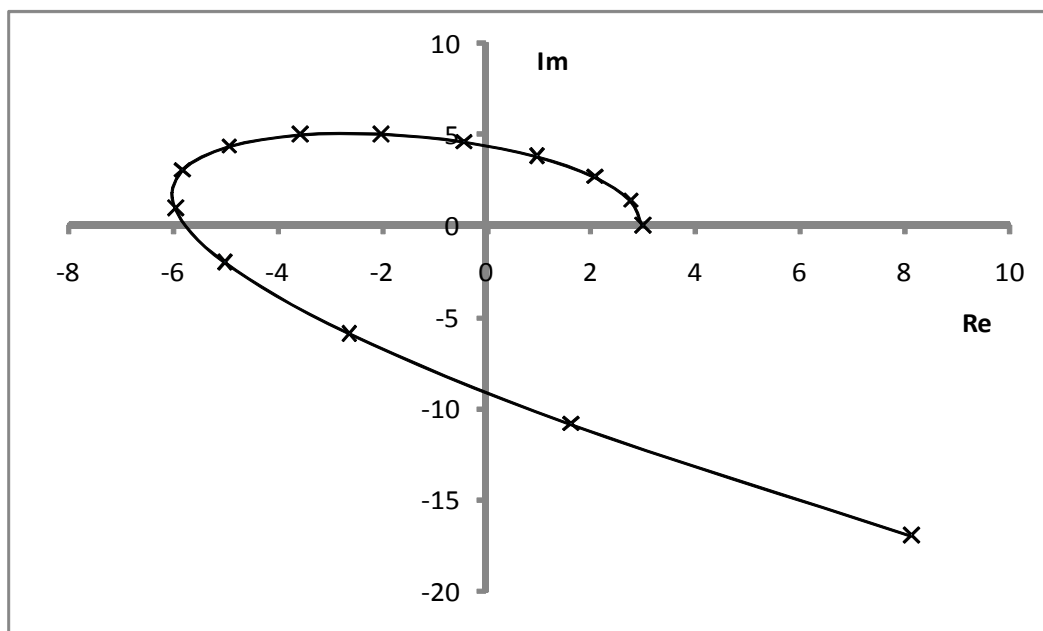
$$\text{Im} = j\omega(-2\omega^2 + 7)$$

Nyní volím ω od 0 a po malých krocích zvyšuji hodnotu, v každém kroku vyjádřím velikost reálné a imaginární složky. Hodnotu zvyšuji, než body, jejichž souřadnice v komplexní rovině představují hodnoty Re a Im, zůstávají stále v jednom kvadrantu. Hodnoty nejlépe zapíšu do tab. 6.1 a vynesu z nich graf.

Tab. 6.1

ω	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
Re	3	2,7616	2,0656	0,9696	-0,4304	-2	-3,5664
Im	0	1,384	2,672	3,768	4,576	5	4,944

ω	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6
Re	-4,9184	-5,8064	-5,9424	-5	-2,6144	1,6176	8,1376
Im	4,312	3,008	0,936	-2	-5,896	-10,848	-16,952



Obr. 6.4 Michajlov-Leonhardova křivka př. 1 a PD regulátor

Z hodnot a grafu je vidět, že Michajlov-Leonhardova křivka začíná na kladné reálné poloose a postupně projde proti směru hodinových ručiček čtyřmi kvadranty. Charakteristická rovnice obvodu je čtvrtého stupně. Obvod je **stabilní**.

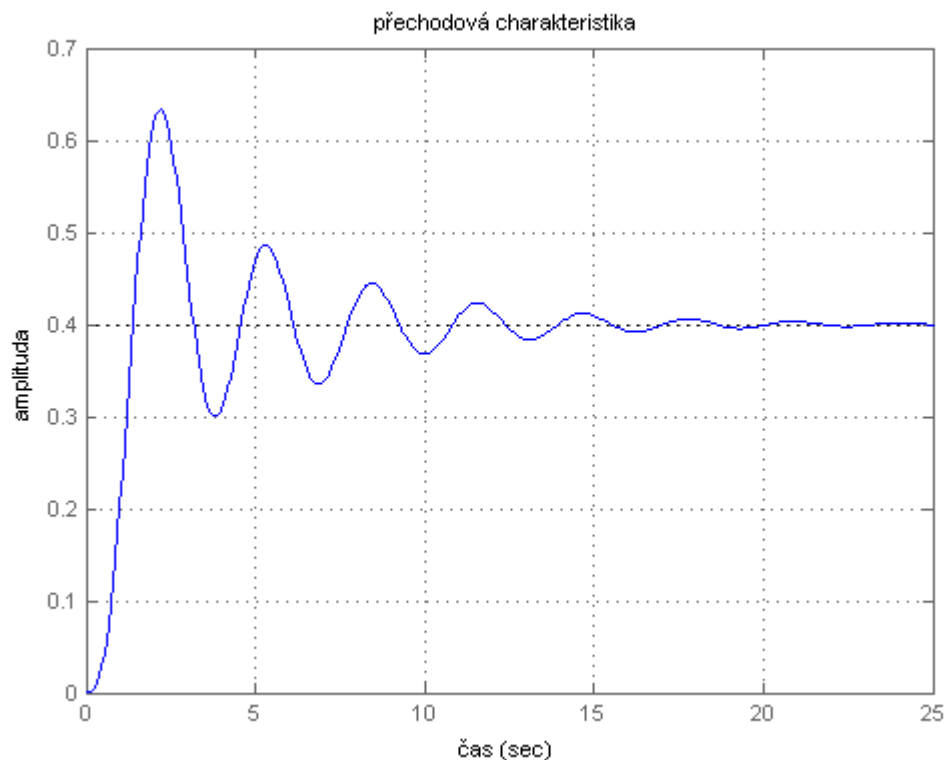
Vykreslený graf přechodové charakteristiky, obr. 6.5, dokazuje vypočtenou stabilitu tím, že se ustálí na nové hodnotě. Především z něj ale určíme ukazatele **kvality** regulace.

Relativní překmit pro tento obvod pomocí vztahu 4.1:

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{0,637 - 0,4}{0,4} = 0,593 \quad .$$

Přímo z grafu lze odečíst dobu regulace, pro 5% ustálení má hodnotu $t_r = 12,88$ s, pro 1% ustálení $t_r = 19,28$ s.

Velikost kvadratické regulační plochy je 5,659 a 7,967.



Obr. 6.5 Přechodová charakteristika obvodu př. 1 a PD regulátor

Pro určení **přesnosti** regulace nejprve zvolím skok rychlosti žádané hodnoty, obr. 5.1b, a spočítám trvalou regulační odchylku:

$$e_w(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G_0(s)} W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{2s+2}{s^4+2s^3+6s^2+5s+3}} \frac{1}{s^2} =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^4+2s^3+6s^2+5s+3}{s^5+2s^4+6s^3+7s^2+7s} = \frac{3}{0} = \infty$$

Trvalá regulační odchylka vyšla nekonečně velká, obvod je proto s tímto skokem **nepřesný**. Jedná se o obvod typu 0, podle tab 5.2 ověřím správnost výpočtu. Nepřesnost obvodu lze určit i pomocí obr. 6.4, na kterém je vidět, že se ustálí při jednotkovém skoku na hodnotě 0,4.

Použití tohoto regulátoru pro danou soustavu není vhodné, protože má velký relativní překmit.

Varianta 3

Ke stejné **proporcionální** soustavě jako v předchozích příkladech se setrvačností čtvrtého stupně:

$$G_s(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$

je dán **PID** regulátor:

$$G_R(s) = 3 \left(1 + \frac{1}{0,5s} + 2s \right) .$$

Pro vytvoření regulačního obvodu, obr. 6.1, nejdříve určím **stabilitu** pomocí Nyquistova kritéria, kap. 3.2.4.

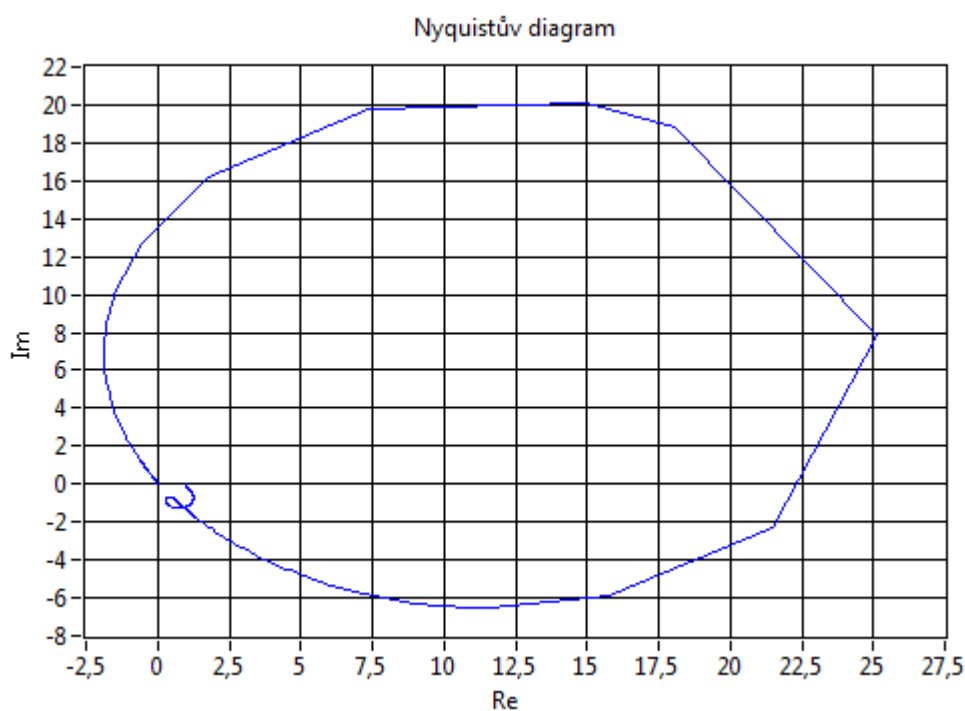
Nejprve zjistím, zda lze použít zjednodušené kritérium. Jmenovatel N_0 přenosu otevřeného obvodu:

$$G_0(s) = \frac{3s^2 + 1,5s + 3}{0,5s^5 + s^4 + 3s^3 + 2,5s^2 + 1,5s}$$

nemá žádné kořeny v kladné komplexní polorovině, proto zjednodušené kritérium použít lze.

Pro vykreslení Nyquistova diagramu použiji funkce Matlabu *nyquist* [10], obr. 6.6.

Podle zjednodušeného Nyquistova kritéria obvod není stabilní, proto je použití tohoto regulátoru pro danou soustavu nevhodné.



Obr. 6.6 Nyquistův diagram př. 1 a PID regulátor

Příklad 2

Varianta 1

Je dána **proporcionální** soustava se setrvačností pátého stupně:

$$G_s(s) = \frac{1}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}$$

a **PI** regulátor:

$$G_R(s) = \left(1 + \frac{1}{3s}\right) .$$

Pro vytvoření regulačního obvodu nejdříve určím **stabilitu** pomocí Routh-Shurova kritéria, kap. 3.2.2. Toto kritérium vychází z charakteristické rovnice 3.7, která má v tomto případě tvar:

$$3s^6 + 9s^5 + 15s^4 + 30s^3 + 9s^2 + 12s + 1 = 0 .$$

Provedu redukci podle postupu popsáném v kapitole 3.2.2 a kontroluji kladnost koeficientů :

3	9	15	30	9	12	1	$\left \frac{3}{9} \right.$
-(3	0	10	0	4	0	0)	
	9	5	30	5	12	1	$\left \frac{9}{5} \right.$
-(	9	0	9	0	1,8	0)	
	0	5	21	5	10,2	1	$\left \frac{5}{21} \right.$
-(		5	0	$\frac{17}{7}$	0	0)	
		0	21	$\frac{18}{7}$	10,2	1	$\left \frac{49}{6} \right.$
-(			21	0	$\frac{49}{6}$	0)	
			0	$\frac{18}{7}$	$\frac{61}{30}$	1	

Všechny koeficienty při redukci rovnice šestého řádu na rovnici druhého řádu **jsou kladné**, proto je regulační obvod **stabilní**.

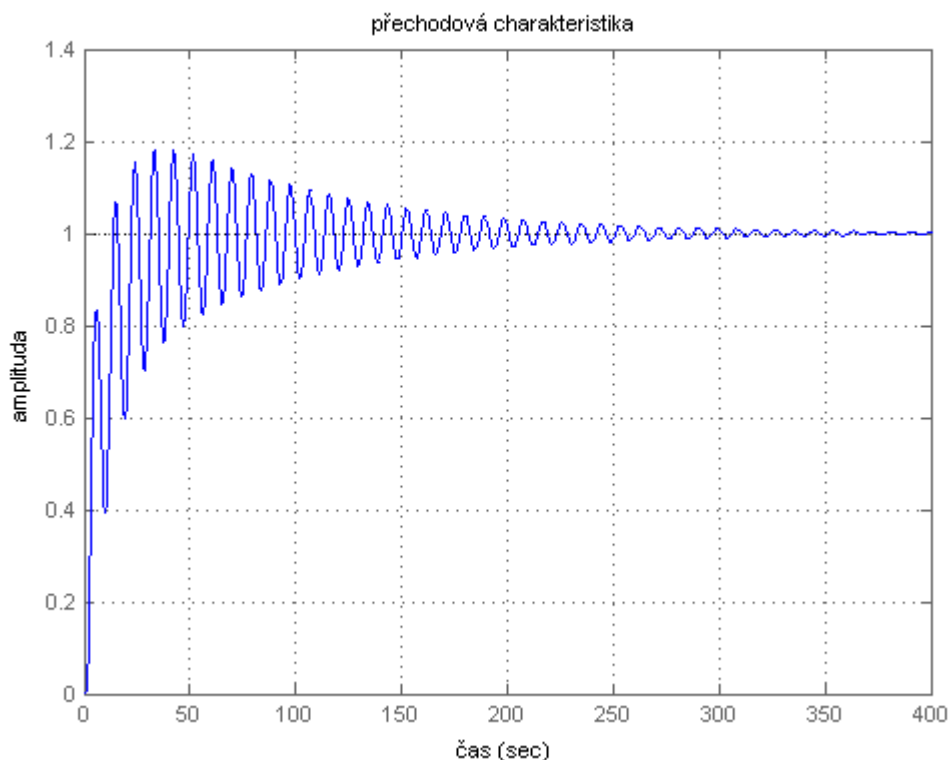
Vykreslený graf přechodové charakteristiky, obr 6.6, dokazuje vypočtenou stabilitu tím, že se ustálí na nové hodnotě. Především z něj ale určím ukazatele **kvality** regulace.

Relativní překmit pro tento obvod pomocí vztahu 4.1:

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1,179 - 1}{1} = 0,179 .$$

Přímo z grafu lze odečíst dobu regulace, pro 5% ustálení má hodnotu $t_r = 158,37 \text{ s}$, pro 1% ustálení $t_r = 296,07 \text{ s}$.

Velikost kvadratické regulační plochy je 7,068 a 7,125.



Obr. 6.7 Přechodová charakteristika obvodu př. 2 a PI regulátor

Pro určení **přesnosti** regulace nejprve zvolím skok polohy poruchové veličiny, obr. 5.1a, a spočítám trvalou regulační odchylku:

$$\begin{aligned}
 e_v(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_s(s)}{1 + G_0(s)} V(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}}{1 + \frac{3s + 1}{3s^6 + 9s^5 + 15s^4 + 30s^3 + 9s^2 + 9s}} \frac{1}{s} = \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3s}{3s^6 + 9s^5 + 15s^4 + 30s^3 + 9s^2 + 12s + 1} = \frac{0}{1} = 0
 \end{aligned}$$

Trvalá regulační odchylka je nulová, proto je obvod s použitím daného skoku **přesný**. Jedná se o obvod typu 1, podle tab 5.1 ověřím správnost výpočtu. Přesnost obvodu lze ověřit pomocí obr. 6.7, na kterém je vidět, že se ustálí při jednotkovém skoku na hodnotě 1.

Pro tuto soustavu je použití daného regulátoru nevhodné vzhledem k velké době regulace, přestože je obvod stabilní i přesný a má malý relativní překmit.

Varianta 2

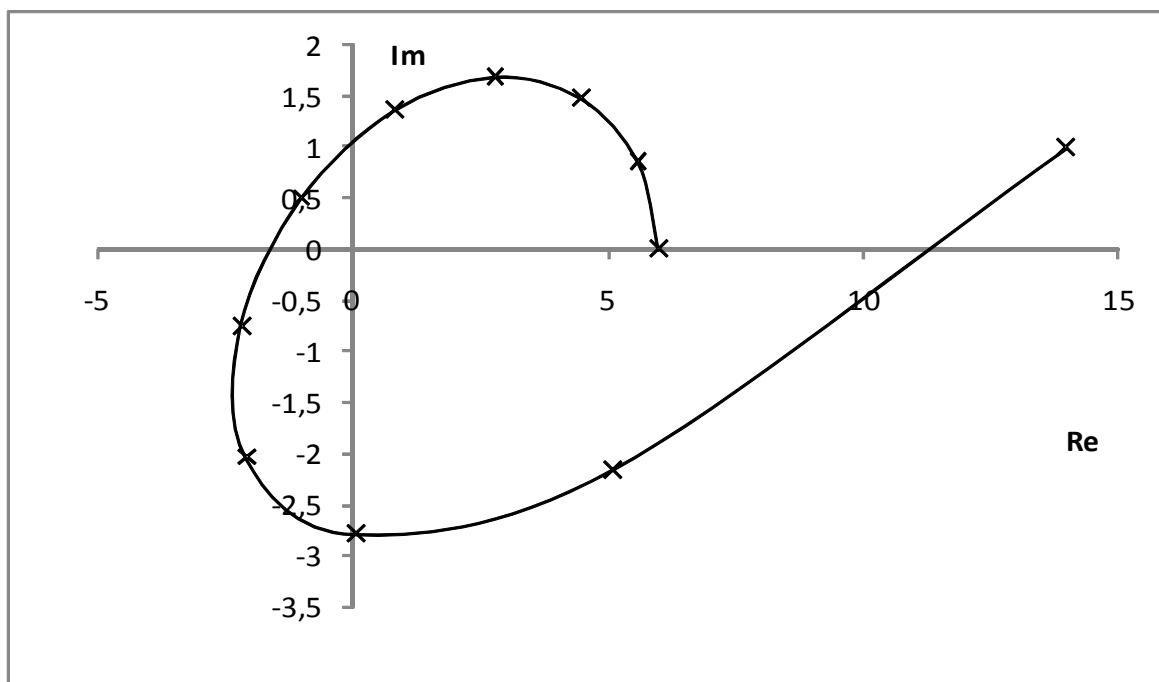
Ke stejné **proporcionální** soustavě jako v předchozím příkladu se setrvačností pátého stupně:

$$G_s(s) = \frac{1}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}$$

je dán **PD** regulátor:

$$G_R(s) = 3(1 + 0,5s) \quad .$$

Pro vytvoření regulačního obvodu nejdříve určím **stabilitu** pomocí Michajlov-Leonhardova kritéria. Toto kritérium zde bylo již detailně propočítáno, proto zobrazím jen výslednou Michajlov-Leonhardovu křivku.



Obr. 6.8 Michajlov-Leonhardova křivka př. 2 a PD regulátor

Michajlov-Leonhardova křivka začíná na kladné reálné poloose a postupně projde proti směru hodinových ručiček pět kvadrantů. Charakteristická rovnice obvodu je pátého stupně. Obvod je **stabilní**.

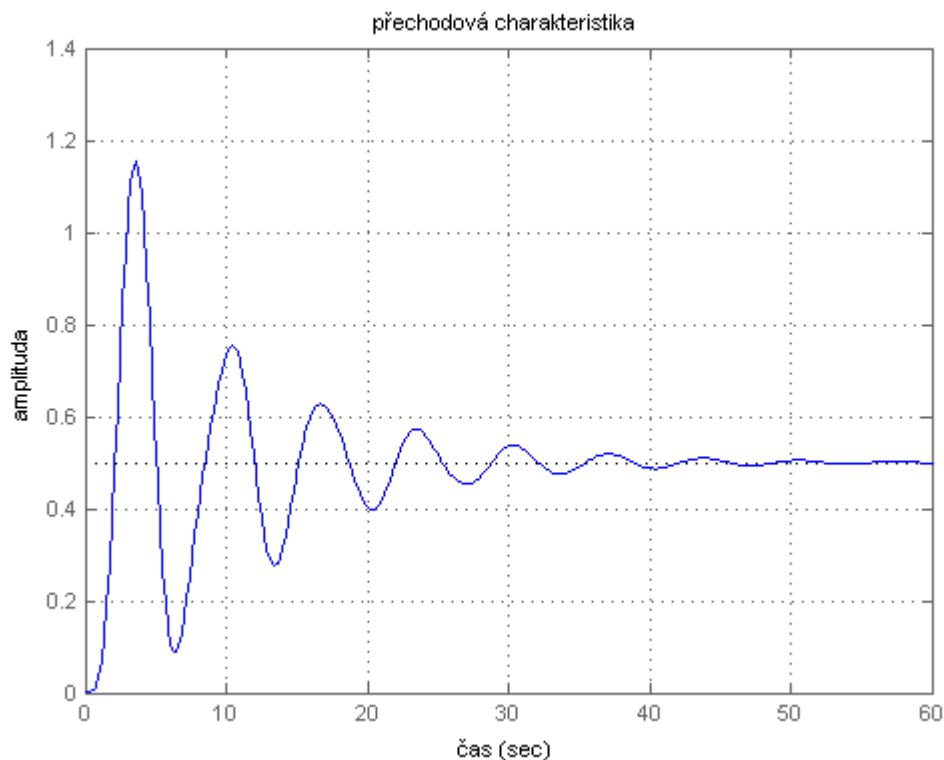
Ukazatele **kvality** regulace:

Relativní překmit pro tento obvod pomocí vztahu 4.1:

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1,161 - 0,5}{0,5} = 1,322 \quad .$$

Přímo z grafu lze odečíst dobu regulace, pro 5% ustálení má hodnotu $t_r = 34,85$ s, pro 1% ustálení $t_r = 48,93$ s.

Velikost kvadratické regulační plochy je 11,08 a 14,61.



Obr. 6.9 Přechodová charakteristika obvodu př. 2 a PD regulátor

Pro určení **přesnosti** regulace nejprve zvolím skok rychlosti poruchové veličiny, obr. 5.1b, a spočítám trvalou regulační odchylku:

$$e_v(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_s(s)}{1 + G_0(s)} V(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}}{1 + \frac{1,5s + 3}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}} \frac{1}{s^2} =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^6 + 3s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 4,5s^2 + 6s} = \frac{1}{0} = \infty$$

Trvalá regulační odchylka vyšla nekonečně velká, obvod je proto při použití skoku rychlosti poruchové veličiny **nepřesný**. Jedná se o obvod typu 0, podle tab 5.1 ověřím správnost výpočtu. Nepřesnost obvodu lze určit i pomocí obr. 6.8, na kterém je vidět, že se ustálí při jednotkovém skoku na hodnotě 0,5.

I tento regulátor je pro tuto soustavu nevhodný vzhledem k velkému překmitu (132%) a tedy i velké regulační ploše.

Příklad 3

Varianta 1

Je dána **integrační** soustava prvního stupně integrace se setrvačností třetího stupně:

$$G_s(s) = \frac{s+1}{s(s^3+2s^2+6s+3)}$$

a **PI** regulátor:

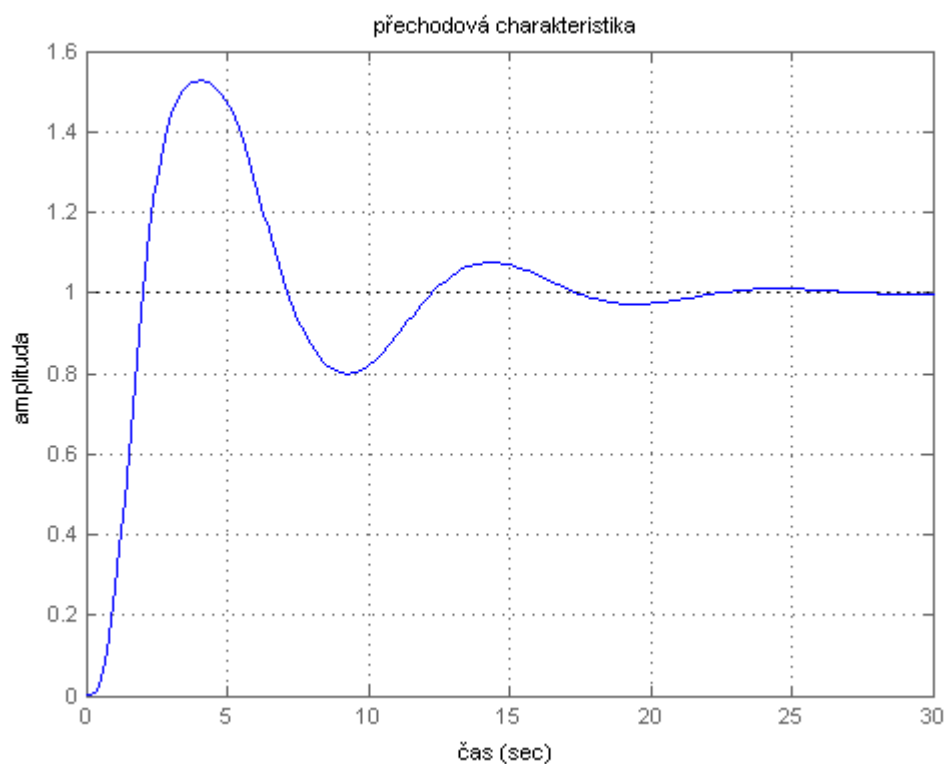
$$G_R(s) = 2\left(1 + \frac{1}{2s}\right) \quad .$$

Charakteristická rovnice:

$$s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 5s^2 + 3s + 1 = 0$$

Hurwitzovy determinanty:

$$H_4 = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 3 \end{vmatrix} = 38 > 0 \quad , \quad H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 7 > 0 \quad .$$



Obr. 6.10 Přechodová charakteristika obvodu př. 3 a PI regulátor

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1,526 - 1}{1} = 0,526$$

$$t_{r0,05} = 16,66 \text{ s},$$

$$t_{r0,01} = 22,59 \text{ s}.$$

Velikost kvadratické regulační plochy: 2,97 a 2,973.

V následujících příkladech bude řešena přesnost vždy se skokem polohy žádané hodnoty.

$$\begin{aligned} e_w(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G_0(s)} W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{2s^2 + 3s + 1}{s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 3s^2}} \frac{1}{s} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 3s^2}{s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 5s^2 + 3s + 1} = \frac{0}{1} = 0 \end{aligned}$$

Regulační obvod je stabilní, přesný, kvalita regulace je dobrá.

Varianta 2

Ke stejné **integrační** soustavě jako v předchozím příkladu se setrvačností třetího stupně:

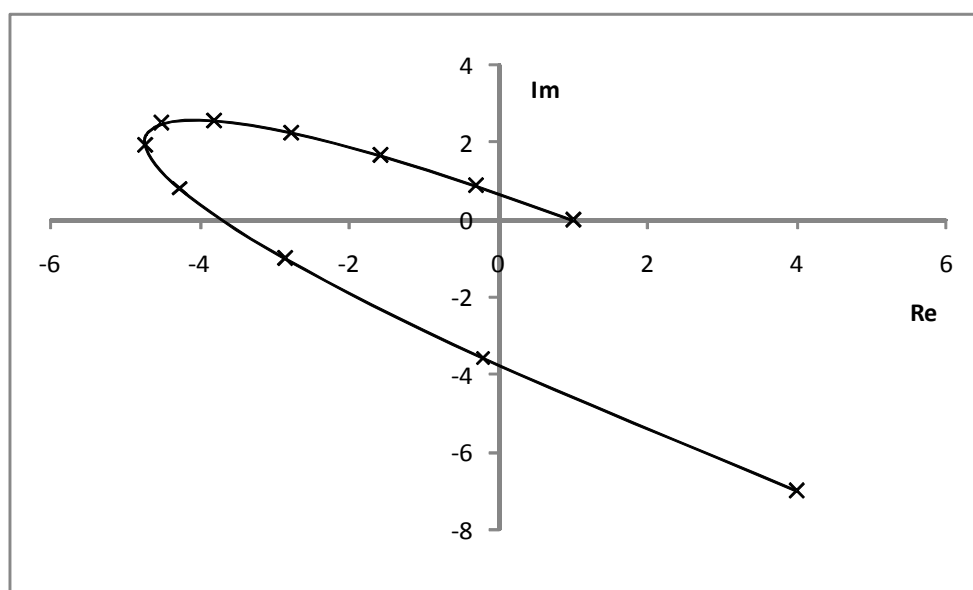
$$G_s(s) = \frac{s + 1}{s(s^3 + 2s^2 + 6s + 3)}$$

je dán **PD** regulátor:

$$G_R(s) = (1 + 0,5s)$$

Charakteristická rovnice:

$$j\omega^4 + 2j\omega^3 + 6,5j\omega^2 + 4,5j\omega + 1 = 0$$



Obr. 6.11 Michajlov-Leonhardova křivka př. 3 a PD regulátor

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1 - 1}{1} = 0$$

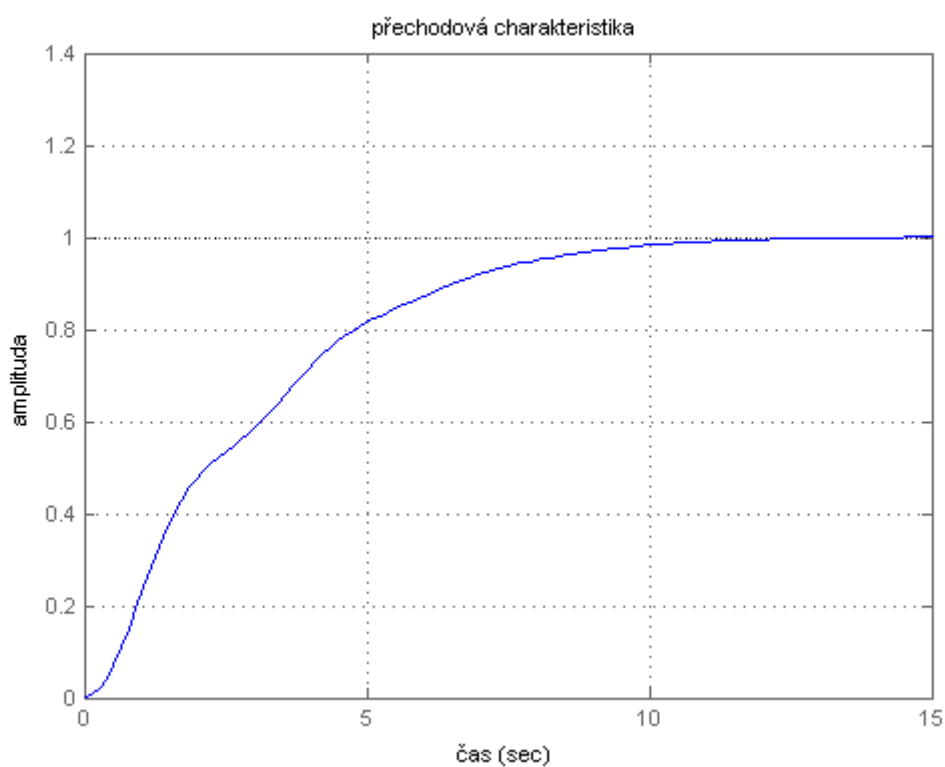
$$t_{r0,05} = 8,99 \text{ s},$$

$$t_{r0,01} = 11,90 \text{ s}.$$

Velikost kvadratické regulační plochy: 2,688 a 2,69.

$$e_w(\infty) = 0$$

Regulační obvod je stabilní, přesný, co se týče kvality regulace nemá žádný relativní překmit.



Obr. 6.12 Přechodová charakteristika obvodu př.3 a PD regulátor

Varianta 3

Ke stejné **integrační** soustavě jako v předchozích příkladech se setrvačností třetího stupně:

$$G_s(s) = \frac{s+1}{s(s^3+2s^2+6s+3)}$$

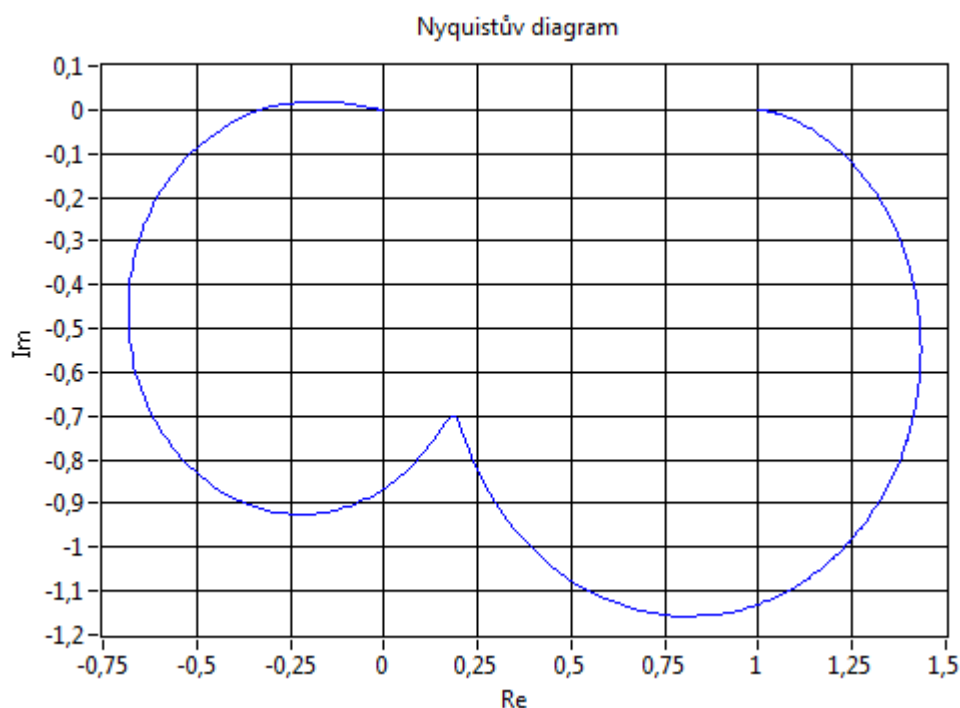
je dán **PID** regulátor:

$$G_R(s) = 3\left(1 + \frac{1}{2s} + 0,5s\right)$$

Charakteristická rovnice:

$$2s^5 + 4s^4 + 15s^3 + 15s^2 + 9s + 3 = 0$$

Charakteristická rovnice má všechny kořeny záporné, může se použít zjednodušené Nyquistovo kritérium.



Obr. 6.13 Nyquistův diagram př. 3 a PID regulátor

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1 - 1,349}{1} = 0,349$$

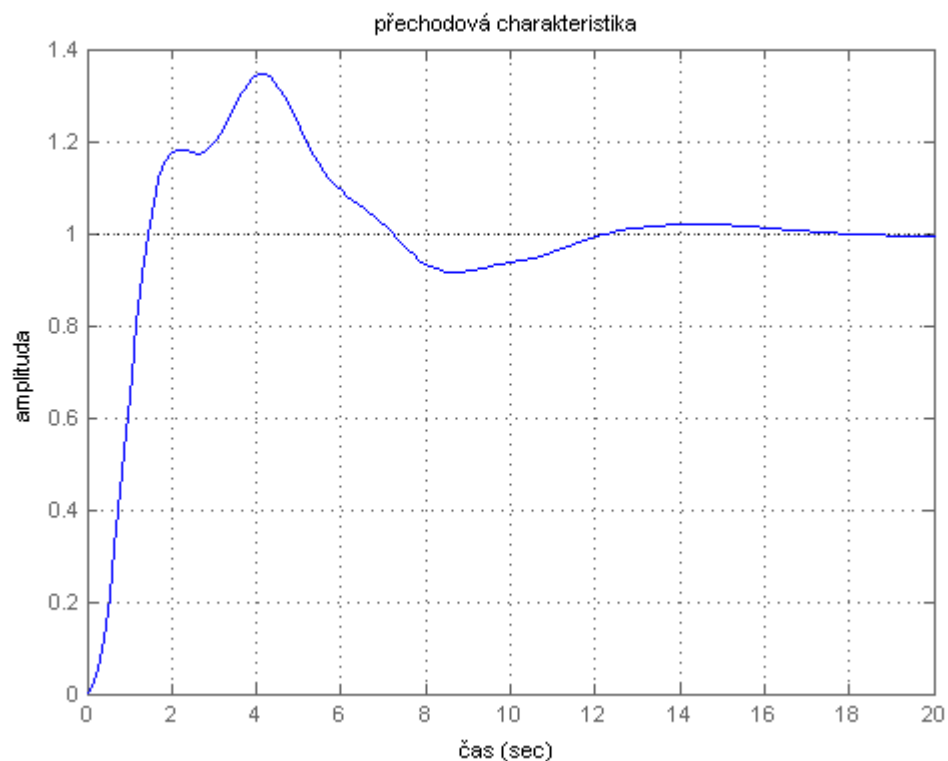
$$t_{r0,05} = 11,68 \text{ s,}$$

$$t_{r0,01} = 17,22 \text{ s.}$$

Velikost kvadratické regulační plochy: 1,901 a 1,903.

$$e_w(\infty) = 0 \text{ .}$$

Regulační obvod je stabilní, přesný s malým překmitem a rychle se ustálí.



6.14 Přechodová charakteristika př. 3 a PID regulátor

Příklad 4

Varianta 1

Je dána **integrační** soustava prvního stupně integrace se setrvačností čtvrtého stupně:

$$G_s(s) = \frac{1}{s(s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 3s + 2)}$$

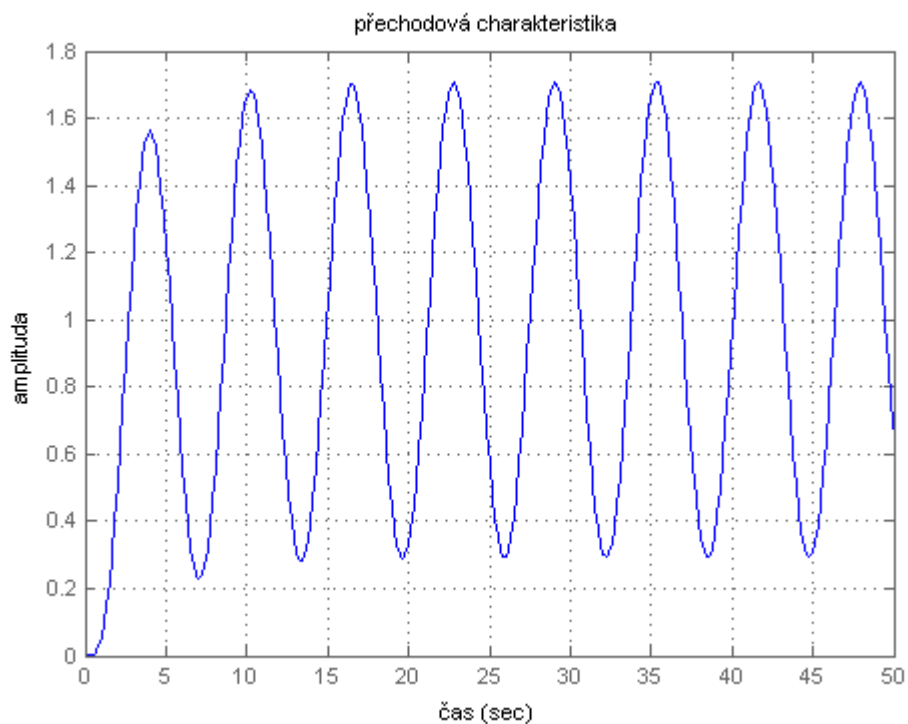
a **PD** regulátor: $G_R(s) = (1 + 2s)$.

Charakteristická rovnice:

$$s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 4s + 1 = 0$$

Hurwitzovy determinanty: $H_4 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 0$, $H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 7 > 0$.

Oba Hurwitzovy determinanty jsou nulové, obvod je na hranici stability.



6.15 Přechodová charakteristika př. 4 a PD regulátor

Varianta 2

Vhodným zvolením zesílení **PD** regulátoru:

$$G_R(s) = 0,7(1 + 2s) \quad ,$$

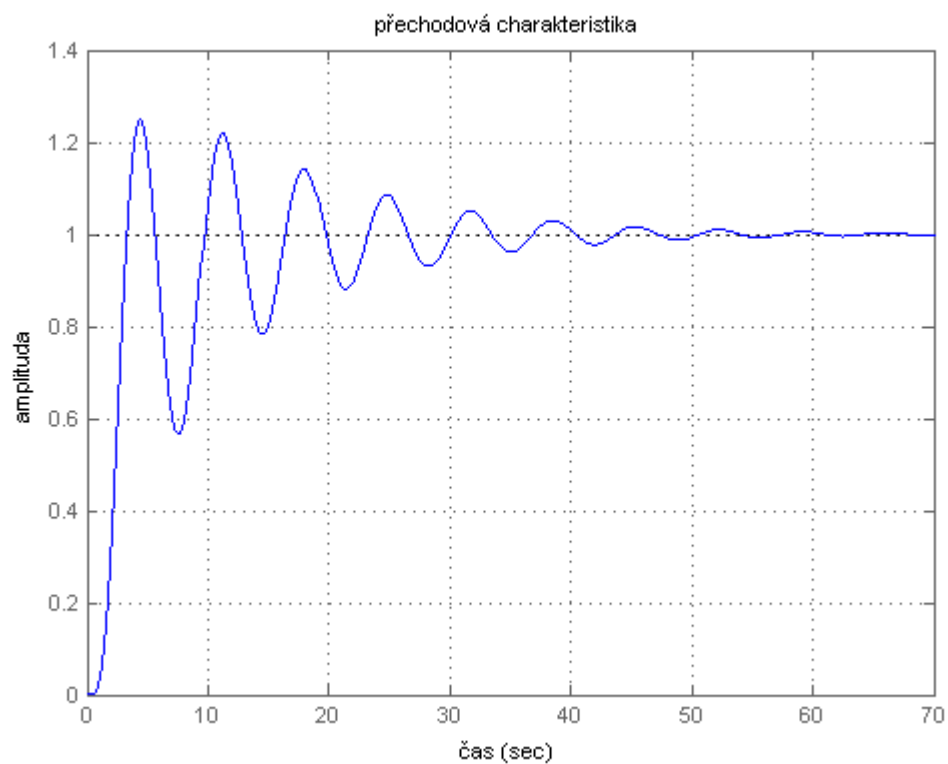
lze získat obvod stabilní.

Charakteristická rovnice:

$$s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 3,4s + 0,7 = 0$$

Hurwitzovy determinanty:

$$H_4 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0,7 & 0 \\ 1 & 5 & 3,4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0,7 \\ 0 & 1 & 5 & 3,4 \end{vmatrix} = 9,69 > 0 \quad , \quad H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 7 > 0 \quad .$$



6.16 Přechodová charakteristika př. 4 a upravený PD regulátor

$$\kappa = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = \frac{1,255 - 1}{1} = 0,255$$

$$t_{r0,05} = 33,12 \text{ s},$$

$$t_{r0,01} = 53,75 \text{ s}.$$

Velikost kvadratické regulační plochy: 3,59 a 3,598.

$$e_w(\infty) = 0$$

Regulační obvod je stabilní, přesný s malým překmitem a ucházející dobou regulace.

Varianta 3

Pokud by se pro regulaci dané soustavy využil **PI** regulátor, např.:

$$G_R(s) = 2 \left(1 + \frac{1}{3s} \right) ,$$

bude výsledný obvod nestabilní.

3	6	15	9	6	6	3	$\left \frac{3}{6} \right.$
-(3	0	4,5	0	3	0	0)	
	6	10,5	9	3	6	3	$\left \frac{6}{10,5} \right.$
-(	6	0	$\frac{18}{10,5}$	0	$\frac{18}{10,5}$	0)	
	0	10,5	$\frac{51}{7}$	3	$\frac{30}{7}$	3	$\left \frac{7 \cdot 10,5}{51} \right.$
-(		10,5	0	$\frac{105}{17}$	0	0)	
		0	$\frac{51}{7}$	$-\frac{54}{17}$	$\frac{30}{7}$	3	

Shrnutí výsledků:

V následující tabulce jsou shrnuty regulované soustavy pro všechny 4 příklady, k nim přiřazené regulátory a zhodnocení stability, přesnosti při daném skoku a velikost relativního překmitu a doby regulace pro porovnání kvality regulace. Pro určování přesnosti regulace jsem využil skoku polohy žádané hodnoty s výjimkou př. 1 s PD regulátorem, kde jsem využil skok rychlosti žádané hodnoty a př. 2, kde postupně využívám skok polohy a rychlosti poruchové veličiny.

Tab 6.2

Soustava $G_S(s)$	Regulátor $G_R(s)$	Stabilita	Přesnost	κ	$t_{r,0,5}$
$\frac{1}{s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$	$3\left(1 + \frac{1}{2s}\right)$	ANO	ANO	0,306	13,23
	$2(1 + s)$	ANO	NE	0,593	12,88
	$3\left(1 + \frac{1}{0,5s} + 2s\right)$	NE	-	-	-
$\frac{1}{s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 3s + 3}$	$\left(1 + \frac{1}{3s}\right)$	ANO	ANO	0,179	158,37
	$3(1 + 0,5s)$	ANO	NE	1,322	34,85
$\frac{s+1}{s(s^3 + 2s^2 + 6s + 3)}$	$2\left(1 + \frac{1}{2s}\right)$	ANO	ANO	0,526	16,66
	$(1 + 0,5s)$	ANO	ANO	0	8,99
	$3\left(1 + \frac{1}{2s} + 0,5s\right)$	ANO	ANO	0,349	11,68
$\frac{1}{s(s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 3s + 2)}$	$(1 + 2s)$	Hranice	-	-	-
	$0,7(1 + 2s)$	ANO	ANO	0,255	33,12
	$2\left(1 + \frac{1}{3s}\right)$	NE	-	-	-

6.2 Zhodnocení výsledků

Ideální odezvou regulačního obvodu na okamžitý skok by byl také okamžitý skok, ale vzhledem k popisu soustavy funkcí je nemožné takového výstupu dosáhnout. Proto je snahou volit takový regulátor, aby výstup měl co nejmenší relativní překmit, co nejkratší dobu regulace a byl co nejméně kmitavý. Všechny tyto vlastnosti dohromady se promítnou ve velikosti regulační plochy. Ta je zásadním ukazatelem kvality regulace. Jak je na příkladech vidět, pro soustavu vyššího řádu je složitější nalézt vhodný regulátor.

Vzhledem k časové náročnosti práce jsem počítal kvalitu regulace pouze v časové oblasti.

V prvním příkladu jsem řešil proporcionální soustavu se setrvačností čtvrtého stupně. Při použití PI regulátoru je výsledný obvod stabilní, když je časová konstanta T_1 větší než zesílení

regulátoru. V takovém případě je i obvod pro skok polohy žádané hodnoty přesný a parametry se s rostoucí T_I a klesajícím zesílením zlepšují. Pro použitý PD regulátor je obvod stabilní a nepřesný při použití skoku rychlosti žádané hodnoty, se zvyšujícím se zesílením a T_D se stále více rozkmitá, až přejde do stavu nestabilního. Při použití PID regulátoru jsem získal obvod nestabilní. Ve druhém příkladu jsem řešil proporcionální soustavu vyššího stupně a pro regulaci jsem využil PI a PD regulátor, stejně jako v předchozím příkladu byly oba obvody přesné a s využitím skoku (polohy pro první a rychlosti pro druhý) poruchové veličiny byl obvod s PI regulátorem stabilní přesný a PD regulátorem stabilní a nepřesný. Ve třetím příkladu jsem řešil integrační soustavu se stupněm integrace 1 a setrvačností třetího stupně. Využil jsem regulátory PI, PD a PID a skok polohy žádané hodnoty a ve všech případech jsem získal obvod stabilní a přesný. Ve čtvrtém příkladu jsem řešil integrační soustavu se stupněm regulace 1 a čtvrtým stupněm setrvačnosti a skok polohy žádané hodnoty. Pro použitý PD regulátor byl obvod na hranici stability, při změně parametrů PD regulátoru byl obvod stabilní a přesný. Při použití PI regulátoru byl obvod nestabilní.

Z výsledků lze odvodit následující skutečnosti:

U proporcionální soustavy s regulátorem bez integrační složky (obvod typu 0) vznikne při skokové změně polohy žádané nebo poruchové veličiny trvalá regulační odchylka, která se zmenšuje se zvyšujícím se zesílením regulátoru.

U proporcionální soustavy s regulátorem s integrační složkou, nebo integrační soustavy s regulátorem bez integrační složky (obvody typu 1), a dále pro integrační soustavu s integrační složkou regulátoru (obvod typu 2) nevzniká při skokových změnách polohy žádané nebo poruchové veličiny trvalá regulační odchylka.

Při skokové změně rychlosti je trvalá regulační odchylka nekonečná pro obvod typu 0, pro obvody typu 1 je má konečnou velikost a pro obvody typu 2 je nulová.

Pro skokovou změnu zrychlení nebyl příklad řešen, lze ovšem předpokládat, že trvalá regulační odchylka bude pro obvody typu 0 a 1 nekonečně velká a pro obvod typu 2 mít konečnou hodnotu.

7 ZÁVĚR

Tato práce se zabývá problematikou regulačních obvodů z hlediska jejich statických a dynamických vlastností, konkrétně hodnocením stability, kvality a přesnosti. Tyto vlastnosti umožňují rozhodnout o použití konkrétních regulátorů při řešení daného problému.

Práce se stává z části teoretické a praktického řešení příkladů. V teoretické části je vysvětleno použití a zapojení regulačních obvodů, typy regulátorů i soustav, charakteristická rovnice obvodu. Pro hodnocení stability jsou vybrána a detailně popsána 4 nejpoužívanější kritéria. Algebraické Hurwitzovo a Routh-Shurovo, frekvenční Michajlov-Leonhardovo a Nyquistovo. Kvalita regulace je rozebrána v oblasti časové, kmitočtové a komplexní proměnné. Z hlediska přesnosti regulace je uvedena trvalá regulační odchylka a testovací signály pro její určení, dále rozdělení obvodů podle typu 0,1,2 a vlastností jednotlivých typů obvodů. Mým cílem bylo aplikovat zmíněné teoretické postupy na řešení příkladů, tedy hodnocení konkrétních regulačních obvodů.

Při řešení příkladů jsem postupoval tak, že jsem pro danou soustavu zvolil regulátor a vyřešil stabilitu pomocí vhodně zvoleného kritéria, u algebraických se stabilita určuje pomocí výpočtu a zhodnocení výsledných hodnot, u frekvenčních se vytvoří graf a z něj se rozhodne o stabilitě. Pro stabilní obvod jsem dále určil parametry kvality regulace. Dobu regulace i relativní překmit jsem vyčetl z grafu vyneseného pomocí Matlabu a Simulinku, pomocí stejných programů jsem určil i velikost regulační plochy. Dále jsem u stabilních obvodů počítal přesnost regulace. Využil jsem definovaných skoků polohy a rychlosti žádané hodnoty a poruchové veličiny a spočítal trvalou regulační odchylku. U přesných obvodů je tato odchylka nulová.

Příklady jsem záměrně řešil takové, abych ukázal rozdílnost výstupů při použití rozdílných regulátorů pro soustavy proporcionální i integrační a mohl je okomentovat. Z řešených příkladů s proporcionální soustavou se jeví jako výhodné použít regulátor s integrační složkou, získaný obvod je typu 1 a pokud je stabilní, tak je i přesný pro skok polohy žádané hodnoty i poruchové veličiny. Při použití regulátoru bez integrační složky je získaný obvod typu 0, pokud je stabilní, vzniká vždy trvalá regulační odchylka. Při řešení obvodu s integrační soustavou je výhodné použít regulátor bez integrační složky, obvod typu 1, v opačném případě získáme obvod typu 2, který má dobré vlastnosti z hlediska přesnosti, ale horší z hlediska stability. S rostoucím typem obvodu, tedy rostoucím počtem integračních složek se zlepšuje přesnost, ale zhoršuje stabilita. Se zvyšujícím se řádem setrvačnosti soustavy je výsledná přechodová charakteristika více kmitavá.

U všech řešených příkladů jsem se dopočítal očekávaných výsledků, množství příkladů odpovídá časové náročnosti a rozsahu práce. Typy příkladů jsou voleny tak, abych pokryl co nejvíce možných regulačních obvodů. Pokud by v budoucnu chtěl někdo na tuto práci navázat, bylo by dobré, kdyby se zaměřil buď na konkrétní vlastnost obvodů, nebo určité typy obvodů, aby v daném rozsahu spočítal co nejvíce příkladů pro porovnání.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK, A. *Základy automatické regulace*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2006. 198s. ISBN 80-248-1068-9.
- [2] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. Praha: Nakladatelství BEN-technická literatura, 2003. 664s. ISBN 80-7300-020-2.
- [3] ŠVARC, I.; MATOUŠEK, R.; ŠEDA, M.; VÍTEČKOVÁ, M. *Automatické řízení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 348s. ISBN 978-80-214-4398-3.
- [4] ŠVARC, I.; ŠEDA, M.; VÍTEČKOVÁ, M. *Automatické řízení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2007. 324s. ISBN 978-80-214-3491-2.
- [5] ŠVEC, J.; ŠIŠKA, I.; VAVŘÍN, P. *Teorie řízení I – Lineární systém*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1982. 208s.
- [6] BALÁTĚ, J.; ŠVARC, I. *Sbírka řešených příkladů z automatizace*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1980. 252s.
- [7] ZÍTEK, P.; HOFREITER, M.; HLAVA, J. *Automatické řízení*. Praha: ČVUT Praha, 2001. 148s. ISBN 80-01-02044-4.
- [8] HORÁČEK, P. *Systémy a modely*. Praha: ČVUT Praha, 1999. 234s. ISBN 80-01-01923-3.
- [9] KARBAN, P. *Výpočty a simulace v programech Matlab a Simulink*. Brno: Computer press, 2006. 220s. ISBN 978-80-251-1448-3 .
- [10] MATHWORKS, Inc. *Matlab documentation* [online]. [cit.2013-05-19]. Dostupné z: <<http://www.mathworks.com/help/matlab/>>.