

Příklady k procvičení

1. Vypočtěte limity:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x^2 - 4x - 5}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 6}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{2x - x^2} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

f) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x + 3} - 3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 3}{x + 3}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$

2. Vypočtěte limity:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^3}{2x^3 + 5}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x}{2 - x^3 - 4x^5}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 4x}{5 + x^3 - 2x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x - 3^{x+2})$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 3 \cdot 4^{x-1}}{2^{x+2} - 4^x}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 1})$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4} + 2x)$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3}{\sqrt{3x^4 - 1}}$

3. Vypočtěte limity:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{12x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(7x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x - \sin x}{2x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x)}{x - \frac{1}{2}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x \cdot \cot x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \cdot \cot x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x + x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \cdot \sin x}$

4. Určete hodnotu parametru $k \in \mathbb{R}$ tak, aby:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + kx - 18}{x - 3} \in \mathbb{R}$ (tj. limita existuje a je konečná); hodnotu limity určete

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} k \cdot \arctan(2x) = 5$

5. Načrtněte graf funkce f , která má všechny následující vlastnosti:

(i) $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$, $f(0) = -1$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ neexistuje

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

(iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(v) f má horizontální asymptotu $y = 1$ a právě jednu vertikální asymptotu $x = -2$

Výsledky:

1. a) $-\frac{3}{5}$; b) $-\frac{5}{3}$; c) $-\frac{4}{5}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{4}$; f) 6; g) $\frac{1}{6}$; h) 4
2. a) $-\frac{1}{2}$; b) 0; c) $-\infty$; d) $-\infty$; e) $\frac{3}{4}$; f) 0; g) $+\infty$; h) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
3. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{3}{7}$; c) 2; d) -2; e) 0; f) 0; g) 1; h) 0; i) 2
4. a) $k = 3$, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3} = 9$; b) $k = -\frac{10}{\pi}$
5. možné řešení:

