



Fuzzy řízení

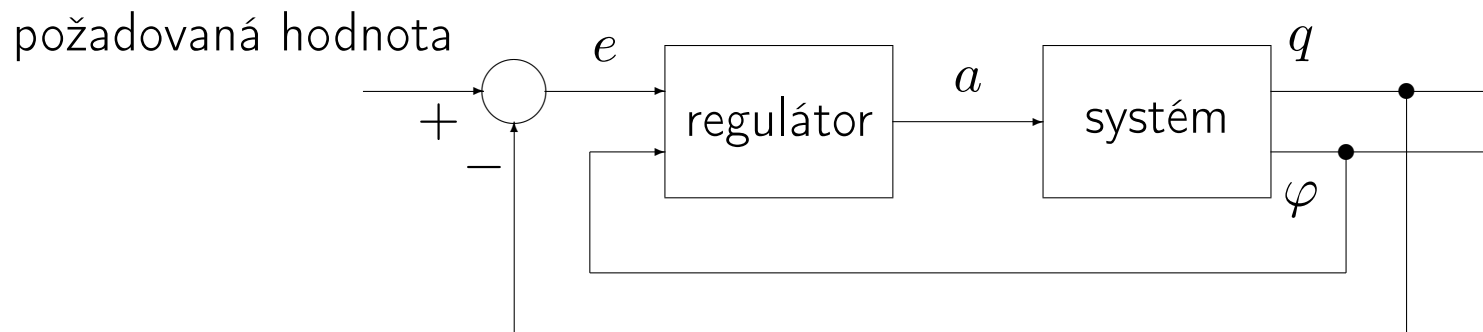
Mirko Navara, Praha, Czech Republic

Center for Machine Perception

Faculty of Electrical Engineering, Czech Technical University

166 27 Praha, Czech Republic

<http://cmp.felk.cvut.cz/~navara>





- ◆ Nelinearita
 - ◆ Omezení řídicích veličin
 - ◆ Další požadavky na řízení (např. nulový překmit)
 - ◆ Parametry nejsou přesně známy (nebo jsou obtížně měřitelné)
 - ◆ Citlivost na změny parametrů a vstupních hodnot
 - ◆ Diskretizace
 - ◆ Zpoždění (např. při výpočtu řídicích veličin)
 - ◆ Nestacionární systémy (parametry se mění)
 - ◆ Model nepostihuje všechny důležité vztahy nebo je drasticky zjednodušený
 - ◆ Problémy s řešitelností
 - ◆ Postrádáme interpretaci parametrů regulátoru
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



[Zadeh 1973] navrhl použití fuzzy logiky v řízení (již dříve přispěl ke klasické teorii)

[Mamdani, Assilian 1975]: první fuzzy regulátor (parního stroje)

[Holmblad 1982]: fuzzy regulátor cementárenské pece (nelinearita, mnoho proměnných, předtím používáno ruční řízení)

[Sugeno 1985]: prototypy dalších průmyslových aplikací

[Yasunubo et al. 1983]: fuzzy regulátor metra v Sendai (od 1987)

Boom fuzzy regulátorů v 80. a 90. letech, zejména v Japonsku (hlavně pračky, vysavače, kamery, atd.)

Dnešek je rozhodující pro nasazení fuzzy řízení v náročnějších aplikacích

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Vstupy fuzzy regulátoru:

- ◆ požadované výstupní hodnoty
- ◆ skutečné výstupní hodnoty
- ◆ dle možnosti vnitřní stavu řízeného systému
- ◆ příp. další informace od uživatele, většinou jazykové

Vstupní proměnné jsou souřadnice ve **vstupním prostoru**, $\mathcal{X}$, obvykle konvexní podmnožině R^μ

Výstupy fuzzy regulátoru:

- ◆ řídicí akce (vstup řízeného systému)
- ◆ event. dodatečná informace pro uživatele

Výstupní proměnné jsou souřadnice ve **výstupní prostoru**, $\mathcal{Y}$, obvykle konvexní podmnožině R^ν

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Klasický regulátor realizuje zobrazení $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$

To lze interpretovat jako podmnožinu $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, a to

$$\{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \mid y = f(x)\},$$

které odpovídá ostrá funkce příslušnosti $R: \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \rightarrow \{0, 1\}$

$$R(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } y = f(x), \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Někdy lze získat návod od experta (nebo jinými technikami, jako je data mining) ve tvaru

if vstup je ... **then** výstup je ... **and**

...

if vstup je ... **then** výstup je ...

(báze **if-then pravidel**)

Pravidla jsou vágní, často s neostými hranicemi použitelnosti

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Zadehova myšlenka (1973): Informaci z báze pravidel lze vyjádřit pomocí fuzzy relace

$$R: \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$$

(fuzzy podmnožiny $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, $R \in \mathcal{F}(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$)

která zobecňuje klasickou řídicí funkci

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Zadehova myšlenka (1973): Informaci z báze pravidel lze vyjádřit pomocí fuzzy relace

$$R: \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$$

(fuzzy podmnožiny $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, $R \in \mathcal{F}(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$)

která zobecňuje klasickou řídicí funkci

Vnitřní **inferenční mechanismus** může pracovat s fuzzy podmnožinami vstupního/výstupního prostoru (místo s body) a zobrazovat fuzzy podmnožiny vstupního prostoru $\mathcal{X}$ na fuzzy podmnožiny výstupního prostoru $\mathcal{Y}$,

$$\Phi: \mathcal{F}(\mathcal{X}) \rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{Y})$$

Vstup může být fuzzy, ale obvykle je ostrý.

Někdy bývá ostrý vstup fuzzifikován.

Výstup může být fuzzy, ale obvykle je požadována ostrá hodnota, proto jako poslední krok musí proběhnout **defuzzifikace** $\Delta: \mathcal{F}(\mathcal{Y}) \rightarrow \mathcal{Y}$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Báze pravidel:

if X je A_1 then Y je C_1 and

...

if X je A_n then Y je C_n

kde

$X \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ je fuzzy vstup

$Y = \Phi(X) \in \mathcal{F}(\mathcal{Y})$ je odpovídající fuzzy výstup

$A_i \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$, $i = 1, \dots, n$, jsou **antecedenty** (**premisy**), které lze interpretovat jako

- ◆ předpoklady,
- ◆ oblasti použitelnosti pravidel, nebo
- ◆ typické fuzzy vstupy

$C_i \in \mathcal{F}(\mathcal{Y})$, $i = 1, \dots, n$, jsou **konsekventy** vyjadřující požadované výstupy

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Antecedenty jsou podmnožiny mnohadimenzionálních prostorů
 Nesou informace o několika proměnných (stejně tak konsekventy)
 Obvykle bývají rozloženy na konjunkce (cylindrická rozšíření) jednodimenzionálních fuzzy množin

Pravidla jsou pak tvaru

if A_1 je A_{i1}
 and ...
 and A_μ je $A_{i\mu}$
then C_1 je C_{i1}
 and ...
 and C_ν je $C_{i\nu}$

$i = 1, \dots, n$

Má-li antecedent složitější tvar (např. nekonvexní), lze jej přibližně aproximovat více pravidly výše uvedeného tvaru

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



1. Ignorujeme konjunkce (cylindrická rozšíření) a připouštíme libovolný tvar antecedentů

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



1. Ignorujeme konjunkce (cylindrická rozšíření) a připouštíme libovolný tvar antecedentů
 2. Rozkládáme výstup a jednotlivé proměnné uvažujeme nezávisle. Bez újmy na obecnosti uvažujeme systém MISO (Multiple Input Single Output).
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Báze pravidel je reprezentována fuzzy relací $R \in \mathcal{F}(\mathcal{X} \times \mathcal{Y})$

Výstup Y vznikne složením fuzzy relace R se vstupem X :

$$Y = \Phi(X) = X \circ R$$

$$Y(y) = \sup_{x \in \mathcal{X}} (R(x, y) \wedge X(x))$$

kde $\wedge$ je fuzzy konjunkce (zde předpokládáme, že je **spojitá**)

Supremum je standardní disjunkce, která nemá být nahrazena jinou disjunkcí, neboť může mít i nespočetně mnoho argumentů.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Nejpřirozenější myšlenka:

Fuzzy regulátor založený na reziduu:

$$R_{\text{RES}}(x, y) = \min_i (A_i(x) \xrightarrow{\text{R}} C_i(y))$$

kde $\xrightarrow{\text{R}}$ je fuzzy implikace, obvykle reziduovaná implikace,

$$\alpha \xrightarrow{\text{R}} \beta = \sup\{\gamma \in \langle 0, 1 \rangle \mid \gamma \wedge \alpha \leq \beta\}$$

Jelikož minimum je standardní konjunkce, tento přístup interpretuje bázi pravidel přirozeně jako konjunkci implikací.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Mamdaniho-Assilianův fuzzy regulátor:

$$R_{\text{MA}}(x, y) = \max_i (A_i(x) \wedge C_i(y))$$

To je disjunkce konjunkcí,
nikoli konjunkce implikací

Tyto výrazy nejsou zcela odlišné; pokud **ostré** množiny A_i , $i = 1, \dots, n$ tvoří rozklad $\mathcal{X}$ (tj. jsou navzájem disjunktní a $\bigcup_i A_i = \mathcal{X}$), pak $R_{\text{MA}} = R_{\text{RES}}$

Nicméně tak to obvykle není

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Spojitosť:

R_{RES} pouze pro $\wedge$ nilpotentní

R_{MA} vždy

Výpočetní složitost:

$$\Phi_{\text{RES}}(X)(y) = \sup_x \left(X(x) \wedge \min_i (A_i(x) \xrightarrow{R} C_i(y)) \right)$$

vyžaduje **3** vnořené cykly (přes $\mathcal{X}$ a $\mathcal{Y}$ a přes počet pravidel)

$$\Phi_{\text{MA}}(X)(y) = \sup_x \left(X(x) \wedge \max_i (A_i(x) \wedge C_i(y)) \right)$$

$$= \max_i \sup_x \left(X(x) \wedge A_i(x) \wedge C_i(y) \right)$$

$$= \max_i (\mathcal{D}(X, A_i) \wedge C_i(y))$$

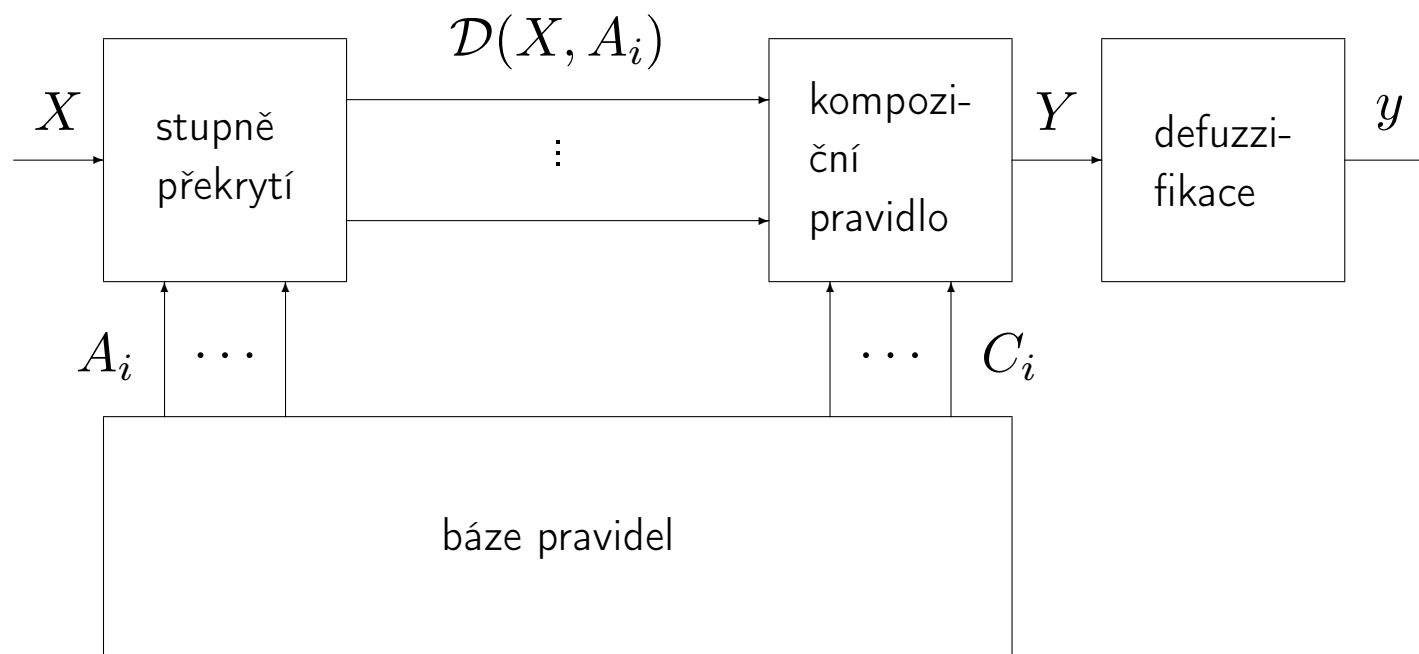
$\mathcal{D}(X, A_i) = \sup_x (X(x) \wedge A_i(x)) \dots$ **stupeň překrytí (nedisjunktnosti)**,

zde je roven **stupni použitelnosti** pravidla, **degree of firing (applicability)**

vyžaduje **2** vnořené cykly (přes $\mathcal{X}$ a počet pravidel), jejichž výsledkem jsou reálná čísla $\mathcal{D}(X, A_i)$, $i = 1, \dots, n$; pak opět **2** vnořené cykly (přes $\mathcal{Y}$ a počet pravidel)

Φ_{MA} je výpočetně efektivnější (přibližně $\#Y/2$ -krát)

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



1. **Úplnost**: $\bigcup_i \text{Supp } A_i = \mathcal{X}$, kde $\text{Supp } A_i = \{x \in \mathcal{X} \mid A_i(x) > 0\}$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



1. **Úplnost**: $\bigcup_i \text{Supp } A_i = \mathcal{X}$, kde $\text{Supp } A_i = \{x \in \mathcal{X} \mid A_i(x) > 0\}$
2. **Konzistence**: $(A_i = A_j) \Rightarrow (C_i = C_j)$ (velmi slabá podmínka)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



1. **Úplnost**: $\bigcup_i \text{Supp } A_i = \mathcal{X}$, kde $\text{Supp } A_i = \{x \in \mathcal{X} \mid A_i(x) > 0\}$
2. **Konzistence**: $(A_i = A_j) \Rightarrow (C_i = C_j)$ (velmi slabá podmínka)
3. **Spojitost**: $(A_i, A_j \text{ jsou „sousední antecedenty“}) \Rightarrow (C_i \cap C_j \neq \emptyset)$
obvykle
 $(A_i \cap A_j \neq \emptyset) \Rightarrow (C_i \cap C_j \neq \emptyset)$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



1. **Úplnost**: $\bigcup_i \text{Supp } A_i = \mathcal{X}$, kde $\text{Supp } A_i = \{x \in \mathcal{X} \mid A_i(x) > 0\}$

2. **Konzistence**: $(A_i = A_j) \Rightarrow (C_i = C_j)$ (velmi slabá podmínka)

3. **Spojitosť**: $(A_i, A_j \text{ jsou „sousední antecedenty“}) \Rightarrow (C_i \cap C_j \neq \emptyset)$
obvykle

$$(A_i \cap A_j \neq \emptyset) \Rightarrow (C_i \cap C_j \neq \emptyset)$$

4. **Interakce**: $\forall j : \Phi(A_j) = C_j$
obvykle zeslabená pro ostré vstupy na:

Výstup regulátoru má být sjednocením výstupů jednotlivých pravidel
(tato zeslabená podmínka je pro Mamdaniho-Assilianův regulátor vždy splněna)

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Antecedenty (jednodimenzionální) mají být

♦ **silně normální**, $\forall i \exists x \in \mathcal{X} : A_i(x) = 1$

♦ spojité

♦ symetrické (dle možnosti, nikoli na hranicích vstupního prostoru!)

Doporučený stupeň překrytí sousedních antecedentů (počítaný pomocí standardní konjunkce, min) je $1/2$

Doporučené koncové body nosiče antecedentů jsou vrcholy sousedních antecedentů

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Úplnost je požadována, protože v každé situaci potřebujeme mít aspoň jedno použitelné pravidlo

Přesto bývá porušení úplnosti tolerováno z následujících důvodů:

- ♦ Vstup je nemožný (pak ale nemá být zahrnut do vstupního prostoru!)
- ♦ Vstupní hodnoty jsou fuzzifikovány, takže se vždy překrývají s nějakým antecedentem
- ♦ Řídká báze pravidel je doplněna interpolací [Kóczy et al. 1997]
- ♦ Některé vstupy nevyžadují žádnou akci (jen čekáme, co se stane)

Poslední případ lze formálně popsat pomocí dodatečného pravidla, „**else rule**“
 Rozhodně musíme specifikovat, co znamená „žádný výstup“;
 výstupní proměnné musí být vždy definovány

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Úplnost je požadována, protože v každé situaci potřebujeme mít aspoň jedno použitelné pravidlo

Přesto bývá porušení úplnosti tolerováno z následujících důvodů:

- ◆ Vstup je nemožný (pak ale nemá být zahrnut do vstupního prostoru!)
- ◆ Vstupní hodnoty jsou fuzzifikovány, takže se vždy překrývají s nějakým antecedentem
- ◆ Řídká báze pravidel je doplněna interpolací [Kóczy et al. 1997]
- ◆ Některé vstupy nevyžadují žádnou akci (jen čekáme, co se stane)

Poslední případ lze formálně popsat pomocí dodatečného pravidla, „**else rule**“

Rozhodně musíme specifikovat, co znamená „žádný výstup“;

výstupní proměnné musí být vždy definovány

Vynechávání pravidel je motivováno snahou redukovat počet pravidel

Někdy tabulky jazykových proměnných nepokrývají některé kombinace hodnot jazykových proměnných

To ještě nemusí znamenat, že antecedenty jsou neúplné; zbylé případy mohou být pokryty ostatními pravidly.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Kdy $\forall j : \Phi(A_j) = A_j \circ R_{MA} = C_j?$ (systém fuzzy relačních rovnic pro fuzzy relaci R_{MA})

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Kdy $\forall j : \Phi(A_j) = A_j \circ R_{\text{MA}} = C_j$ (systém fuzzy relačních rovnic pro fuzzy relaci R_{MA})

Pro Mamdaniho-Assilianův regulátor: **Theorem**: $\forall j : \Phi_{\text{MA}}(A_j) \geq C_j$

Theorem [de Baets 1996, Perfilieva, Tonis 1997]: $(\forall j : \Phi_{\text{MA}}(A_j) = C_j)$, právě když $(\forall i \forall j : \mathcal{D}(A_i, A_j) \leq \mathcal{I}(C_i, C_j))$,

kde $\mathcal{I}(C_i, C_j) = \inf_y (C_i(y) \xrightarrow{\text{R}} C_j(y))$

(implikace $\xrightarrow{\text{R}}$ musí být residuum fuzzy konjunkce $\wedge$)

Místo $\mathcal{I}(C_i, C_j)$ můžeme použít $\mathcal{E}(C_i, C_j) = \inf_y (C_i(y) \xleftrightarrow{\text{R}} C_j(y))$

(**stupeň nerozlišitelnosti (podobnosti)**),

kde $\alpha \xleftrightarrow{\text{R}} \beta = \min(\alpha \xrightarrow{\text{R}} \beta, \beta \xrightarrow{\text{R}} \alpha) = (\alpha \xrightarrow{\text{R}} \beta) \wedge (\beta \xrightarrow{\text{R}} \alpha)$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Pokud $\wedge$ je standardní či striktní, pak podmínka $\mathcal{D}(A_i, A_j) \leq \mathcal{E}(C_i, C_j)$ je splněna ve dvou případech:

- ◆ $\mathcal{E}(C_i, C_j) > 0$; pak $\text{Supp } C_i = \text{Supp } C_j$, což je neobvyklé,
- ◆ $\mathcal{E}(C_i, C_j) = 0$; pak $\mathcal{D}(A_i, A_j) = 0$, $\text{Supp } A_i \cap \text{Supp } A_j = \emptyset$; pro spojitě stupně příslušnosti je úplnost splněna jen ve své nejslabší variantě.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Pokud $\wedge$ je standardní či striktní, pak podmínka $\mathcal{D}(A_i, A_j) \leq \mathcal{E}(C_i, C_j)$ je splněna ve dvou případech:

- ♦ $\mathcal{E}(C_i, C_j) > 0$; pak $\text{Supp } C_i = \text{Supp } C_j$, což je neobvyklé,
- ♦ $\mathcal{E}(C_i, C_j) = 0$; pak $\mathcal{D}(A_i, A_j) = 0$, $\text{Supp } A_i \cap \text{Supp } A_j = \emptyset$; pro spojitě stupně příslušnosti je úplnost splněna jen ve své nejslabší variantě.

Tento problém nenastává pro $\wedge$ nilpotentní.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Pokud $\wedge$ je standardní či striktní, pak podmínka $\mathcal{D}(A_i, A_j) \leq \mathcal{E}(C_i, C_j)$ je splněna ve dvou případech:

- ♦ $\mathcal{E}(C_i, C_j) > 0$; pak $\text{Supp } C_i = \text{Supp } C_j$, což je neobvyklé,
- ♦ $\mathcal{E}(C_i, C_j) = 0$; pak $\mathcal{D}(A_i, A_j) = 0$, $\text{Supp } A_i \cap \text{Supp } A_j = \emptyset$; pro spojitě stupně příslušnosti je úplnost splněna jen ve své nejslabší variantě.

Tento problém nenastává pro $\wedge$ nilpotentní.

Nicméně tato volba opět může způsobit problémy s úplností.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Theorem: $\forall j : \Phi_{\text{RES}}(A_j) \leq C_j$

Theorem: Pokud existuje fuzzy relace R taková, že $\forall j : A_j \circ R = C_j$, pak také R_{RES} splňuje tyto rovnosti (a je největším řešením).

Co se stane, je-li porušena interakce?

Nic vážného, obvykle je to kompenzováno během ladění regulátoru.

Nicméně je tím zkreslena interpretace pravidel.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Lze ji získat

♦ dotazem u experta

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Lze ji získat

- ◆ dotazem u experta
- ◆ pozorováním jeho činnosti

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Lze ji získat

- ◆ dotazem u experta
- ◆ pozorováním jeho činnosti
- ◆ kombinací s analytickým modelem (je-li k dispozici)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Lze ji získat

- ◆ dotazem u experta
- ◆ pozorováním jeho činnosti
- ◆ kombinací s analytickým modelem (je-li k dispozici)
- ◆ podle podobného problému

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Lze ji získat

- ◆ dotazem u experta
- ◆ pozorováním jeho činnosti
- ◆ kombinací s analytickým modelem (je-li k dispozici)
- ◆ podle podobného problému

Automatické odvození pravidel je možné pomocí metod shlukové analýzy v prostoru $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$
Shluky jsou aproximovány cylindrickým rozšířením antecedentů a konsekventů.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ♦ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ♦ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ♦ přidávat nová pravidla

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ◆ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ◆ přidávat nová pravidla
- ◆ odstraňovat nepotřebná pravidla nebo je spojovat s jinými

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ◆ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ◆ přidávat nová pravidla
- ◆ odstraňovat nepotřebná pravidla nebo je spojovat s jinými

a to pomocí

- ◆ experimentů s regulátorem

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ◆ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ◆ přidávat nová pravidla
- ◆ odstraňovat nepotřebná pravidla nebo je spojovat s jinými

a to pomocí

- ◆ experimentů s regulátorem
- ◆ pozorováním člověka řídicího systém (zde je důležitá interpretovatelnost pravidel)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ◆ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ◆ přidávat nová pravidla
- ◆ odstraňovat nepotřebná pravidla nebo je spojovat s jinými

a to pomocí

- ◆ experimentů s regulátorem
- ◆ pozorováním člověka řídicího systém (zde je důležitá interpretovatelnost pravidel)

s použitím

- ◆ neuronových sítí,

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Při ladění můžeme

- ◆ měnit funkce příslušnosti antecedentů a konsekventů
- ◆ přidávat nová pravidla
- ◆ odstraňovat nepotřebná pravidla nebo je spojovat s jinými

a to pomocí

- ◆ experimentů s regulátorem
- ◆ pozorováním člověka řídícího systém (zde je důležitá interpretovatelnost pravidel)

s použitím

- ◆ neuronových sítí,
 - ◆ genetických algoritmů atd.
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



◆ Spojitost

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



- ◆ Spojitost
- ◆ Jednoznačnost

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38

Požadavky na defuzzifikaci



m p

- ◆ Spojitost
- ◆ Jednoznačnost
- ◆ Nízká výpočetní složitost

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Spojitost
- ◆ Jednoznačnost
- ◆ Nízká výpočetní složitost
- ◆ Přijatelnost (výsledná hodnota by měla být zhruba uprostřed nosiče a mít velký stupeň příslušnosti)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Spojitost
 - ◆ Jednoznačnost
 - ◆ Nízká výpočetní složitost
 - ◆ Přijatelnost (výsledná hodnota by měla být zhruba uprostřed nosiče a mít velký stupeň příslušnosti)
 - ◆ Sčítání vah? (Pokud se překrývají konsekventy několika použitelných pravidel, má se jejich účinek sčítat?)
-

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekvencí
 - Spojitost: výborná
 - Jednoznačnost: není problém
 - Výpočetní složitost: vysoká
 - Přijatelnost: pochybná! (může vybrat hodnotu v sedle mezi dvěma vrcholy)

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekventů
 - ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekventů
 - Spojitost: výborná
 - Jednoznačnost: není problém
 - Výpočetní složitost: mírná (těžiště odpovídající jednotlivým pravidlům lze někdy vypočítat předem)
 - Přijatelnost: pochybná! (může vybrat hodnotu v sedle mezi dvěma vrcholy)
-

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště největší oblasti
 - Spojitost: někdy porušena
 - Jednoznačnost: může být porušena
 - Výpočetní složitost: mírná
 - Přijatelnost: přiměřená
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště největší oblasti
 - ◆ První/poslední maximum
 - Spojitost: špatná!
 - Jednoznačnost: jen díky dodatečnému kritériu
 - Výpočetní složitost: nízká
 - Přijatelnost: přiměřená
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekventů
- ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekventů
- ◆ Těžiště největší oblasti
- ◆ První/poslední maximum
- ◆ Střed maxim
 - Spojitost: špatná!
 - Jednoznačnost: jen díky dodatečnému kritériu
 - Výpočetní složitost: nízká
 - Přijatelnost: může být problematická

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekventů
 - ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekventů
 - ◆ Těžiště největší oblasti
 - ◆ První/poslední maximum
 - ◆ Střed maxim
 - ◆ Jakékoli maximum (náhodně vybrané)
 - Spojitost: špatná!
 - Jednoznačnost: může být porušena!
 - Výpočetní složitost: nízká
 - Přijatelnost: přiměřená
 - Použitelná pro libovolný tvar konsekventů (nemusí být konvexní, ba ani numerický)
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekvantů
- ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekvantů
- ◆ Těžiště největší oblasti
- ◆ První/poslední maximum
- ◆ Střed maxim
- ◆ Jakékoli maximum (náhodně vybrané)
- ◆ Výšková defuzzifikace (počítáme vážený průměr ostrých hodnot odpovídajících jednotlivým pravidlům)
 - Spojitost: dobrá
 - Jednoznačnost: není problém
 - Výpočetní složitost: nízká
 - Přijatelnost: pochybná!
 - Ztrácí se některé rysy fuzzy řízení

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



- ◆ Těžiště – ignoruje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště těžišť – respektuje násobnost překrývajících se konsekvantů
 - ◆ Těžiště největší oblasti
 - ◆ První/poslední maximum
 - ◆ Střed maxim
 - ◆ Jakékoli maximum (náhodně vybrané)
 - ◆ Výšková defuzzifikace (počítáme vážený průměr ostrých hodnot odpovídajících jednotlivým pravidlům)
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Problémy defuzzifikace:

- ◆ Vícenásobná maxima
 - ◆ Spojitý přechod mezi pravidly
 - ◆ Pokud nosiče konsekventů nejsou omezené, rozšíření univerza může způsobit změnu výstupů
-

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Používá obecnější tvar

if X je A_1 **then** Y je $f_1(X)$ **and**

...

if X je A_n **then** Y je $f_n(X)$

kde f_i , $i = 1, \dots, n$, jsou libovolné funkce vstupních proměnných (obvykle lineárních)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Používá obecnější tvar

if X je A_1 **then** Y je $f_1(X)$ **and**

...

if X je A_n **then** Y je $f_n(X)$

kde f_i , $i = 1, \dots, n$, jsou libovolné funkce vstupních proměnných (obvykle lineárních)

f_i může být zejména výstup klasického regulátoru

Výhodou je stanovení předpokladů použití jednotlivých pravidel; fuzzy předpoklady dovolují spojitý přechod mezi pravidly

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Používá obecnější tvar

if X je A_1 **then** Y je $f_1(X)$ **and**

...

if X je A_n **then** Y je $f_n(X)$

kde f_i , $i = 1, \dots, n$, jsou libovolné funkce vstupních proměnných (obvykle lineárních)

f_i může být zejména výstup klasického regulátoru

Výhodou je stanovení předpokladů použití jednotlivých pravidel; fuzzy předpoklady dovolují spojitý přechod mezi pravidly

Výstup je obvykle lineární kombinace (vážený průměr) výstupů jednotlivých pravidel; zohledňuje stupně použitelnosti pravidel

Odpadá defuzzifikace

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Problémy:

- ◆ Je obtížné zaručit vlastnosti, např. stabilitu
- ◆ Počet pravidel
- ◆ Přidáváním nových pravidel se výstup Mamdaniho-Assilianova regulátoru zvětšuje, u regulátoru založeného na reziduu se naopak zmenšuje; v obou případech hrozí degenerace

Výhody:

- ◆ Snadný návrh a ladění
- ◆ Jednoduchost a rychlost
- ◆ Interpretovatelná pravidla (před i po ladění)
- ◆ Umožňuje kombinaci teoretického modelu, automatického vylepšování a lidské zkušenosti
- ◆ **Univerzální aproximační vlastnost:** Pro každou spojitou funkci na omezeném uzavřeném univerzu a pro každé kladné ε existuje fuzzy regulátor, který funkci aproximuje s přesností ε .

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Problémy:

- ◆ Je obtížné zaručit vlastnosti, např. stabilitu
- ◆ Počet pravidel
- ◆ Přidáváním nových pravidel se výstup Mamdaniho-Assilianova regulátoru zvětšuje, u regulátoru založeného na reziduu se naopak zmenšuje; v obou případech hrozí degenerace

Výhody:

- ◆ Snadný návrh a ladění
- ◆ Jednoduchost a rychlost
- ◆ Interpretovatelná pravidla (před i po ladění)
- ◆ Umožňuje kombinaci teoretického modelu, automatického vylepšování a lidské zkušenosti
- ◆ **Univerzální aproximační vlastnost:** Pro každou spojitou funkci na omezeném uzavřeném univerzu a pro každé kladné ε existuje fuzzy regulátor, který funkci aproximuje s přesností ε .
Nicméně počet pravidel není omezen (podobně jako u Weierstrassovy věty).

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

Rozhodování

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

Rozhodování

Expertní systémy

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

Rozhodování

Expertní systémy

Interface mezi člověkem a strojem

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

Rozhodování

Expertní systémy

Interface mezi člověkem a strojem

Inteligentní vyhledávání v databázích (Google)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



Kdekoli, kde se používá aproximace, mj. v počítačovém vidění

Rozhodování

Expertní systémy

Interface mezi člověkem a strojem

Inteligentní vyhledávání v databázích (Google)

Kdekoli, kde potřebujeme jazykové informace využít v programu

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38



[Kóczy et al. 1997] P. Baranyi, I. Bavelaar, L. Kóczy, A. Titli: Inverse báze pravidel of various fuzzy interpolation techniques, In: *Proc. Congress IFSA 97*, Vol. II, Praha, 121–126, 1997.

[de Baets 1996] B. de Baets: A note on Mamdani regulators, In: D. Ruan, P. D'hondt, P. Govaerts and E. Kerre (eds.), *Intelligent Systems and Soft Computing for Nuclear Science and Industry*, World Scientific Publishing, Singapore, 1996, 22–28.

[Driankov et al. 1993] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank: *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer, Berlin, Heidelberg, 1993.

[Kruse et al. 1994] R. Kruse, J. Gebhardt, F. Klawon: *Foundations of Fuzzy Systems*. J. Wiley, 1994.

[Mamdani, Assilian 1975] E.H. Mamdani, S. Assilian: An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic regulator, *J. Man-Machine Stud.* **7** (1975) 1–13.

[Moser, Navara 2002] Moser, B., Navara, M.: Fuzzy regulators with conditionally firing rules. *IEEE Trans. Fuzzy Systems* **10** (2002), No. 3, 340–348.

[Perfilieva, Tonis 1997] I. Perfilieva, A. Tonis: Criterion of solvability of fuzzy relational equations systém. In: M. Mareš, R. Mesiar, V. Novák, J. Ramík, and A. Stupňanová, (eds.), *Proceedings of IFSA'97*, Academia, Prague, 1997, 90–95.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

Literatura		c m p	
[Zadeh 1973] L.A. Zadeh: Outline new approach to the analysis of complex systems and decision processes. <i>IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics</i> 3 (1973) 28–44.		1	2
		3	4
		5	6
		7	8
		9	10
		11	12
		13	14
		15	16
		17	18
		19	20
		21	22
		23	24
		25	26
		27	28
		29	30
		31	32
		33	34
		35	36
		37	38