

Příklady k procvičení

1. Načrtněte grafy funkcí $f(-x)$, $-f(x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$, $\frac{1}{f(x)}$, je-li:

a) $f(x) = x + 1$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

c) $f(x) = \cos(3x)$

2. Načrtněte grafy funkcí:

a) $f(x) = |x^2 - 2x|$

e) $f(x) = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$

b) $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$

f) $f(x) = -\sin(2x + \pi)$

c) $f(x) = e^{x+1} - 2$

g) $f(x) = 2 \arcsin |x|$

d) $f(x) = \ln(-x - 1)$

h) $f(x) = -\operatorname{arccotg}(x + 1)$

3. Načrtněte grafy funkcí:

a) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

c) $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$

b) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

d) $f(x) = \sin(\arcsin x)$

4. Určete definiční obory funkcí:

a) $f(x) = \arccos(x - 2)$

c) $f(x) = \sqrt{\arctan(x^2 - 4)}$

b) $f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{2x-1}\right)$

d) $f(x) = \arccos(\ln x)$

5. Najděte funkce inverzní funkci k funkci f (stanovte předpis a do jednoho obrázku načrtněte grafy obou funkcí):

a) $f(x) = e^{x+1} + 2$

c) $f(x) = 1 + \arcsin(2x)$

b) $f(x) = 2 \ln(x - 3)$, $x \in (3, e + 3]$

d) $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in \left[0, \frac{3\pi}{4}\right)$

6. Zapište různými způsoby (pomocí intervalů, nerovností, příp. nerovnic s absolutní hodnotou):

a) ε -okolí bodu -1

b) prstencové okolí bodu 2 s poloměrem 1

c) pravé δ -okolí bodu 3

d) levé prstencové δ -okolí bodu x_0

Výsledky:

1.–3. Ke kontrole náčrtků použijte např. [Wolfram Alpha](#).

4. a) $D(f) = [1, 3]$; b) $D(f) = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$; c) $D(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$;
d) $D(f) = [\frac{1}{e}, e]$
5. a) $f^{-1}(x) = \ln(x - 2) - 1$, $D(f^{-1}) = H(f) = (2, +\infty)$, $H(f^{-1}) = D(f) = \mathbb{R}$;
b) $f^{-1}(x) = e^{\frac{x}{2}} + 3$, $D(f^{-1}) = H(f) = (-\infty, 2]$, $H(f^{-1}) = D(f) = (3, e + 3]$;
c) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \sin(x - 1)$, $D(f^{-1}) = H(f) = [1 - \frac{\pi}{2}, 1 + \frac{\pi}{2}]$, $H(f^{-1}) = D(f) = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$;
d) $f^{-1}(x) = \arctan(x) = \frac{\pi}{4}$, $D(f^{-1}) = H(f) = [-1, +\infty)$, $H(f^{-1}) = D(f) = [0, \frac{3\pi}{4})$
6. a) $U(1, \varepsilon) = (-1 - \varepsilon, -1 + \varepsilon)$; $-1 - \varepsilon \leq x \leq -1 + \varepsilon$; $|x + 1| < \varepsilon$;
b) $P(2, 1) = (1, 2) \cup (2, 3)$; $1 < x < 3$, $x \neq 2$; $0 < |x - 2| < 1$;
c) $U^+(3, \delta) = [3, 3 + \delta)$; $3 \leq x < 3 + \delta$;
d) $P^-(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0)$, $x_0 < x < x_0 + \delta$