

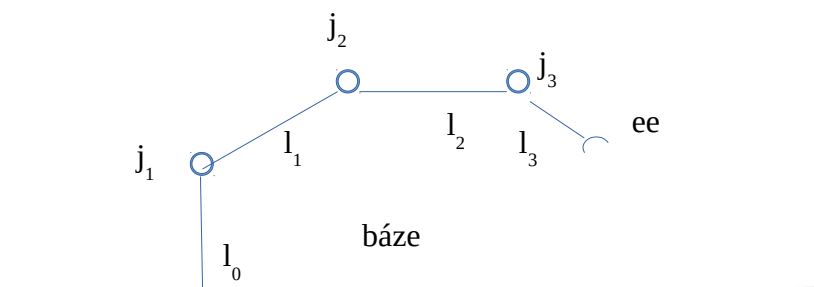
Robotické ruce

Nejčastější používaný robot v současné praxi

Velmi dobře je popsatelná přímá úloha, naopak zpětná úloha je řešitelná obtížně.

Jedná se vlastně o sekvenci:

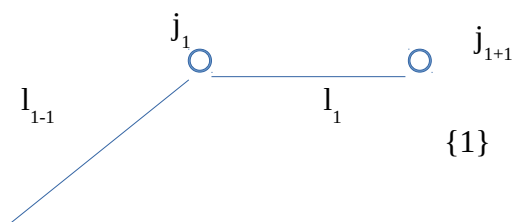
- Kloubů – značí se j_i , kde $i=1..n$
- Ramen – značí se l_i , kde $i=0..n$, rameno l_0 může chybět a ruka může začínat kloubem



Klouby můžeme mít otočné a posuvné

- Oba mají jeden stupeň volnosti (DOF – Dot Of Freedom)
- Častější (90 %) je otočný kloub

Přímá úloha



Máme:

- r spojených kloubů (řetězec)
- $r+1$ ramen
- $(r+1)$ souřadnic
- j_i hýbe s l_i
- systém $\{i\}$ je svázán s l_i
- $\{r\}$ – end effector

$${}^T b_{ee} = ?$$

$${}^T b_{ee} = T_{l_0} \cdot T_{j_1}(g_1) \cdot T_{l_1} \cdot T_{j_2}(g_2) \cdot T_{l_2} \cdot T_{j_2}(g_2) \cdot T_{j_3}(g_3) \cdot T_{l_3} = T_{l_0} \cdot \prod_{i=1}^r T_{j_i}(g_i) \cdot T_{l_i}$$

Denavit-Hartenbergův zápis

2 konvence

1. Osou pro všechny klouby je z. Pro J_i je tak osou $z_{i-1} \rightarrow \{i-1\}$
2. L_i může být pouze:
 - posunutí podle osy x_i
 - rotace kolem osy x_i

Zapisujeme jako tabulku v následujícím tvaru:

Θ_i	d_i	a_i	α_i
Rotace kolem z	Posunutí ve směru z	Posunutí ve směru x	Rotace kolem x

Takovýto řádek vede na výpočet:

$$T_{Rot}(\Theta_i, z) \cdot T_{Trans}(d_i, z) \cdot T_{Trans}(a_i, x) \cdot T_{Rot}(\alpha_i, x)$$

Pouze Θ a d mohou být proměnné a klouby.

V praxi bývá DH obvykle dán výrobcem robota.

Příklad

2d robot s dvěma otočnými klouby a dvěma rameny. Začíná kloubem, ramena jsou dlouhá 0,3 a 0,5.

DH Zápis:

i	Θ	d	a	α
1	q1	0	0,5	0
2	q2	0	0,3	0

Vede to na výpočet:

$$T_{Rot}(q_1, z) \cdot T_{Trans}(0.5, x) \cdot T_{Rot}(q_2, z) \cdot T_{Trans}(0.3, x) =$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0.3c_{12} + 0.5c_1 \\ s_{12} & c_{12} & 0.3s_{12} + 0.5s_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

kde $c_1 = \cos(q_1)$, $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$ atd.

Odtud již přímo vidíme:

$$x = 0.3 c_{12} + 0.5 c_1$$

$$y = 0.3 s_{12} + 0.5 s_1$$

což je vlastně přímá kinematika.

Příklad – Stäubli robot



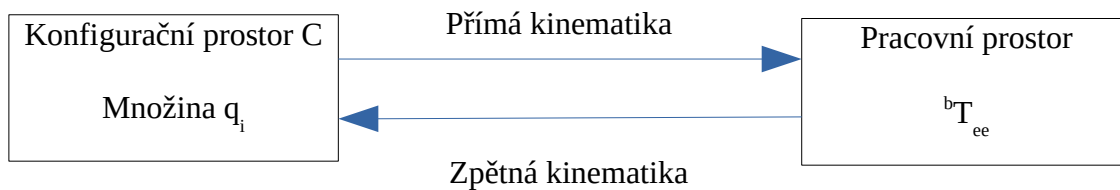
i	Θ	d	a	α
1	q_1	0	0	90°
2	q_2	0.16	-0.4	0
3	q_3	-0.14	0	90°
4	q_4	0.45	0	90°
5	q_5	0	0	-90°
6	q_6	0.07	0	0

Příklad – Scara robot



i	Θ	d	a	α
0	0	0.5	0	0
1	q_1	0	0.7	0
2	q_2	0	0.7	0
3	0	q_3	0	0
4	q_4	0	0	0

Inverzní kinematika



Většinou obtížně řešitelné. Analytické řešení (výpočet) jen u speciálních případů.

Příklad:

2d robot s dvěma otočnými klouby daný DH notací:

i	Θ	d	a	α
1	q_1	0	0.5	0
2	q_2	0	0.3	0

Z přímé úlohy:

$$0.3 c_{12} + 0.5 c_1 = a$$

$$0.3 s_{12} + 0.5 s_1 = b$$

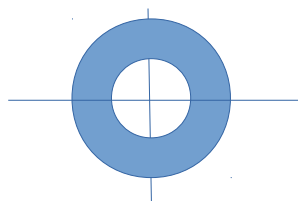
Řešíme tyto rovnice pro bod [a,b] a hledáme q_1 a q_2 . Rovnice umocníme a sečteme. Dostaneme:

$$c_2 = \frac{a^2 + b^2 - 0.34}{0.3}$$

Výsledek diskutujeme vůči hodnotě pravé strany. Máme pět případů:

1. $> 1 \rightarrow 0$ řešení
2. $= 1 \rightarrow 1$ řešení
3. $-1 < < 1 \rightarrow 2$ řešení
4. $= -1 \rightarrow 1$ řešení
5. $< -1 \rightarrow 0$ řešení

Pracovní prostor je mezikruží poloměrů 0.2 (0.5-0.3) a 0.8 (0.5+0.3). Uvnitř jsou dvě řešení, na hranici 1 a vně 0 řešení.



Příklad – sférický robot

Robot se středem v počátku, který se může otáčet do všech směrů a prodlužovat ruku od 0 do n.

V praxi se musí na začátek dát dva otočné klouby. Další kloub na konci otáčí end effectorem a pro výpočet IK není podstatný.

DH notace:

i	Θ	d	a	α
1	q_1	0	0	-90°
2	q_2	0	0	90°
3	0	q_3	0	0
4	q_4	0	0	0

Přímá úloha:

$$x = c_1 s_1 q_3$$

$$y = s_1 s_2 q_3$$

$$z = c_2 q_3$$

Po umocnění a sečtení dostaneme:

$$q_3 = \pm \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

dále pak

$$s_2 = \pm \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{q_3}}$$

$$c_2 = \frac{z}{q_3}$$

$$q_2 = \text{atan2}(s_2, c_2)$$

$$c_1 = \frac{x}{s_2 q_3}$$

$$s_1 = \frac{y}{s_2 q_3}$$

Máme-li řešení q_1, q_2, q_3 pak řešení je též $q_1 + \pi, -q_2, q_3$