

Příklady k procvičení

1. Vypočtete limity:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2 + x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{2^x - 2^{-x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln(1-x)}{x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln(x^2)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot e^{-3x}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln^2 x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\sin x)^{\tan x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0+} \ln x \cdot \ln(1-x)$

2. Vyšetřete intervaly ryzí monotonie a lokální extrémy funkce

a) $f(x) = e^{x^3-3x}$

b) $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

3. Rozhodněte, kolik řešení má rovnice

a) $x \ln(x) = -0.1$

b) $x + 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \pi$

Specifikujte interval, ve kterém se řešení nachází.

Výsledky:

1. a) -1 ; b) 1 ; c) $\frac{1}{\ln 2}$; d) $-\infty$; e) 0 ; f) 0 ; g) 0 ; h) $+\infty$; i) 1 ; j) 0
2. a) funkce f je ostře rostoucí na intervalech $(-\infty, -1)$, $(1, +\infty)$, ostře klesající na intervalu $(-1, 1)$, lokální minimum v $x = 1$ s hodnotou e^{-2} , lokální maximum v $x = -1$ s hodnotou e^2 ;
b) funkce f je ostře rostoucí na intervalech $(-\infty, 0)$, $(2, +\infty)$, ostře klesající na intervalu $(0, 2)$, lokální minimum v $x = 2$ s hodnotou 3
3. a) 2 řešení $x_1 \in (0, e^{-1})$, $x_2 \in (e^{-1}, 1)$; b) 1 řešení $x > 1$