

Příklady k procvičení

1. Najděte všechny body nespojitosti funkce f a určete jejich typ:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - x - 12}$

d) $f(x) = \frac{2}{1 - e^{\frac{-x}{x+5}}}$

b) $f(x) = \arctan\left(\frac{x-6}{4-x}\right)$

e) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x + 1|}$

c) $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x+3}}}$

f) $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

2. Z definice vypočtěte $f'(x_0)$:

a) $f(x) = 1 - 3x^2$, $x_0 = 1$

c) $f(x) = \frac{1}{x-2}$, $x_0 = 3$

b) $f(x) = \sqrt{1-x}$, $x_0 = 0$

3. Načrtněte graf funkce f daných vlastností:

a) $D(f) = \mathbb{R}$, f je rostoucí (ostře) a má nespojitost prvního druhu v bodě $x = 2$

b) $D(f) = \mathbb{R}$ a f má nespojitost druhého druhu v bodě $x = -1$

c) f je spojitá na $D(f) = \mathbb{R}$ a $f'(5)$ neexistuje

d) $f(0) = 0$ a $f'(0) < 0$

e) $H(f) = (-1, 1)$, $f(2) < 0$ a $f'(2) = 0$

f) f nabývá svého maxima v bodě $x = 3$ a $f'(3)$ neexistuje

g) $D(f) = [-1, 3]$ a f nemá maximum ani minimum

Výsledky:

1. a) $x = -3$ bod odstranitelné nespojitosti, $x = 4$ bod nespojitosti II. druhu; b) $x = 4$ bod nespojitosti I. druhu (skok π); c) $x = -3$ bod nespojitosti I. druhu (skok -1); d) $x = 0$ bod nespojitosti II. druhu, $x = -5$ bod nespojitosti I. druhu (skok -2); e) $x = -1$ bod nespojitosti I. druhu (skok -4); f) $x = 0$ bod odstranitelné nespojitosti, $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ body nespojitosti II. druhu
2. a) $f'(x_0) = -6$; b) $f'(x_0) = -1$; c) $f'(x_0) = -1$
3. dotazy/kontrola výsledků na `zahram05@prf.jcu.cz`