5. Síla a pohyb

Kinematika popisuje pohyb těles pomocí veličin, jako jsou polohový vektor, rychlost a zrychlení, aniž by se zabývala tím, co tento pohyb způsobuje. Tím se zabývá část mechaniky známá jako dynamika. Základem klasické dynamiky jsou tři Newtonovy pohybové zákony.

Newtonovy zákony popisují fyzikální jevy ve velmi širokém rozsahu. Například vysvětlují pohyb hvězd a planet. Newtonovy zákony však selhávají v následujících dvou případech:

1. Když se rychlost těles blíží (1 % nebo více) rychlosti světla ve vakuu ($c = 8 \times 10^8$ m/s). V tomto případě musíme použít Einsteinovu speciální teorii relativity (1905).
2. Když se studované objekty stávají velmi malými (např. elektrony, atomy apod.). V tomto případě musíme použít kvantovou mechaniku (1926).

5

Síla a pohyb I

Všude na světě mají lidé v oblibě soutěže a rekordy. Snad proto, aby se přesvědčili, že hranice lidských možností lze neustále posouvat. A tak se tu a tam dovídáme o nejrůznějších neobvyklých výkonech, včetně neuvěřitelných siláckých kousků. Jeden z nich předvedl 4. dubna 1974 belgický silák John Massis, když se mu podařilo posunout dva osobní vagony newyorské železniční společnosti Long Island: zuby stiskl náústek připevněný k lanu, na němž byly vagony uvázány, zapřel se chodidly do pražců a zaklonil se. Vozy vážily kolem osmdesáti tun. Napadne nás, že Massis určitě musel vyvinout nadlidskou sílu, aby je uvedl do pohybu! Je tomu tak skutečně?

5.1 ČÍM JE ZPŮSOBENO ZRYCHLENÍ?

Pozorujeme-li, že rychlost nějakého malého tělíska mění svou velikost nebo směr, můžeme si být jisti, že něco muselo tuto změnu (toto zrychlení) *způsobit*. Z běžné zkušenosti totiž víme, že změna rychlosti tělesa je způsobena jeho interakcí s okolními objekty. Pozorujeme-li například hokejový kotouč, který klouže po ledové ploše a náhle se zastaví či náhle změní směr, usuzujeme, že určitě narazil do nějakého hrbolku na ledovém povrchu.

Zrychlení tělíska je způsobeno jeho **interakcí** (vzájemným působením) s okolními objekty. Kvantitativně ji popisujeme fyzikální veličinou, kterou nazýváme **síla**. Snadno si dokážeme představit, že některý z okolních objektů působí na tělísko například silou tlakovou nebo tahovou.* Úder povrchové nerovnosti do hokejového kotouče lze například popsat jako tlakové působení, které je příčinou zrychlení kotouče. Tato kapitola je věnována diskusi o vztahu mezi zrychlením a silami, které je způsobují. Jako první jej pochopil Isaac Newton (1642–1727). Teorii založenou na jeho způsobu prezentace tohoto vztahu nazýváme *newtonovskou mechanikou*.

Newtonovská mechanika není použitelná v každé situaci. O jednom omezení její platnosti už víme: v kap. 4 jsme se zmínili o případech, kdy rychlosti interagujících těles nejsou zanedbatelné ve srovnání s rychlostí světla. Tehdy musíme nahradit newtonovskou mechaniku Einsteinovou speciální teorií relativity, platnou pro všechny rychlosti, včetně rychlostí blízkých rychlosti světla. Druhé omezení souvisí přímo s povahou samotné fyzikální soustavy. Náleží-li interagující objekty do oblasti mikrosvěta (například elektrony v atomu), je třeba zaměnit newtonovskou mechaniku mechanikou kvantovou. Fyzikové dnes chápou newtonovskou mechaniku jako speciální případ těchto obecnějších teorií. Jedná se však o případ velmi významný, neboť je použitelný pro studium pohybu těles v obrovském rozsahu jejich velikostí, od objektů velmi malých, téměř na hranici atomové struktury, až k objektům astronomickým, jako jsou galaxie či jejich kupy.

Zamyslíme se nyní nad prvním pohybovým zákonem newtonovské mechaniky.

5.2 PRVNÍ NEWTONŮV ZÁKON

Před tím, než Newton formuloval svoji mechaniku, panoval názor, že jakési působení, tj. „síla“, je nezbytné pro udržení tělesa v pohybu se stálou rychlostí. Klid byl považován za „přirozený stav“ těles. Aby se těleso pohybovalo stálou rychlostí, mělo by být nějak poháněno, třeba tlakem či tahem. Jinak by se „přirozeně“ zastavilo. Takové úvahy se zdají být rozumné. Uvedeme-li například knihu do klouzavého pohybu po dřevěné podlaze, bude se skutečně zpomalovat a nakonec se zastaví. Hodláme-li docílit toho, aby po podlaze klouzala stálou rychlostí, měli bychom ji neustále tlačit či táhnout.

Po ledové ploše by ovšem kniha dorazila o něco dále. Lze si představovat stále delší a kluzčí plochy, po nichž by kniha klouzala do větší a větší vzdálenosti, než by se zastavila. V limitě můžeme uvažovat o dlouhé, extrémně kluzké ploše, kterou budeme nazývat **dokonale hladká podložka**. Při pohybu po ní se kniha takřka nezpomaluje. (Takovou situaci lze připravit v laboratoři, máme-li k dispozici vodorovnou vzduchovou lavici, podél níž se kniha pohybuje na vzduchovém polštáři.)

Dospěli jsme k závěru, že k udržení stálé rychlosti pohybu tělesa *nepotřebujeme* sílu. Dokážeme si jistě uvědomit, že ani k udržení rotačního pohybu tělesa, které bylo jednou roztočeno kolem nějaké vhodně zvolené osy, nepotřebujeme v ideálním případě žádné silové působení. Stačí si představit setrvačník. Prozatím však nebudeme další výklad tímto způsobem komplikovat, i když tím původní Newtonovu formulaci jeho mechaniky poněkud ochudíme. Abychom automaticky vyloučili úvahy o otáčivém pohybu, budeme pracovat výhradně s modelem *hmotného bodu* neboli *částice*, který jsme zavedli již v kap. 2, i když někdy, zejména v úlohách, budeme hovořit o tělese nebo konkrétním objektu. Částici, na kterou její okolí nepůsobí, nazveme volnou. **Volná částice** je samozřejmě opět jedním z idealizovaných modelů, který však vystihuje celou řadu reálných situací ve velmi dobrém přiblížení. Jako volná se částice chová například tehdy, nelze-li vliv jednotlivých okolních objektů na její pohyb zjistit v rámci přesnosti prováděných měření, anebo se vlivy okolních objektů nějakým způsobem kompenzují.

Dospíváme k formulaci prvního ze tří Newtonových pohybových zákonů.

První Newtonův zákon: Je-li volná částice v klidu vzhledem ke vhodně zvolené vztažné soustavě, pak v něm setrvá. Pohybuje-li se stálou rychlostí, bude v tomto pohybu neustále pokračovat.

Tento zákon dobře zapadá do úvah v čl. 4.8 o vztažných soustavách, jejichž vzájemná rychlost je konstantní. Bude-li volná částice v jedné z nich v klidu, bude se vůči druhé pohybovat stálou rychlostí. *Klid* částic nebo vztaž-

* Síla vyjadřuje vzájemné *působení objektů*. Při přesném vyjadřování bychom tedy měli hovořit o silách, kterými na sledované tělísko T *působí okolní objekty* A, B atd. Někdy však budeme stručně říkat, že na tělísko *působí síly*, aniž se staráme o jejich původ.

ných soustav se tedy nijak neliší od *rovnoměrného přímočarého pohybu*.

První Newtonův zákon lze interpretovat i tak, že *zaručuje existenci* preferovaných vztažných soustav, v nichž platí zákony newtonovské mechaniky. Tyto soustavy se vyznačují tím, že v nich jsou volné částice v klidu nebo se pohybují stálou rychlostí. Rychlost vzájemného pohybu takových soustav je tedy rovněž konstantní. Z uvedeného hlediska lze první Newtonův zákon vyjádřit takto:

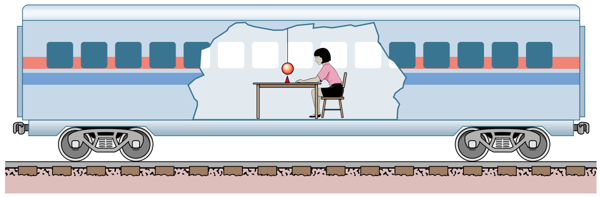
První Newtonův zákon: S každou volnou částicí lze spojit vztažnou soustavu, v níž jsou ostatní volné částice v klidu, nebo se vůči ní pohybují stálou rychlostí.

Newton sám se k formulacím svého prvého zákona vracel řadu let. V jeho díle jich dokážeme vystopovat celkem devět, lišících se zejména výstižností. Žádná z nich, stejně jako formulace dalších Newtonových zákonů, však neobsahuje výslovnou informaci o tom, k jaké vztažné soustavě se váže. Všechny totiž předpokládají **absolutní prostor** a **absolutní čas**, nezávislé na jakýchkoli objektech. Již z Galileiových pokusů však vyplynulo, že zákony mechaniky jsou stejné ve všech vztažných soustavách pohybujících se navzájem rovnoměrně přímočaře, a neumožňují tedy „absolutní prostor a čas" zjistit. V dnešním pojetí newtonovské mechaniky proto interpretujeme první Newtonův zákon jako axiom zaručující existenci *preferovaných* vztažných soustav, soustav **inerciálních**.

Prvnímu Newtonovu zákonu se někdy říká *zákon setrvačnosti*. Vztažné soustavy, které definuje, se nazývají *inerciální vztažné soustavy* nebo jednoduše *inerciální soustavy** .

Obr. 5.1 ukazuje, jak lze zjistit, zda daná vztažná soustava je inerciální. V železničním vagonu, který je v klidu vůči nástupišti, nakreslíme na stůl značku pod rovnovážnou polohu kyvadla. Při pohybu vagonu zůstává tělísko kyvadla neustále nad značkou jedině tehdy, je-li pohyb vagonu rovnoměrný přímočarý.

Pak je vagon inerciální soustavou.



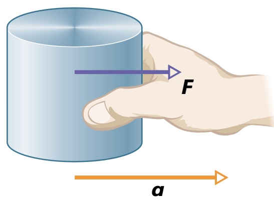
Obr. 5.1 Ověření inerciálnosti vztažné soustavy spojené s železničním vagonem.

Jestliže se vagon urychluje, zpomaluje či zatáčí, uhýbá tělísko od značky. Vůz je v takovém případě neinerciální vztažnou soustavou.

5.3 SÍLA

Síla způsobuje zrychlení tělesa. Jednotku síly nyní definujeme prostřednictvím zrychlení, které síla uděluje standardnímu referenčnímu tělesu. Jako referenční těleso použijeme (spíše v představě nežli ve skutečnosti) standardní kilogram z obr. 1.6. Toto těleso určuje definitoricky přesně hmotnost jednoho kilogramu.

Položíme standardní těleso na vodorovný, dokonale hladký stůl a táhneme je vpravo (obr. 5.2). Když dosáhneme měřeného zrychlení o velikosti $1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, definujeme velikost síly, kterou na těleso působíme, jako 1 newton (zkráceně N).



Obr. 5.2 Síla $\boldsymbol{F}$ působí na standardní kilogram a udílí mu zrychlení $\boldsymbol{a}$.

Můžeme také na standardní těleso působit silou 2 N a měřené zrychlení bude mít velikost $2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ atd. Obecně, má-li naše standardní těleso o hmotnosti 1 kg zrychlení o velikosti a, víme, že na ně musí působit síla, jejíž velikost F (v newtonech) je číselně rovna velikosti zrychlení (v metrech za sekundu na druhou).

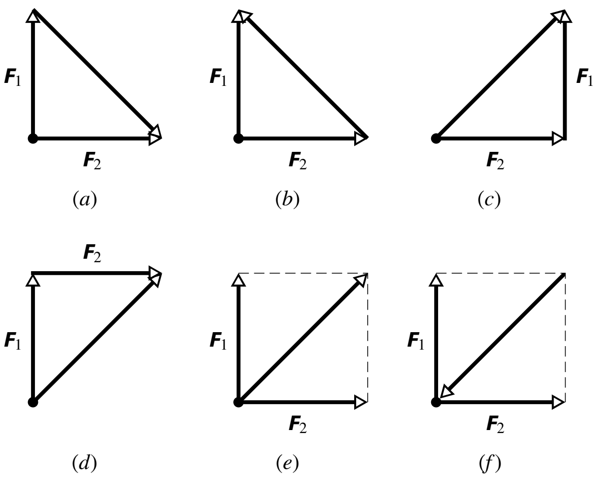
Velikost síly lze tedy měřit prostřednictvím velikosti zrychlení, které síla způsobuje. Zrychlení je však vektorovou veličinou, charakterizovanou jak velikostí, tak směrem. Je síla rovněž vektorovou veličinou? Síle můžeme přisoudit

* Inerciální vztažná soustava, stejně jako volná částice, jsou samozřejmě pouze idealizované modely. Vesmírná tělesa, například hvězdy, však lze za volné částice považovat s velmi dobrou přesností, neboť jejich vzájemné gravitační působení je zanedbatelné díky obrovským vzdálenostem mezi nimi. (Čtenář si může provést odhad velikosti gravitační síly, jíž na sebe působí například Slunce a nejbližší hvězda Proxima v souhvězdí Kentaura.) Vztažné soustavy spojené s takovými tělesy jsou pak v rámci této přesnosti inerciální. Často používáme inerciální soustavu spojenou se Sluncem, zvanou **Galileiova**. V ní umísťujeme počátek soustavy souřadnic do těžiště sluneční soustavy, souřadnicové osy jsou namířeny k vybraným hvězdám. Při studiu pohybů v „pozemských podmínkách" je ovšem výhodné spojovat vztažnou soustavu přímo s „pozemskou laboratoří", tj. povrchem Země v daném místě. Tato soustava však vlivem pohybu Země kolem Slunce a zejména vlivem její vlastní rotace není inerciální (odhadněte velikosti příslušných zrychlení). Pokud však neprovádíme velmi přesná měření, lze i s touto vztažnou soustavou, kterou nazýváme **laboratorní**, pracovat jako s inerciální.

směr velmi snadno, totiž shodně se směrem zrychlení. To však nestačí. Vektorový charakter sil musíme ověřit experimentem. Výsledek splňuje očekávání: síly jsou skutečně vektorové veličiny. Mají směr i velikost a skládají se podle pravidel pro sčítání vektorů, uvedených v kap. 3.

Pro označení sil budeme tedy používat tučných symbolů, nejčastěji $\boldsymbol{F}$. Symbol $\sum \boldsymbol{F}$ užijeme pro označení vektorového součtu několika sil, který nazveme **výslednou silou** neboli **výslednicí**. Jako každý vektor lze i jednotlivé síly či výslednici promítat do souřadnicových os a určovat jejich složky. Nakonec poznamenejme, že první Newtonův zákon platí nejen v případech, kdy na těleso nepůsobí žádné síly, ale i tehdy, když síly sice působí, ale jejich výslednice je nulová.

KONTROLA 1: Dvě kolmé síly $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$ na obrázku jsou kombinovány šesti různými způsoby. Které z nich správně určují výslednici $\sum \boldsymbol{F}$?



5.4 HMOTNOST

Každodenní zkušenost nám ukazuje, že jedna a táž síla uděluje různým tělesům různá zrychlení. Představme si, že na podlahu položíme fotbalový míč a stejně velký medicinbal, vycpaný látkou, a do obou prudce kopneme. Aniž bychom museli takový pokus uskutečnit, víme, jak dopadne: lehký fotbalový míč získá výrazně větší zrychlení než těžký medicinbal. Zrychlení obou těles jsou různá proto, že se liší jejich hmotnosti. Avšak co je to přesně hmotnost?

Měření hmotnosti vyložíme pomocí série myšlenkových experimentů. V prvním z nich budeme působit silou na standardní těleso, jehož hmotnost m_0 byla definována jako 1,0 kg. Předpokládejme, že velikost zrychlení standardního tělesa je $1{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Pak můžeme říci, že na těleso působí síla o velikosti 1,0 N.

Nyní budeme působit toutéž silou na jiné těleso, řekněme těleso X, jehož hmotnost není známa. (Je třeba se při tom nějakým způsobem ujistit, i když to může být obtížné, že působící síla je skutečně táž jako v prvním pokusu.)

Předpokládejme, že jsme u tělesa X naměřili zrychlení $0{,}25\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Víme, že *méně hmotný* fotbalový míč získá působením téže síly (při výkopu) *větší zrychlení* než hmotnější medicinbal. Můžeme tedy vyslovit následující hypotézu: hmotnosti dvou těles jsou v obráceném poměru velikostí jejich zrychlení, působí-li na obě tělesa stejná síla. Pro těleso X a standardní těleso to znamená, že platí

$$\frac{m_X}{m_0} = \frac{a_0}{a_X}.$$

Pak

$$m_X = m_0\frac{a_0}{a_X} = (1{,}0\,\mathrm{kg})\frac{(1{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})}{(0{,}25\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})} = 4{,}0\,\mathrm{kg}.$$

Naše hypotéza bude ovšem užitečná jedině tehdy, bude-li platit pro libovolnou velikost působící síly. Budeme-li například působit na standardní těleso silou o velikosti 8,0 N, naměříme zrychlení $8{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Bude-li tato síla působit na těleso X, udělí mu zrychlení o velikosti $2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Naše hypotéza pak vede k výsledku

$$m_X = m_0\frac{a_0}{a_X} = (1{,}0\,\mathrm{kg})\frac{(8{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})}{(2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})} = 4{,}0\,\mathrm{kg},$$

který souhlasí s experimentem. Četné další experimenty potvrzují, že vyslovená hypotéza umožňuje jednoznačně a spolehlivě přisoudit každému tělesu jeho hmotnost.

Experimenty také ukazují, že hmotnost je *vlastní* charakteristikou tělesa, tj. takovou, která je automaticky dána samotnou existencí tělesa. Plyne z nich i to, že hmotnost je skalární veličina. Zůstává však stále neodbytná otázka: Co je to přesně hmotnost?

Slova *hmotnost, hmota* se v běžné řeči hojně užívají. O hmotnosti má proto jistě každý intuitivní představu, snad představu něčeho, co lze přímo smyslově vnímat, „hmatat“. Je to velikost tělesa, jeho váha, jeho hustota… ?

Odpověď zní „ne“, přestože jsou tyto charakteristiky někdy s hmotností směšovány. Můžeme pouze říci, že *hmotnost tělesa je charakteristika, která určuje poměr mezi silou působící na těleso a udíleným zrychlením.*

Hmotnost již nelze definovat přesněji. K „fyzikálnímu vnímání“ hmotnosti můžeme dospět jedině tak, že budeme zkoušet urychlovat různá tělesa, například kopat do fotbalového míče nebo medicinbalu.

5.5 DRUHÝ NEWTONŮV ZÁKON

Všechny dosavadní definice, pokusy a pozorování lze shrnout do jednoduché vektorové rovnice, zvané druhý Newtonův pohybový zákon:

$$m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F} \quad \text{(druhý Newtonův zákon).} \tag{5.1}$$

Při použití rov. (5.1) si musíme ujasnit, na jaké těleso ji aplikujeme. Pak $\sum \boldsymbol{F}$ je vektorový součet (výslednice) *všech* sil, které působí na *ono* těleso. Do výslednice jsou zahrnuty pouze síly, které působí *na vymezené těleso*, na rozdíl od sil působících na jiná tělesa, která v zadané úloze mohou rovněž figurovat. Součet $\sum \boldsymbol{F}$ zahrnuje pouze *vnější* síly, tj. ty, jimiž na těleso působí jiná tělesa. Neobsahuje síly vnitřní, jimiž působí jednotlivé části tělesa na sebe navzájem.

Jako každá vektorová rovnice je i rov. (5.1) ekvivalentní třem rovnicím skalárním:

$$ma_x = \sum F_x, \quad ma_y = \sum F_y, \quad ma_z = \sum F_z. \tag{5.2}$$

Tyto rovnice představují vztahy mezi složkami zrychlení tělesa a odpovídajícími složkami výslednice sil, které na těleso působí.

Můžeme si všimnout, že druhý Newtonův zákon není v rozporu s prvním: těleso, na něž nepůsobí žádné síly, se podle rov. (5.1) pohybuje bez zrychlení.

V jednotkách SI podle rov. (5.2) platí

$$1\,\mathrm{N} = (1\,\mathrm{kg})(1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}, \tag{5.3}$$

což souhlasí s úvahami v čl. 5.3. Přestože budeme téměř výhradně pracovat s jednotkami soustavy SI, poznamenejme, že se stále ještě používají i jiné jednotky, zejména jednotky Britské soustavy a soustavy CGS (centimetr – gram – sekunda). Tab. 5.1 obsahuje příslušné převody. (Viz rovněž dod. D.)

Tabulka 5.1 **Jednotky v druhém Newtonově zákoně (rov. (5.1) a (5.2))**

SOUSTAVA	SÍLA	HMOTNOST	ZRYCHLENÍ
SI	newton	kilogram	m/s^2
CGS	dyn	gram	cm/s^2
britská*	libra (lb)	slug	ft/s^2

* 1dyn = 1 g·cm/s^2, 1 lb = 1slug·ft/s^2.

Při řešení úloh pomocí druhého Newtonova zákona často používáme **silový diagram**, v němž je studované těleso vyznačeno bodem a všechny vnější síly, které na těleso působí, případně i jejich výslednice $\sum \boldsymbol{F}$, jsou reprezentovány vektory umístěnými v tomto bodě. (Místo bodu můžeme schematicky kreslit studované těleso.) Diagram bude obsahovat soustavu souřadnicových os a někdy i vektor zrychlení tělesa.

Při řešení úlohy vycházíme z vektorové rovnice (5.1). Postupně si všímáme skalárních rovnic (5.2) a pracujeme tak se složkami vektorů ve směrech jednotlivých souřadnicových os. První ze sady rovnic (5.2) znamená, že součet x-ových složek všech sil určuje x-ovou složku zrychlení tělesa, aniž ovlivňuje jeho y-ovou či z-ovou složku. Podobně je y-ová složka zrychlení určena výhradně součtem y-ových složek všech sil a z-ová složka zrychlení součtem z-ových složek všech sil. Obecně pak platí:

Složka zrychlení ve směru dané souřadnicové osy je určena výhradně součtem složek všech sil měřených podél téže osy a nezávisí na složkách sil ve směrech os ostatních.

V př. 5.1 půjde o sílu, která na těleso působí ve směru osy x. Pracujeme tedy jen s jedinou složkou síly (ostatní jsou nulové). V př. 5.2 působí na těleso tři síly, z nichž dvě svírají nenulový úhel s osami x a y. V této dvojrozměrné situaci musíme určit jak x-ové, tak y-ové složky sil a použít dvě z rovnic (5.2).

Př. 5.2 poslouží současně jako modelový případ zvláštního typu úloh: Těleso se neurychluje ($\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$), přestože na ně působí síly. V takové situaci je podle rov. (5.1) $\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$. Výslednice sil je tedy nulová, síly působící na těleso jsou vyváženy. Říkáme, že těleso je **v rovnováze**, případně že *síly* jsou v rovnováze.

Všimněme si ještě jedné vlastnosti rov. (5.2), užitečné pro řešení úloh. Z nulovosti zrychlení vyplývá, že $a_x = 0$, a tedy i $\sum F_x = 0$. Jsou tedy v rovnováze x-ové složky všech sil. Dosadíme-li do $\sum F_x$ konkrétní hodnoty složek působících sil, dostaneme algebraický vztah, využitelný pro řešení úlohy.* Podobně při $a_y = 0$ usoudíme, že $\sum F_y = 0$. Po dosazení y-ových složek sil máme další algebraický vztah.

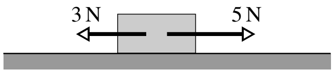
Může se stát, že se složky jednotlivých sil podél některé z os navzájem kompenzují, zatímco u složek měřených ve směru druhé osy tomu tak není. Znamená to, že zrychlení směřuje podél této druhé osy.

Abychom se naučili spolehlivě řešit konkrétní situace, potřebujeme získat určitou zkušenost. Proto zařazujeme do této kapitoly celou řadu příkladů.

KONTROLA 2: Na obrázku jsou zakresleny dvě vodorovné síly působící na kostku pohybující se po dokonale hladké podložce. Předpokládejme, že na kostku

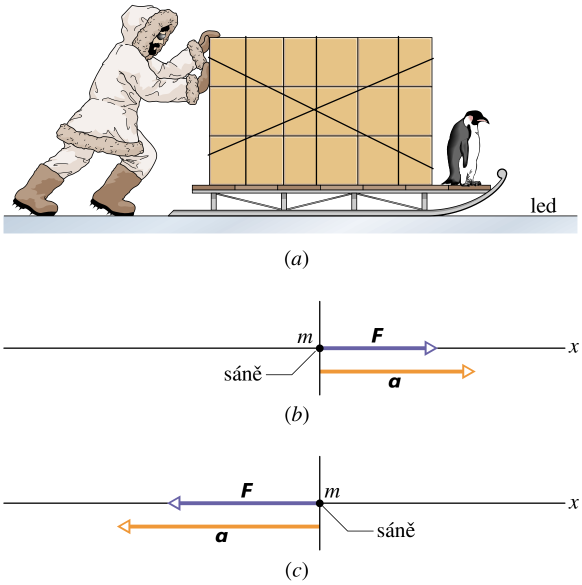
* Vztah umožňuje určit x-ovou složku některé ze sil, známe-li x-ové složky sil ostatních.

působí ještě třetí síla $\boldsymbol{F}_3$. Určete její velikost a směr, je-li kostka (a) v klidu, (b) pohybuje se doleva konstantní rychlostí o velikosti $5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.



PŘÍKLAD 5.1

Student experimentální fyziky zkouší testovat platnost pohybových zákonů. Obul si boty s neklouzající podrážkou a tlačí naložené sáně o hmotnosti 240 kg do vzdálenosti 2,3 m po dokonale hladké hladině zamrzlého jezera. Působí na ně při tom stálou vodorovnou silou $\boldsymbol{F}$ o velikosti $F = 130\,\mathrm{N}$ (obr. 5.3a).



Obr. 5.3 Příklad 5.1. (a) Student tlačí sáně po dokonale hladkém povrchu. (b) Silový diagram příkladu (a), znázorňující výslednou sílu působící na sáně a zrychlení, které tato síla saním udílí. (c) Silový diagram příkladu (b). Člověk nyní sáně táhne, takže jejich zrychlení má opačný směr.

(a) Jaká je výsledná rychlost sání, rozjíždějí-li se z klidu?

ŘEŠENÍ: Obr. 5.3b představuje silový diagram popsané situace. Zvolme osu x vodorovně a orientujme ji doprava. Uvažujme o saních jako o hmotném bodu. Předpokládáme, že síla $\boldsymbol{F}$, kterou působí student, představuje jedinou sílu působící na sáně. Vzhledem k tomu, že F_x je její jediná nenulová složka, určíme velikost zrychlení sání a_x z druhého Newtonova zákona takto:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{(130\,\mathrm{N})}{(240\,\mathrm{kg})} = 0{,}542\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Poněvadž je zrychlení konstantní, můžeme pro zjištění výsledné rychlosti užít vztahu (2.16), $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$. Položíme-li $v_{0x} = 0$, $x - x_0 = d$ a uvědomíme-li si, že v našem případě je $v = v_x$, $a_x = a$, dostaneme pro v:

$$v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2(0{,}542\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})(2{,}3\,\mathrm{m})} = \\ = 1{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Síla, zrychlení, posunutí i výsledná rychlost sání mají směr osy x a jejich x-ové složky jsou kladné. Všechny tyto vektory tedy směřují v obr. 5.3b zleva doprava.

(b) Student chce změnit směr rychlosti v opačný během 4,5 s. Jak velkou stálou silou musí sáně táhnout?

ŘEŠENÍ: Užitím rov. (2.11), tj. $v_x = v_{0x} + a_x t$, nejprve určíme zrychlení potřebné ke změně směru rychlosti v opačný během 4,5 s. Dostáváme

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{(-1{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) - (1{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{(4{,}5\,\mathrm{s})} = \\ = -0{,}711\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Velikost tohoto zrychlení je větší než v úloze (a), kde činilo $0{,}542\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, takže je zřejmé, že student musí nyní táhnout sáně větší silou. Tuto sílu určíme z prvé rovnice ze sady rov. (5.2), uvědomíme-li si, že $a_y = 0$ a $a_z = 0$.

$$F_x = ma_x = (240\,\mathrm{kg})(-0{,}711\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = -171\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Znaménko minus ukazuje, že student musí táhnout sáně ve směru klesající souřadnice x, tj. zprava doleva v silovém diagramu na obr. 5.3c.

PŘÍKLAD 5.2

Ve dvojrozměrné přetahované se Aleš, Božena a Cyril přetahují o pneumatiku ve směrech znázorněných na obr. 5.4a (obrázek ukazuje pohled shora). Pneumatika je v klidu, přestože na ni působí tři tahové síly. Aleš táhne silou $\boldsymbol{F}_\mathrm{A}$ o velikosti 220 N a Cyril silou $\boldsymbol{F}_\mathrm{C}$ o velikosti 170 N. Směr síly $\boldsymbol{F}_\mathrm{C}$ neznáme. Jak velká je síla $\boldsymbol{F}_\mathrm{B}$, jíž působí na pneumatiku Božena?

ŘEŠENÍ: Na obr. 5.4b je znázorněn silový diagram úlohy. Poněvadž je zrychlení pneumatiky nulové, je podle rov. (5.1) nulová i výslednice všech sil, které na ni působí:

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_\mathrm{A} + \boldsymbol{F}_\mathrm{B} + \boldsymbol{F}_\mathrm{C} = m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}.$$

Tato vektorová rovnost je ekvivalentní prvým dvěma skalárním rovnostem v sadě rov. (5.2). Pro složky ve směru osy x platí

$$\sum F_x = F_{\mathrm{A}x} + F_{\mathrm{B}x} + F_{\mathrm{C}x} = 0, \qquad (5.4)$$

ve směru osy y pak

$$\sum F_y = F_{\mathrm{A}y} + F_{\mathrm{B}y} + F_{\mathrm{C}y} = 0. \qquad (5.5)$$

Pomocí zadaných velikostí sil a úhlů vyznačených v obr. 5.4b vyjádříme nyní složky sil a dosadíme do rov. (5.4) a (5.5). Znaménka vyznačují orientaci průmětů. Ze vztahu (5.4) dostáváme

$$\sum F_x = -F_A \cos 47{,}0^\circ + 0 + F_C \cos\varphi = 0.$$

Dosazením známých hodnot pak získáme

$$-(220\,\mathrm{N}) \cos 47{,}0^\circ + 0 + (170\,\mathrm{N}) \cos\varphi = 0$$

a odtud

$$\cos\varphi = \frac{(220\,\mathrm{N}) \cos 47{,}0^\circ}{(170\,\mathrm{N})} = 0{,}883,$$
$$\varphi = 28{,}0^\circ.$$

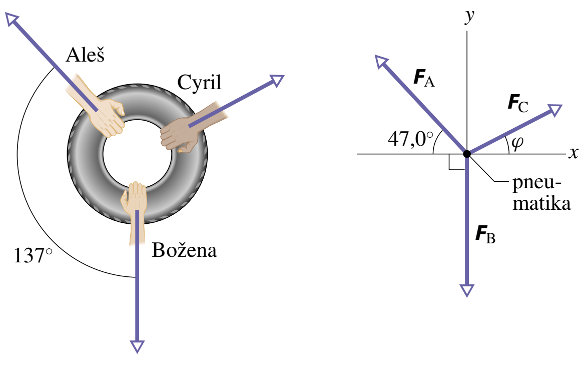
Obdobně plyne ze vztahu (5.5)

$$\sum F_y = F_A \sin 47{,}0^\circ - F_B + F_C \sin\varphi = 0,$$

kde jsme položili $F_{By} = -F_B$, neboť Božena táhne pneumatiku přímo v záporném směru osy y. Dosazení známých hodnot vede k výsledku

$$F_B = (220\,\mathrm{N}) \sin 47{,}0^\circ + (170\,\mathrm{N}) \sin 28{,}0^\circ = $$
$$= 241\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Nechme si znovu projít hlavou postup, který jsme použili při řešení soustavy dvou rovnic (5.4) a (5.5) o dvou neznámých F_B a φ. Nejprve jsme řešili rov. (5.4) (pro x-ové složky sil), která obsahovala jedinou neznámou φ. Získanou hodnotu $\varphi = 28{,}0^\circ$ jsme pak dosadili do rov. (5.5) pro y-ové složky sil. Kdybychom začínali s rov. (5.5), v níž vystupují obě neznámé, byl by výpočet podstatně komplikovanější. Museli bychom totiž vyjádřit $\sin\varphi$ pomocí F_B a dosadit do rov. (5.4), která ovšem obsahuje $\cos\varphi$. Získali bychom tak nepříliš jednoduchou goniometrickou rovnici pro úhel φ. Při řešení úloh je třeba dávat pozor i na takové zdánlivé drobnosti, jako je způsob zpracování rovnic.



(*a*) (*b*)

Obr. 5.4 Příklad 5.2. (a) Děti přetahující se o pneumatiku (pohled shora). (b) Silový diagram.

PŘÍKLAD 5.3

Obr. 5.5a ukazuje pohled shora na dvoukilogramovou plechovku pohybující se po dokonale hladké podložce vlivem působení tří sil. Její zrychlení má velikost $8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Síla $\boldsymbol{F}_1$ má velikost 10 N a síla a $\boldsymbol{F}_2$ 12 N. Obr. 5.5b, v němž je vyznačeno i zrychlení $\boldsymbol{a}$, představuje neúplný silový diagram úlohy. Vypočtěte třetí sílu $\boldsymbol{F}_3$ a vyjádřete ji pomocí jednotkových vektorů $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ kartézské soustavy souřadnic.

ŘEŠENÍ: Zrychlení je způsobeno výslednicí všech tří vodorovných sil. Z rovnice (5.1) plyne

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = m\boldsymbol{a}.$$

Z rovnic (5.2) dostáváme pro směr x

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = ma_x, \qquad (5.6)$$

pro směr y

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = ma_y. \qquad (5.7)$$

Přepíšeme-li rov. (5.6) pomocí velikostí sil a úhlů mezi nimi a vezmeme-li v úvahu správná znaménka jednotlivých složek, můžeme psát

$$-F_1 \cos 60^\circ + 0 + F_{3x} = ma \sin 30^\circ.$$

Dosazením číselných údajů pak dostaneme

$$-(10\,\mathrm{N}) \cos 60^\circ + 0 + F_{3x} = (2\,\mathrm{kg})(8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) \sin 30^\circ,$$

takže

$$F_{3x} = (10\,\mathrm{N}) \cos 60^\circ + (2\,\mathrm{kg})(8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) \sin 30^\circ = 13\,\mathrm{N}.$$

Obdobně z rov. (5.7) získáme postupně

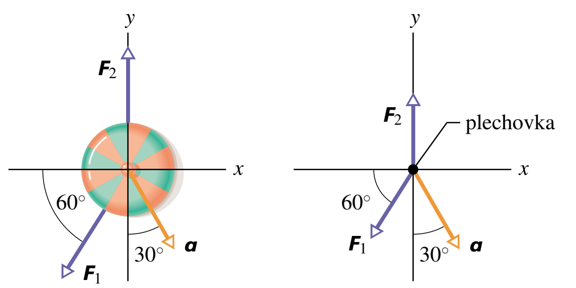
$$-F_1 \sin 60^\circ + F_2 + F_{3y} = -ma \cos 30^\circ,$$
$$-(10\,\mathrm{N}) \sin 60^\circ + 12\,\mathrm{N} + F_{3y} = -(2\,\mathrm{kg})(8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) \cos 30^\circ,$$

odkud

$$F_{3y} = -17{,}2\,\mathrm{N} \doteq -17\,\mathrm{N}.$$

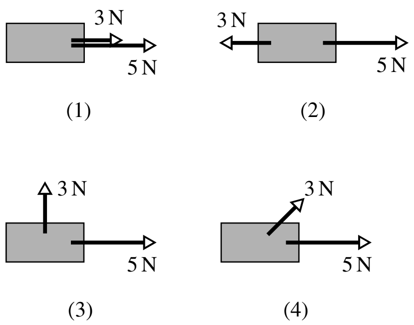
Třetí síla je tedy

$$\boldsymbol{F}_3 = (13\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} - (17\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}. \qquad \text{(Odpověď)}$$



Obr. 5.5 Příklad 5.3. (a) Pohled shora na plechovku urychlovanou třemi silami. Dvě z nich jsou vyznačeny. (b) Silový diagram úlohy.

KONTROLA 3: Obrázek ukazuje pohled shora na čtyři situace, kdy dvě síly urychlují tutéž kostku po dokonale hladké podlaze. Uspořádejte situace sestupně podle (a) velikosti výslednice sil působících na kostku a (b) podle velikosti zrychlení kostky.



RADY A NÁMĚTY

Bod 5.1: *Rozbor úlohy z hlediska působících sil*

Přečteme si zadání úlohy několikrát, až získáme dobrou představu o tom, jaká je situace, jaké údaje jsou zadány a jaké jsou úkoly. Tak třeba u př. 5.1 jsme si říkali: „Někdo tlačí sáně. Jejich rychlost se mění, takže zrychlení je nenulové. Víme, že pohyb je přímočarý. V prvé části úlohy je síla zadána, v druhé části ji máme určit. Vypadá to tedy tak, že je třeba použít druhý Newtonův zákon a aplikovat jej na případ jednorozměrného pohybu.“

Je-li jasné, o jaký problém jde, ale nevíme-li, jak dále postupovat, problém prozatím odložíme a znovu si přečteme zadání. Nejsme-li si jisti správným pochopením druhého Newtonova zákona, přečteme si znovu celý článek. Prostudujeme příklady. Skutečnost, že problém formulovaný v př. 5.1 je jednorozměrný a zrychlení pohybu je konstantní, nás vrací ke kap. 2 a speciálně k tab. 2.1, obsahující všechny rovnice, které budeme potřebovat.

Bod 5.2: *Dvojí obrázky*

Při řešení každé úlohy je užitečné mít dva obrázky. Jedním z nich je hrubý náčrt skutečné situace. Zakreslíme do něj síly, přičemž počáteční bod každého vektoru síly umístíme na povrch či do objemu tělesa, na něž síla působí. Druhým obrázkem je silový diagram, v němž jsou zakresleny síly působící na *jediné* těleso, které je v nákresu znázorněno bodem. Počáteční bod každé ze sil umístíme právě do tohoto bodu.

Bod 5.3: *Jakou soustavu studujeme?*

Používáme-li druhý Newtonův zákon, musíme si uvědomit, na které těleso nebo soustavu jej aplikujeme. V př. 5.1 jsou to sáně (nikoli student nebo led). V př. 5.3 je to plechovka.

Bod 5.4: *Zvolíme vhodně soustavu souřadnic*

V př. 5.2 jsme si ušetřili práci tím, že jsme jednu ze souřadnicových os ztotožnili se směrem jedné z působících sil (osa y měla směr síly $\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}}$). Užitím druhého Newtonova zákona jsme dostali soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, která byla díky vhodné volbě souřadnicových os velmi jednoduchá: první rovnice obsahovala pouze jednu neznámou. Tuto rovnici jsme proto vyřešili napřed a výsledek dosadili do druhé. V podobných případech je takový postup rozumný, neboť velmi zjednodušuje celý výpočet.

5.6 NĚKTERÉ TYPY SIL

Tíhová síla (váha)

Tíhovou silou $\boldsymbol{G}$ (nepřesně též **váhou** tělesa, viz poznámku k př. 5.11) rozumíme sílu, kterou je těleso přitahováno k astronomickému objektu v jeho těsné blízkosti.

V běžných situacích je tímto astronomickým objektem Země. Tíhová síla je dána především přitažlivou **gravitační interakcí** dvou těles. Podrobně o ní budeme hovořit v kap. 14. Prozatím ji však budeme chápat jako sílu, která udílí tělesu *tíhové zrychlení* $\boldsymbol{g}$. Tíhová síla působící na těleso o hmotnosti m (váha tělesa o hmotnosti m) má velikost

$$G = mg. \tag{5.8}$$

Vektor tíhové síly pak lze zapsat jako

$$\boldsymbol{G} = -mg\boldsymbol{j} = -G\boldsymbol{j}, \tag{5.9}$$

(kde vektor $+\boldsymbol{j}$ míří svisle vzhůru, směrem od Země), nebo jako

$$\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}, \tag{5.10}$$

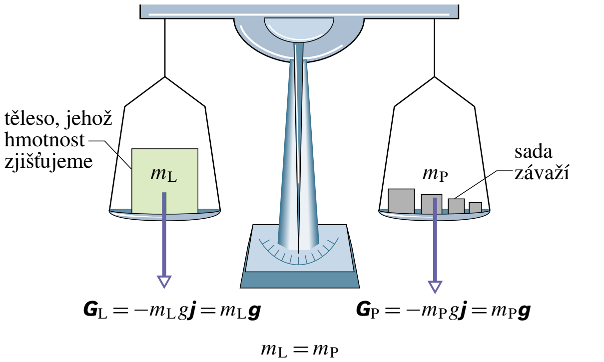
kde $\boldsymbol{g}$ je tíhové zrychlení. Je lhostejné, pro jaký způsob zápisu tíhové síly se rozhodneme. Jestliže však podle obvyklé konvence orientujeme osu y směrem vzhůru, musíme dát pozor, abychom nezaměnili (kladnou) velikost tíhového zrychlení, vystupující v rov. (5.8) s jeho (zápornou) y-ovou složkou v rov. (5.10).

Jednotkou tíhové síly v soustavě SI je samozřejmě newton. Tíhová síla *není hmotnost*. Její velikost v daném bodě (v blízkosti Země či kteréhokoli jiného astronomického objektu) závisí na hodnotě g v tomto bodě. Bude-li například na medicinbal působit na Zemi tíhová síla o velikosti 71 N, na Měsíci to bude pouhých 12 N. Tíhové zrychlení na Měsíci je totiž asi šestkrát menší než na Zemi. Hmotnost medicinbalu 7,2 kg je stejná v kterémkoli místě, neboť hmotnost je charakteristikou předmětu samotného. (Chceme-li „vážit“ méně, můžeme vylézt na vrchol hory. Naše hmotnost se tím samozřejmě nezmění. Ve vyšší poloze však budeme ve větší vzdálenosti od středu Země a hodnota g bude nižší. Zmenší se tedy i tíhová síla.)

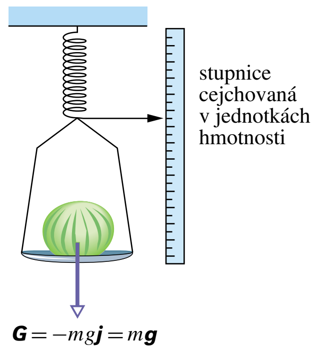
Běžně předpokládáme, že tíhovou sílu měříme v inerciální vztažné soustavě. V neinerciální soustavě však mohou být výsledky měření zkresleny a namísto skutečné tíhové síly naměříme tzv. **zdánlivou váhu**. K tomuto problému se podrobněji vrátíme v př. 5.11b, c.

Těleso můžeme *vážit* tak,* že je položíme na jednu misku rovnoramenné váhy (obr. 5.6) a na druhou misku klademe referenční tělesa známých hmotností. Jakmile dosáhneme rovnováhy, jsou hmotnosti misek vyrovnány a známe tedy i hmotnost tělesa m. Známe-li i hodnotu g v bodě, v němž měření provádíme, určíme velikost tíhové síly podle vztahu (5.8).

„Vážit" můžeme i na pružinové váze (obr. 5.7). Těleso napíná pružinu a ukazatel se pohybuje podél stupnice cejchované a označené buď v jednotkách hmotnosti nebo v jednotkách síly. (Tímto způsobem funguje skoro každá osobní váha. Její stupnice bývá cejchována v kilogramech.) V případě cejchování stupnice v jednotkách hmotnosti je naměřený údaj správný pouze tehdy, je-li hodnota g v místě vážení táž jako hodnota, při níž byla stupnice cejchována.



Obr. 5.6 Rovnoramenná váha. V případě rovnováhy je celková hmotnost těles na levé misce (L) rovna celkové hmotnosti těles na pravé misce (P).



Obr. 5.7 Pružinová váha. Hodnota čtená na stupnici je úměrná velikosti tíhové síly působící na objekt umístěný na misce a udává přímo její velikost, je-li stupnice cejchována v newtonech. Je-li stupnice cejchována v kilogramech, čteme na stupnici hmotnost tělesa. Hmotnost je však správně určena jen tehdy, je-li velikost tíhového zrychlení při měření stejná jako při cejchování stupnice.

Kolmá tlaková síla

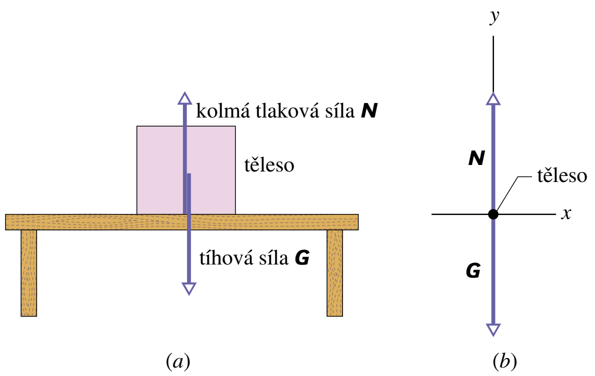
Na těleso samozřejmě působí i okolní objekty, které jsou s ním v přímém styku. Spočívá-li těleso na nějaké podložce, působí na ně podložka určitými silami. Jednou z nich je **tlaková síla *N***, kolmá k podložce. Často ji nazýváme **silou normálovou**. Název souvisí s matematickým pojmem *normálový*, neboli „kolmý".

Je-li těleso v klidu na vodorovné podložce (obr. 5.8), míří síla $\boldsymbol{N}$ svisle vzhůru. Tíhová síla $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$ směřuje samozřejmě dolů. Pro toto *speciální* uspořádání můžeme určit velikost síly $\boldsymbol{N}$ z druhé rovnice sady rov. (5.2):

$$\sum F_y = N - mg = ma_y, \tag{5.11}$$

a tedy, protože $a_y = 0$,

$$N = mg. \tag{5.12}$$



Obr. 5.8 (a) Na těleso spočívající na stole působí stůl normálovou silou $\boldsymbol{N}$ kolmou ke svrchní desce. (b) Odpovídající silový diagram.

* V souhlasu s originálem knihy a také pro stručnost používáme někdy, spíše však výjimečně, formulací typu „těleso váží 500 N", „těleso o váze 500 N" apod. Suplujeme tím údaj o hmotnosti tělesa, která je právě taková, že Země působí na ono těleso, umístěné na jejím povrchu, tíhovou silou 500 N, tj. $m = \frac{G}{g} = \frac{500\,\mathrm{N}}{9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}} \doteq 51\,\mathrm{kg}$.

RADY A NÁMĚTY

Bod 5.5: *Normálová síla*

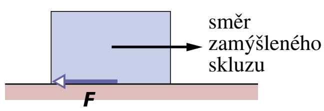
Vztah (5.12) pro normálovou sílu platí jedině tehdy, směřuje-li tato síla vzhůru, svislá složka zrychlení tělesa je nulová a na těleso nepůsobí kromě síly tíhové a normálové žádné další síly s nenulovými svislými složkami. Pro jiné situace jej *nemůžeme* použít a musíme se vrátit k zápisu všech složek druhého Newtonova zákona.

Sílu $\boldsymbol{N}$ můžeme v obrázku volně posouvat, pokud zachováme její směr. V obr. 5.8a bychom ji například mohli přesunout tak, aby *koncový bod* vektoru $\boldsymbol{N}$ ležel v místě styku svrchní desky stolu s tělesem (jako bychom tím vyjadřovali skutečnost, že deska stolu „tlačí" na podstavu tělesa). Správné umístění vektoru $\boldsymbol{N}$ je ovšem takové, že jeho *počáteční bod* leží na rozhraní svrchní desky stolu a tělesa a označuje tak *působiště* normálové síly. Dokud však s tělesem pracujeme jako s hmotným bodem, můžeme při kreslení schematického obrázku umístit působiště síly $\boldsymbol{N}$ i kamkoli jinam do objemu tělesa. Možným interpretačním omylům se spolehlivě vyhneme, budeme-li pracovat se silovým diagramem (obr. 5.8b), v němž je síla $\boldsymbol{N}$ umístěna přímo v bodě symbolizujícím těleso.

KONTROLA 4: Stůl s tělesem z obr. 5.8 jsou umístěny ve výtahu. Zjistěte, zda je velikost síly $\boldsymbol{N}$ větší, menší či stejná jako velikost tíhové síly mg, stoupá-li výtah (a) stálou rychlostí, (b) se vzrůstající rychlostí.

Třecí síla

Klouže-li těleso po podložce, nebo snažíme-li se je do klouzavého pohybu uvést, brání tomuto pohybu vazby mezi tělesem a podložkou. (Podrobněji o nich budeme mluvit v následující kapitole.) Tento odpor bývá charakterizován jedinou silou $\boldsymbol{F}$, zvanou **třecí síla** nebo jednoduše **tření**. Třecí síla působící na těleso míří podél podložky a je orientována proti pohybu či zamýšlenému pohybu tělesa (obr. 5.9). Pro zjednodušení situace někdy tření zanedbáváme. V takovém případě nazýváme podložku *dokonale hladkou*.

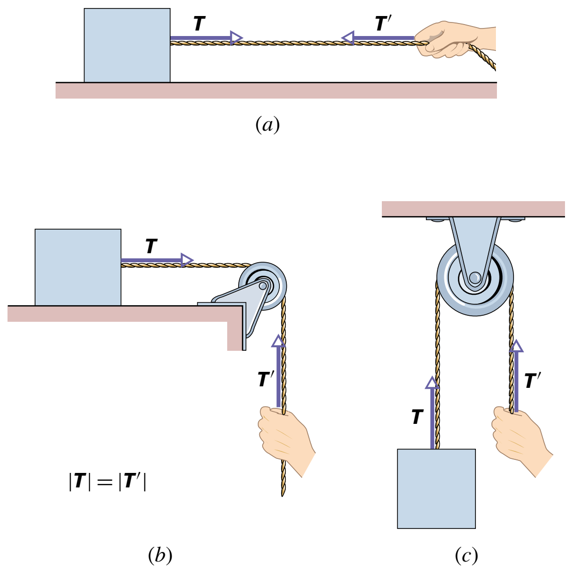


Obr. 5.9 Třecí síla $\boldsymbol{F}$ brání skluzu tělesa po podložce.

Tahová síla

Je-li těleso taženo na provaze, vlákně, lanku či něčem podobném, říkáme, že je lanko *napínáno*. Jeho jednotlivé části na sebe navzájem působí silami **pnutí**. Těleso je taženo silou $\boldsymbol{T}$, která směřuje podél lanka ven z objemu tělesa a je umístěna v bodě úchytu lanka (obr. 5.10a). Hovoříme o **tahové** nebo **tažné síle** lanka.

Zpravidla předpokládáme, že lanko je *nehmotné* a *nepružné*. Máme tím na mysli, že jeho hmotnost je zanedbatelná ve srovnání s hmotností tělesa a jeho délka je neměnná. Lanko tedy pouze realizuje spojení dvou těles. Táhne přitom obě tělesa silami o stejné velikosti T. Platí to i v případě, že se obě tělesa i s lankem pohybují se zrychlením nebo když je lanko vedeno přes *nehmotnou kladku*, která se může *otáčet bez tření* (obr. 5.10b, c). (Jedná se o idealizovanou kladku, jejíž hmotnost je velmi malá vzhledem k hmotnostem těles a třecí síla bránící jejímu otáčení kolem osy je rovněž zanedbatelná.)

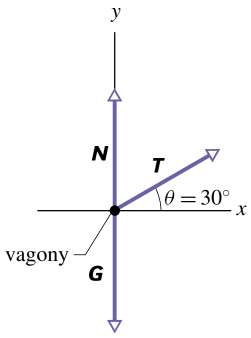


Obr. 5.10 (a) Tažné lanko je napnuté. Táhne těleso i ruku silou o velikosti T. Situace je stejná i na obrázcích (b) a (c), kde je lanko vedeno přes nehmotnou kladku, která se otáčí bez tření.

KONTROLA 5: Tíhová síla působící na těleso zavěšené na laně podle obr. 5.10c má velikost 75 N. Rozhodněte, zda velikost tažných sil lana, označených $\boldsymbol{T}'$, je stejná, větší, nebo menší než 75 N, jestliže těleso stoupá (a) s konstantní rychlostí, (b) s rostoucí rychlostí, (c) s klesající rychlostí.

PŘÍKLAD 5.4

Připomeňme si siláka Johna Massise a železniční vagony. Kladli jsme si otázku, zda velikost síly, kterou musel vyvinout, aby je posunul, nějak výrazně překračovala běžnou hranici lidských možností. Předpokládejme, že Massis, svírající v zubech konec lana uvázaného k vagonům, vyvinul tažnou sílu dvaapůlkrát větší, než sám vážil. Jeho hmotnost byla 80 kg, lano svíralo s vodorovnou rovinou úhel $\theta = 30°$. Velikost tíhové síly vagonů G byla $7{,}0 \cdot 10^5$ N (odpovídá asi osmdesáti tunám) a John Massis je posunul po kolejích o 1,0 m. Předpokládejme, že kolejnice nepůsobily na kola žádnou brzdnou silou. Jaká byla výsledná rychlost vagonů?



Obr. 5.11 Příklad 5.4. Silový diagram Massisova pokusu s vagony. Délky šipek označujících vektory neodpovídají skutečným poměrům. Síla napínající vlákno je totiž *mnohem* menší než síla tíhová a normálová.

ŘEŠENÍ: Na obr. 5.11 je znázorněn silový diagram, v němž jsou vagony reprezentovány bodem. Osa x směřuje podél kolejnic. Z rovnic (5.2) dostáváme

$$\sum F_x = T \cos\theta = Ma_x, \qquad (5.13)$$

kde M je hmotnost vagonů. Ze zadaných hodnot určíme T a M.

Podle předpokladu vyvine J. Massis tahovou sílu o velikosti

$$T = 2{,}5mg = 2{,}5(80\,\mathrm{kg})(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = 1\,960\,\mathrm{N},$$

což je hodnota běžná u dobrého vzpěrače střední váhy a zdaleka o ní nelze hovořit jako o nadlidské síle.

Tíhová síla působící na vagony má podle vztahu (5.8) velikost

$$G = Mg,$$

takže hmotnost vagonů M je

$$M = \frac{G}{g} = \frac{(7{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{N})}{(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})} = 7{,}143 \cdot 10^4\,\mathrm{kg}.$$

Ze vztahu (5.13) zjistíme zrychlení

$$a_x = \frac{T\cos\theta}{M} = \frac{(1\,960\,\mathrm{N})\cos 30°}{(7{,}143 \cdot 10^4\,\mathrm{kg})} = 2{,}376 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Pro určení výsledné rychlosti vagonů použijeme vztahu (2.16), kam dosadíme $v_{0x} = 0$ a $x - x_0 = 1{,}0$ m:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0),$$

tj.

$$v_x = \sqrt{0 + 2(2{,}376 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})(1{,}0\,\mathrm{m})} = \\ = 0{,}22\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

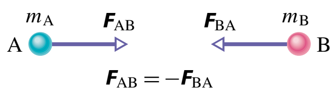
Massis by si svůj úkol usnadnil, kdyby připojil lano k vagonu o něco výše, aby bylo vodorovné. Víte proč?

5.7 TŘETÍ NEWTONŮV ZÁKON

Síly vždy působí ve dvojicích. Při úderu působí kladivo jistou silou na hlavičku hřebíku. Současně však působí i hřebík na kladivo, a to silou stejně velkou, avšak opačně orientovanou. Opře-li se člověk o stěnu, tlačí i stěna na člověka.

Nechť těleso A na obr. 5.12 působí na těleso B silou $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$. Experimenty ukazují, že i těleso B působí na těleso A jistou silou $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$. Tyto síly mají stejnou velikost a opačný směr. Platí tedy

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}} \quad \text{(třetí Newtonův zákon).} \qquad (5.14)$$



Obr. 5.12 Třetí Newtonův zákon. Těleso A působí silou $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$ na těleso B a těleso B působí silou $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$ na těleso A. Platí $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$.

Všimněte si pořadí indexů. Například $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$ je síla, která vyjadřuje působení *tělesa* B *na těleso* A. Rov. (5.14) platí bez ohledu na to, zda se tělesa pohybují, nebo zda jsou v klidu.

Vztah (5.14) vyjadřuje třetí Newtonův pohybový zákon. Běžně je jedna z těchto sil (kterákoli) nazývána **akcí** a druhá **reakcí**. Kdykoli „narazíme“ na sílu, má dobrý smysl se ptát: A kde je reakce?

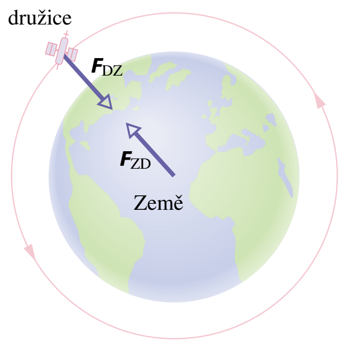
Věta „Ke každé akci existuje stejně velká a opačně orientovaná reakce“ již takřka zlidověla a může mít různý význam podle toho, v jaké souvislosti je vyslovena. Ve fyzice však neznamená nic jiného než slovní vyjádření rov. (5.14). Zejména vůbec nic nevypovídá o příčině a následku. Kterákoli z interakčních sil může hrát roli akce či reakce.

Může nás napadnout: „Je-li každá síla spjata s jinou silou stejné velikosti a opačného směru, proč se tyto síly nevyruší? Jak se vůbec může něco dát do pohybu?“ Odpověď je jednoduchá a názorně ji vidíme na obr. 5.12:

Síly akce a reakce působí *vždy* na různá tělesa. Nesčítají se proto ve výslednou sílu a nemohou se vyrušit.

Toto tvrzení se týká situace, kdy je sledovanou soustavou buď jedno, nebo druhé z obou interagujících těles. (V dalších kapitolách uvidíme, že v případě studia soustavy dvou nebo i více těles má smysl v rámci celé soustavy mluvit o výslednici interakčních sil. Ta ovšem bude, díky třetímu Newtonovu zákonu, skutečně nulová.)

Dvě síly, které působí na *totéž* těleso, *nejsou* akcí a reakcí, ani když mají stejnou velikost a opačný směr. V následujících příkladech určíme všechny dvojice typu akce – reakce.



Obr. 5.13 Družice na oběžné dráze kolem Země. Znázorněné síly představují dvojici akce – reakce. Všimněte si, že působí na různá tělesa.

Družice

Obr. 5.13 ukazuje družici na oběžné dráze kolem Země. Jedinou silou působící *na družici* je přitažlivá gravitační síla $\boldsymbol{F}_{DZ}$, jíž na ni působí Země. Kde je odpovídající reakce? Je to přitažlivá gravitační síla $\boldsymbol{F}_{ZD}$, jíž působí družice na Zemi. Její působiště můžeme umístit do středu Země.

Mohli bychom se domnívat, že malinká družice prakticky nemůže Zemi přitahovat. Přesto tomu tak je, přesně podle třetího Newtonova zákona. Pro velikosti sil platí $F_{DZ} = F_{ZD}$. Síla $\boldsymbol{F}_{ZD}$ udílí Zemi zrychlení, které je však vlivem obrovské hmotnosti Země tak malé, že není měřitelné.

Meloun na stole

Obr. 5.14a znázorňuje meloun ležící v klidu na stole.* Země působí na meloun svisle dolů tíhovou silou $\boldsymbol{F}_{MZ}$. Meloun se neurychluje, neboť tato síla je kompenzována stejně velkou, avšak opačnou, normálovou silou $\boldsymbol{F}_{MS}$, jíž na meloun působí stůl (obr. 5.14b). Síly $\boldsymbol{F}_{MZ}$ a $\boldsymbol{F}_{MS}$ však *netvoří* dvojici akce – reakce, neboť *působí na totéž těleso, meloun*.

Reakcí k síle $\boldsymbol{F}_{MZ}$ je gravitační síla $\boldsymbol{F}_{ZM}$, jíž působí meloun na Zemi. Tato dvojice akce – reakce je znázorněna na obr. 5.14c.

Reakcí k síle $\boldsymbol{F}_{MS}$ je síla $\boldsymbol{F}_{SM}$, jíž působí meloun na stůl. Tato dvojice akce – reakce je znázorněna na obr. 5.14d. Dvojice akce – reakce, vystupující v této úloze, spolu s příslušnými dvojicemi těles, jsou tedy

první dvojice: $\boldsymbol{F}_{MZ} = -\boldsymbol{F}_{ZM}$ (meloun a Země)

a

druhá dvojice: $\boldsymbol{F}_{MS} = -\boldsymbol{F}_{SM}$ (meloun a stůl).

KONTROLA 6: Dejme tomu, že meloun a stůl z obr. 5.14 jsou v kabině výtahu, která se rozjíždí směrem vzhůru. (a) Rozhodněte, zda velikosti sil $\boldsymbol{F}_{SM}$ a $\boldsymbol{F}_{MS}$ vzrostou, klesnou, či zůstanou beze změny. (b) Jsou tyto dvě síly stále stejně velké a opačně orientované? (c) Rozhodněte, zda velikosti sil $\boldsymbol{F}_{MZ}$ a $\boldsymbol{F}_{ZM}$ vzrostou, klesnou, či

* Nebereme v úvahu malé komplikace způsobené rotací Země.

(*a*) (*b*) (*c*) (*d*)

Obr. 5.14 (a) Meloun leží na stole, který spočívá na zemském povrchu. (b) *Na meloun* působí síly $\boldsymbol{F}_{MS}$ a $\boldsymbol{F}_{MZ}$. Meloun je v klidu, neboť tyto síly jsou v rovnováze. (c) Dvojice akce – reakce při interakci melounu a Země. (d) Dvojice akce – reakce při interakci melounu a stolu.

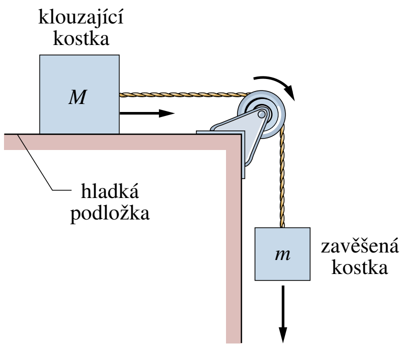
zůstanou beze změny. (d) Jsou tyto dvě síly stále stejně velké a opačně orientované?

5.8 UŽITÍ NEWTONOVÝCH ZÁKONŮ

Zbývající část této kapitoly tvoří příklady. Měli byste se nad nimi hlouběji zamyslet. Neučte se dílčí výpočty a odpovědi, ale soustřeďte se na problém jako celek. Snažte se pochopit postupy, které vedou k jeho vyřešení. Zvlášť důležité je vědět, jak přejít od schematického náčrtu situace k silovému diagramu a vhodně volit soustavu souřadnic, aby bylo možné aplikovat druhý Newtonův zákon. Začneme př. 5.5, který je propracován do nejmenších detailů formou otázka – odpověď.

PŘÍKLAD 5.5

Obr. 5.15 znázorňuje kostku (*klouzající kostka*) o hmotnosti 3,3 kg. Kostka se může volně pohybovat po vodorovné dokonale hladké podložce, např. na vzduchové lavici. Kostka je připojena nehmotným vláknem vedeným přes nehmotnou kladku otáčející se bez tření k jiné kostce (*zavěšená kostka*), jejíž hmotnost je 2,1 kg. Zavěšená kostka klesá a klouzající kostka se pohybuje s určitým zrychlením vpravo. (a) Určete toto zrychlení. (b) Určete zrychlení zavěšené kostky a (c) sílu napínající vlákno.

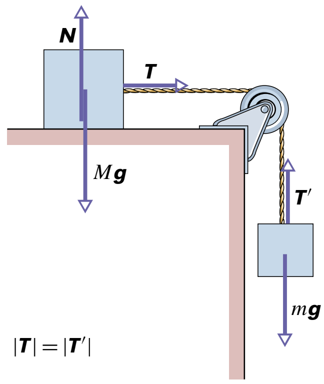


Obr. 5.15 Příklad 5.5. Kostka o hmotnosti M na vodorovné dokonale hladké podložce je spojena s kostkou o hmotnosti m vláknem vedeným přes kladku. Vlákno i kladka jsou nehmotné. Kladka se otáčí bez tření. Šipky vyznačují směr pohybu po uvolnění soustavy.

? *O co v úloze jde?*

Máme dva hmotné objekty, klouzající a zavěšenou kostku. Nesmíme zapomenout, že je zde také Země, která oba tyto objekty přitahuje. Bez přítomnosti Země by se nic nedělo. Na kostky působí celkem pět sil, znázorněných na obr. 5.16:

1. Vlákno táhne klouzající kostku vpravo silou $\boldsymbol{T}$ o velikosti T.
2. Vlákno táhne zavěšenou kostku silou $\boldsymbol{T}'$ o téže velikosti T. Tato síla směřuje vzhůru a brání volnému pádu zavěšené kostky, ke kterému by jinak samozřejmě došlo. Předpokládáme, že vlákno je napjato po celé délce stejně. Kladka slouží ke změně směru síly napínající vlákno beze změny její velikosti.
3. Země přitahuje klouzající kostku tíhovou silou $M\boldsymbol{g}$.
4. Země přitahuje zavěšenou kostku tíhovou silou $m\boldsymbol{g}$.
5. Stůl tlačí na klouzající kostku normálovou silou $\boldsymbol{N}$.



Obr. 5.16 Síly působící na dvě kostky

Uvědomme si ještě další důležité věci. Předpokládáme, že vlákno je nepružné. Klesne-li tedy zavěšená kostka za jistou dobu o 1 mm, pohne se klouzající kostka v témže časovém intervalu o 1 mm vpravo. Kostky se pohybují společně a jejich zrychlení mají stejnou velikost a.

? *Jak máme tuto úlohu posuzovat? Nabízí se nám na základě její formulace použití určitého fyzikálního zákona?*

Ano, nabízí. Síly, hmotnosti a zrychlení jsou obsaženy v druhém Newtonově pohybovém zákonu $m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}$.

? *Chceme-li použít tento zákon při řešení úlohy, na jaké těleso jej máme aplikovat?*

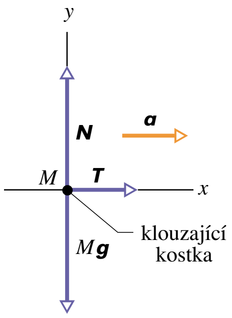
Zaměřme se na dvě tělesa vystupující v úloze, klouzající a zavěšenou kostku. I když jde ve skutečnosti o rozměrné objekty, můžeme je považovat za hmotné body, protože každý z elementů, z nichž jsou složeny (řekněme každý atom), se pohybuje přesně stejným způsobem. Aplikujeme druhý Newtonův zákon na každou kostku zvlášť.

? *A co s kladkou?*

Kladku za hmotný bod považovat nemůžeme, neboť pohyb jejích jednotlivých elementů je různý. Až budeme uvažovat o otáčivém pohybu, všimneme si kladek podrobně. Prozatím se však tomuto problému vyhneme tím, že budeme hmotnost kladky považovat za zanedbatelnou v porovnání s hmotnostmi obou kostek.

? *Dobrá. Jak tedy nyní aplikujeme vztah $m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}$ na klouzající kostku?*

Představíme si kostku jako částici o hmotnosti M a nakreslíme *všechny* síly, které *na ni* působí, podle obr. 5.17. Tento obrázek představuje silový diagram klouzající kostky. Jsou v něm tři síly. Nyní zvolíme souřadnicové osy. Je vhodné nakreslit osu x rovnoběžně s deskou stolu ve směru pohybu kostky.



Obr. 5.17 Silový diagram pro klouzající kostku na obr. 5.15

? *Ano, ale stále nebylo řečeno, jak aplikovat na klouzající kostku vztah $m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}$. Zatím jsme mluvili pouze o tom, jak nakreslit silový diagram.*

To je pravda. Vztah $m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}$ je vektorovou rovnicí a tu je třeba rozepsat do složek:

$$Ma_x = \sum F_x, \quad Ma_y = \sum F_y, \quad Ma_z = \sum F_z, \tag{5.15}$$

kde $\sum F_x$, $\sum F_y$, $\sum F_z$ jsou složky výsledné síly. Vzhledem k tomu, že se klouzající kostka nepohybuje ve svislém směru, je zřejmé, že y-ová složka výslednice je nulová. Normálová síla $\boldsymbol{N}$, směřující vzhůru, a tíhová síla $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$ jsou v rovnováze. z-ové složky všech sil jsou rovněž nulové (osa z je kolmá k rovině nákresu). Můžeme ovšem použít první z rov. (5.15).

Ve směru osy x je nenulová pouze jediná složka, x-ová složka síly $\boldsymbol{T}$. Ze vztahu $ma_x = \sum F_x$ tedy plyne

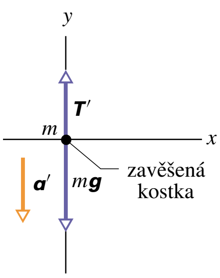
$$Ma = T. \tag{5.16}$$

Tato rovnice obsahuje dvě neznámé, T a a, takže ji nedokážeme jednoznačně vyřešit. Připomeňme však, že jsme zatím nic neřekli o zavěšené kostce.

? *Jistě. Budeme vztah $m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}$ aplikovat i na zavěšenou kostku? Jak?*

Nakreslíme silový diagram pro tuto kostku podle obr. 5.18. Tentokrát užijeme druhou z rovnic (5.15) a dostaneme

$$-ma = \sum F_y = T - mg. \tag{5.17}$$



Obr. 5.18 Silový diagram pro zavěšenou kostku na obr. 5.15. Vektory $\boldsymbol{T}'$, $\boldsymbol{a}'$ mají díky kladce jiné směry než vektory $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{a}$, platí však $|\boldsymbol{T}'| = |\boldsymbol{T}|$, $|\boldsymbol{a}'| = |\boldsymbol{a}|$.

Znaménko minus na levé straně rovnice signalizuje, že se kostka urychluje směrem dolů, v záporném směru osy y. Z rov. (5.17) plyne

$$mg - T = ma. \tag{5.18}$$

Tato rovnice obsahuje tytéž neznámé veličiny jako rov. (5.16). Sečtením obou rovnic vyloučíme T. Řešením vzhledem k neznámé a dostaneme

$$a = \frac{m}{M+m}g. \tag{5.19}$$

Dosazením tohoto výsledku do rov. (5.16) získáme

$$T = \frac{mM}{M+m}g. \tag{5.20}$$

Pro zadané číselné hodnoty dostáváme

$$a = \frac{m}{M+m}g = \frac{(2{,}1\,\mathrm{kg})}{(3{,}3\,\mathrm{kg} + 2{,}1\,\mathrm{kg})}(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 3{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \qquad \text{(Odpověď)}$$

a

$$T = \frac{mM}{M+m}g = \frac{(3{,}3\,\mathrm{kg})(2{,}1\,\mathrm{kg})}{(3{,}3\,\mathrm{kg} + 2{,}1\,\mathrm{kg})}(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 13\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

? *Nyní je problém vyřešen, že?*

To je správná otázka. Naším úkolem není jen řešit úlohy, ale také se učit fyziku. S úlohou nejsme ve skutečnosti hotovi, dokud jsme neověřili, zda jsou získané výsledky rozumné. Získáme tím často mnohem lepší zkušenost než samotným nalezením správné odpovědi.

Nejprve se vraťme k rov. (5.19). Všimněme si, že je rozměrově správný a že hodnota a bude vždy menší než g. Musí tomu tak být, neboť zavěšená kostka nepadá volně. Vlákno ji táhne směrem vzhůru.

Nyní se zaměřme na vztah (5.20), který můžeme přepsat ve tvaru

$$T = \frac{M}{M+m}mg. \tag{5.21}$$

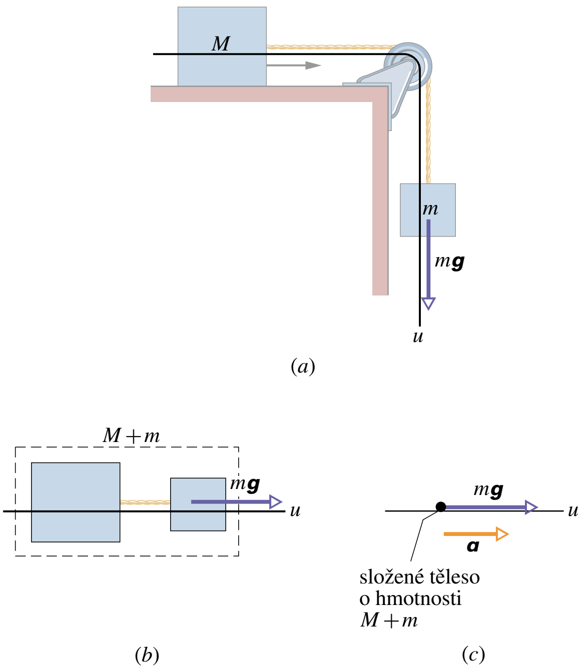
V tomto tvaru snáze ověříme rozměrovou správnost, neboť jak T, tak mg jsou velikosti sil. Z rov. (5.21) také hned vidíme, že velikost síly napínající vlákno je vždy menší než mg, tj. než velikost tíhové síly působící na zavěšenou kostku. To je potěšitelné zjištění, neboť kdyby vyšla hodnota T *větší* než mg, znamenalo by to, že se zavěšená kostka urychluje směrem vzhůru.

Výsledky můžeme také ověřovat rozborem speciálních případů, u nichž jsme si jisti správnou odpovědí. Jednoduchý případ, odpovídající experimentům v mezihvězdném prostoru, dostaneme volbou $g = 0$. Víme, že v takovém případě zůstanou kostky v klidu a vlákno nebude napjato. Dosadíme-li

$g = 0$ do rov. (5.19) a (5.20), vyjde opravdu $a = 0$ a $T = 0$. Další dvě speciální situace nastanou pro $M = 0$ a $m \to \infty$.

PŘÍKLAD 5.5 — jiný způsob řešení

Velikost zrychlení a kostek na obr. 5.15 dokonce dokážeme určit na pouhých dvou řádcích algebraických úprav, jestliže zvolíme poněkud zvláštní postup. (a) Užijeme neobvyklou volbu „osy“, řekněme u, která prochází *oběma* kostkami podél vlákna, jak znázorňuje obr. 5.19a. (b) V myšlenkách „narovnáme“ osu u podle obr. 5.19b a budeme kostky považovat za dvě součásti jednoho složeného tělesa o hmotnosti $M + m$. Silový diagram pro tuto soustavu je na obr. 5.19c.



Obr. 5.19 (a) „Osa“ u prochází soustavou tvořenou kostkami a vláknem z obr. 5.15. (b) Kostky jsou uspořádány podél „napříméné“ osy u a považovány za jediné těleso o hmotnosti $M + m$. (c) Příslušný silový diagram zahrnující pouze síly ve směru u. Taková síla je jediná.

ŘEŠENÍ: Uvědomme si, že na složené těleso působí ve směru osy u pouze jediná síla, a to tíhová síla $m\boldsymbol{g}$, orientovaná kladně. Síly $\boldsymbol{T}$ a $\boldsymbol{T}'$ napínající vlákno (obr. 5.16) jsou nyní vnitřními silami soustavy, tvořené složeným tělesem, a nevstupují do druhého Newtonova zákona. Síla, jíž působí kladka na vlákno, je kolmá k ose u a rovněž v druhém Newtonově zákonu nebude figurovat.

Řídíme-li se v této situaci vztahy (5.2), můžeme napsat rovnici pro složku zrychlení tělesa podél osy u:

$$(M + m)a_u = \sum F_u,$$

kde $(M + m)$ je hmotnost tělesa. Zrychlení složeného tělesa podél osy u (a tedy i zrychlení každé z kostek spojených vláknem) má velikost a. Jediná síla udělující složenému tělesu zrychlení podél osy u má velikost mg. Dostáváme tedy

$$(M + m)a = mg$$

a

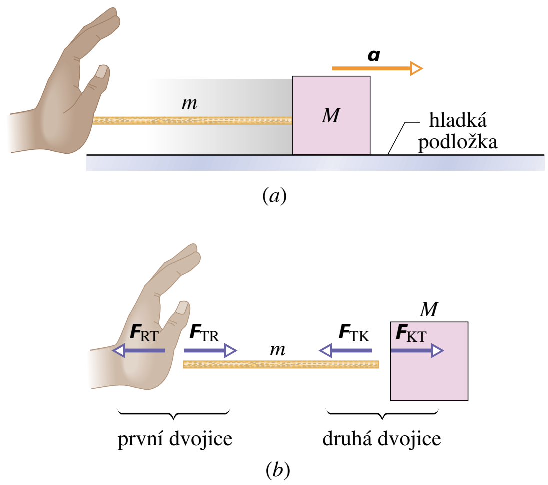
$$a = \frac{m}{M + m}g. \tag{5.22}$$

Tento výsledek se shoduje s rov. (5.19).

Abychom určili velikost T, aplikujeme druhý Newtonův zákon na kteroukoli z obou kostek. Dostaneme tak rov. (5.16), nebo (5.18). Dosazením za a z rov. (5.22) a řešením vzhledem k neznámé T dostaneme rov. (5.20).

PŘÍKLAD 5.6

Kostka o hmotnosti $M = 33$ kg je tlačena po dokonale hladké podložce pomocí tyčky o hmotnosti $m = 3{,}2$ kg (obr. 5.20a). Kostka, která je zpočátku v klidu, se pohybuje s konstantním zrychlením a během 1,7 s se posune do vzdálenosti $d = 77$ cm.



Obr. 5.20 Příklad 5.6. (a) Tyčka o hmotnosti m tlačí kostku o hmotnosti M po dokonale hladké podložce. (b) Pohled na jednotlivé části soustavy ukazuje dvojice akce – reakce, tj. vzájemné působení ruky a tyčky (první dvojice) a tyčky a kostky (druhá dvojice).

(a) Určete všechny dvojice akce – reakce působící ve vodorovném směru.

ŘEŠENÍ: Jak je zřejmé z obr. 5.20b, jsou zde dvě dvojice sil typu akce – reakce:

první dvojice	$\boldsymbol{F}_{RT} = -\boldsymbol{F}_{TR}$	(ruka a tyčka),
druhá dvojice	$\boldsymbol{F}_{TK} = -\boldsymbol{F}_{KT}$	(tyčka a kostka).

Sílu $\boldsymbol{F}_{RT}$, jíž působí tyčka na ruku, bychom pocítili, kdybychom experiment prováděli „vlastnoručně“.

(b) Jakou silou musí působit ruka na tyčku?

ŘEŠENÍ: Hledaná síla udílí zrychlení tyčce i kostce. Abychom ji zjistili, musíme nejdříve určit užitím vztahu (2.15) velikost stálého zrychlení a:

$$x - x_0 = v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2.$$

Dosazením $v_{0x} = 0$ a $x - x_0 = d$ a řešením vzhledem k neznámé $a_x = a$ dostaneme

$$a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2(0{,}77\,\mathrm{m})}{(1{,}7\,\mathrm{s})^2} = 0{,}533\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Pro zjištění síly, již vyvine ruka, použijeme druhý Newtonův zákon pro soustavu složenou z tyčky a kostky. Pak

$$F_{\mathrm{TR}} = (M + m)a = (33\,\mathrm{kg} + 3{,}2\,\mathrm{kg})(0{,}533\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 19{,}3\,\mathrm{N} \doteq 19\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(c) Jakou silou tlačí tyčka na kostku?

ŘEŠENÍ: Aplikujeme druhý Newtonův zákon na samotnou kostku:

$$F_{\mathrm{KT}} = Ma = (33\,\mathrm{kg})(0{,}533\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 17{,}6\,\mathrm{N} \doteq 18\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(d) Jaká je výsledná síla působící na tyčku?

ŘEŠENÍ: Velikost této síly F můžeme najít dvěma způsoby. První z nich využívá výsledků (b) a (c):

$$F = F_{\mathrm{TR}} - F_{\mathrm{TK}} = 19{,}3\,\mathrm{N} - 17{,}6\,\mathrm{N} = \\ = 1{,}7\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Při výpočtu jsme využili skutečnosti, že podle třetího Newtonova zákona má síla $\boldsymbol{F}_{\mathrm{TK}}$ stejnou velikost (tj. 17,6 N) jako síla $\boldsymbol{F}_{\mathrm{KT}}$.

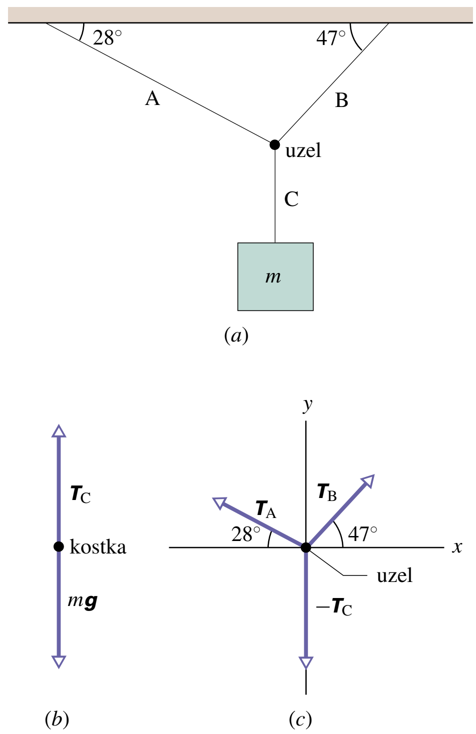
Druhý způsob spočívá přímo v použití druhého Newtonova zákona pro samotnou tyčku. Dostáváme

$$F = ma = (3{,}2\,\mathrm{kg})(0{,}533\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 1{,}7\,\mathrm{N}, \qquad \text{(Odpověď)}$$

což souhlasí s předchozím výsledkem. Musí tomu tak být, neboť oba postupy jsou ekvivalentní. Ověřte to obecným vyjádřením velikosti síly F pomocí zadaných veličin oběma způsoby.

PŘÍKLAD 5.7

Obr. 5.21 znázorňuje kostku o hmotnosti $m = 15\,\mathrm{kg}$ zavěšenou na třech vláknech. Jakými silami jsou vlákna napínána?



Obr. 5.21 Příklad 5.7. (a) Kostka o hmotnosti m je zavěšena na třech vláknech. (b) Silový diagram kostky. (c) Silový diagram uzlu, v němž jsou vlákna spojena.

ŘEŠENÍ: V silovém diagramu kostky (obr. 5.21b) směřuje tahová síla $\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}}$, jíž působí na kostku vlákno C, svisle vzhůru, zatímco tíhová síla $m\boldsymbol{g}$ míří dolů. Soustava je v klidu, takže podle druhého Newtonova zákona platí

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{C}} + m\boldsymbol{g} = \boldsymbol{0}.$$

Poněvadž jsou síly $\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}}$ a $m\boldsymbol{g}$ svislé, dostáváme jedinou skalární rovnici

$$\sum F_y = T_{\mathrm{C}} - mg = 0.$$

Dosazením zadaných hodnot pak získáme

$$T_{\mathrm{C}} = mg = (15\,\mathrm{kg})(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = \\ = 147\,\mathrm{N} \doteq 150\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Další krok vychází ze skutečnosti, že všechny tři hledané tahové síly mají působiště v uzlu, v němž jsou vlákna spojena. Aplikujeme tedy druhý Newtonův zákon na uzel. Příslušný silový diagram je na obr. 5.21c. Protože se uzel neurychluje, musí být výsledná síla, která na něj působí, nulová. Pak

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{T}_{\mathrm{B}} + (-\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}}) = \boldsymbol{0}.$$

Tato vektorová rovnice je ekvivalentní dvěma rovnicím skalárním

$$\sum F_y = T_{\mathrm{A}} \sin 28^\circ + T_{\mathrm{B}} \sin 47^\circ - T_{\mathrm{C}} = 0 \qquad (5.23)$$

a

$$\sum F_x = -T_A \cos 28^\circ + T_B \cos 47^\circ = 0. \qquad (5.24)$$

Uvědomte si, že při zápisu x-ové složky síly $\boldsymbol{T}_A$ musíme výraz $T_A \cos 28^\circ$ opatřit znaménkem minus, abychom vyjádřili fakt, že průmět síly $\boldsymbol{T}_A$ do osy x je s touto osou nesouhlasně rovnoběžný.

Dosazením číselných hodnot do rov. (5.23) a (5.24) dostaneme

$$T_A(0{,}469) + T_B(0{,}731) = 147\,\mathrm{N} \qquad (5.25)$$

a

$$T_B(0{,}682) = T_A(0{,}883). \qquad (5.26)$$

Z rov. (5.26) vyplývá

$$T_B = \frac{0{,}883}{0{,}682} T_A = 1{,}29 T_A.$$

Dosazením tohoto výsledku do rov. (5.25) a řešením vzhledem k neznámé T_A získáváme

$$T_A = \frac{147\,\mathrm{N}}{0{,}469 + (1{,}29)(0{,}731)} = $$
$$= 104\,\mathrm{N} \doteq 100\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Nakonec určíme T_B:

$$T_B = 1{,}29\, T_A = (1{,}29)(104\,\mathrm{N}) =$$
$$= 134\,\mathrm{N} \doteq 130\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

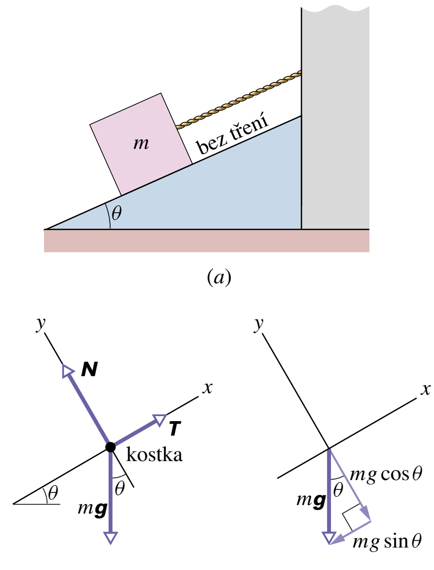
PŘÍKLAD 5.8

Na obr. 5.22a je kostka o hmotnosti $m = 15$ kg upevněná na vlákně a spočívající na dokonale hladké nakloněné rovině. Jakou silou je napínáno vlákno, je-li $\theta = 27^\circ$? Jakou silou působí nakloněná rovina na kostku?

ŘEŠENÍ: Na obr. 5.22b je silový diagram pro případ kostky. Na kostku působí tyto síly: (1) normálová síla $\boldsymbol{N}$, jíž na ni tlačí nakloněná rovina, (2) tahová síla vlákna $\boldsymbol{T}$ a (3) tíhová síla $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$. Poněvadž je zrychlení kostky nulové, je podle druhého Newtonova zákona nulová i výslednice všech těchto sil:

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{N} + m\boldsymbol{g} = \boldsymbol{0}. \qquad (5.27)$$

Zvolíme soustavu souřadnic tak, aby osa x byla rovnoběžná s nakloněnou rovinou. Při této volbě budou mít dokonce dvě ze sil ($\boldsymbol{N}$ a $\boldsymbol{T}$) směr souřadnicových os. To je výhoda. Všimněme si, že úhel mezi tíhovou silou a zápornou poloosou osy y je roven úhlu sklonu nakloněné roviny. Složky této síly určíme z trojúhelníka znázorněného na obr. 5.22c.



Obr. 5.22 Příklady 5.8 a 5.9. (a) Kostka o hmotnosti m upevněná na vlákně spočívá v klidu na dokonale hladké nakloněné rovině. (b) Silový diagram kostky. Všimněme si volby souřadnicových os. (c) Určení x-ové a y-ové složky tíhové síly $m\boldsymbol{g}$.

Rozepsáním vztahu (5.27) do složek dostaneme

$$\sum F_x = T - mg \sin\theta = 0$$

a

$$\sum F_y = N - mg \cos\theta = 0.$$

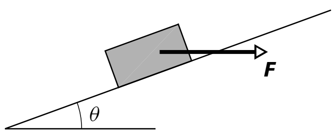
Pak tedy

$$T = mg \sin\theta = (15\,\mathrm{kg})(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) \sin 27^\circ =$$
$$= 67\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

a

$$N = mg \cos\theta = (15\,\mathrm{kg})(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) \cos 27^\circ =$$
$$= 131\,\mathrm{N} \doteq 130\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

KONTROLA 7: Na obrázku působí na kostku vodorovná síla $\boldsymbol{F}$. (a) Rozhodněte, zda průmět síly $\boldsymbol{F}$ do směru kolmého ke svahu má velikost $F \cos\theta$ nebo $F \sin\theta$. (b) Dojde vlivem působení síly $\boldsymbol{F}$ ke zvýšení či ke snížení velikosti normálové tlakové síly, jíž působí svah na kostku?



PŘÍKLAD 5.9

Představme si, že dojde k přetnutí vlákna udržujícího kostku na obr. 5.22 na nakloněné rovině v klidu. S jakým zrychlením se bude kostka pohybovat?

ŘEŠENÍ: Přetnutím vlákna zmizí síla $\boldsymbol{T}$, vyznačená na obr. 5.22b. Zbývající síly působící na kostku se samozřejmě nemohou vyrušit, neboť nepůsobí v téže přímce. Použitím druhého Newtonova zákona pro x-ové složky sil $\boldsymbol{N}$ a $m\boldsymbol{g}$ dostaneme

$$\sum F_x = 0 - mg\sin\theta = ma,$$

takže

$$a = -g\sin\theta. \tag{5.28}$$

Uvědomme si, že normálová síla $\boldsymbol{N}$ nemá vliv na zrychlení podél nakloněné roviny, neboť její x-ová složka je nulová.

Ze vztahu (5.28) vychází

$$a = -(9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}})\sin 27^\circ = \\ = -4{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Znaménko minus signalizuje, že zrychlení má směr klesající souřadnice x, tedy dolů podél nakloněné roviny.

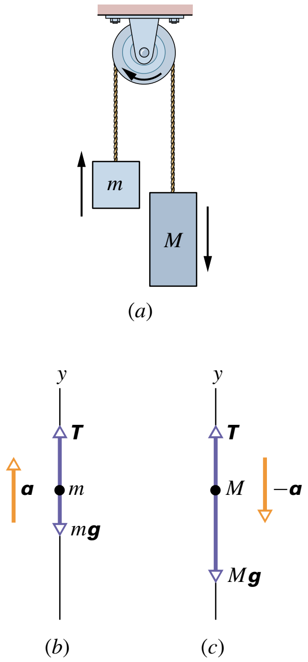
Z rov. (5.28) je vidět, že zrychlení kostky nezávisí na její hmotnosti, stejně jako je tomu v případě zrychlení volně padajícího tělesa. Rov. (5.28) představuje návod, jak lze užít nakloněné roviny ke „zmírnění gravitace“, tj. ke „zpomalení“ volného pádu. Pro $\theta = 90^\circ$ dostáváme $a = -g$, pro $\theta = 0^\circ$ je $a = 0$. Oba tyto výsledky jsme očekávali.

PŘÍKLAD 5.10

Na obr. 5.23a jsou dvě kostky spojené vláknem vedeným přes nehmotnou kladku, která se otáčí bez tření. (Takové uspořádání se nazývá *Atwoodův padostroj*.) Nechť $m = 1{,}3\,\mathrm{kg}$ a $M = 2{,}8\,\mathrm{kg}$. Určíme velikost síly napínající vlákno a (společnou) velikost zrychlení kostek.

ŘEŠENÍ: Obr. 5.23b, c představují silové diagramy pro každou z kostek. Zadali jsme $M > m$, takže očekáváme, že kostka M bude klesat, zatímco m bude stoupat. Tato informace umožní přiřadit zrychlením kostek správná znaménka.

Než začneme s výpočtem, uvědomme si, že síla napínající vlákno musí být menší než tíhová síla působící na kostku M (jinak by kostka nezačala klesat) a větší než tíhová síla působící na kostku m (jinak by tato kostka nezačala stoupat). Znázornění vektorů v silových diagramech na obr. 5.23 tuto skutečnost respektuje.



Obr. 5.23 Příklad 5.10. (a) Kostka o hmotnosti M a kostka o menší hmotnosti m jsou spojeny vláknem vedeným přes kladku. Směry zrychlení kostek jsou vyznačeny šipkami. Silové diagramy pro kostku m (b) a kostku M (c).

Užitím druhého Newtonova zákona pro kostku o hmotnosti m, jejíž zrychlení má velikost a a je souhlasně rovnoběžné s osou y, dostaneme

$$ma = T - mg. \tag{5.29}$$

Pro kostku o hmotnosti M, jejíž zrychlení má stejnou velikost, je však nesouhlasně rovnoběžné s osou y, máme

$$-Ma = T - Mg, \tag{5.30}$$

nebo

$$Ma = -T + Mg. \tag{5.31}$$

Sečtením rovnic (5.29) a (5.31) (nebo vyloučením T) získáme

$$a = \frac{M-m}{M+m}g. \tag{5.32}$$

Dosazením tohoto výsledku do rov. (5.29) nebo do (5.31) a řešením vzhledem k neznámé T dostaneme

$$T = \frac{2mM}{M+m}g. \tag{5.33}$$

Dosazením zadaných údajů pak dostáváme

$$a = \frac{M-m}{M+m}g = \frac{(2{,}8\,\mathrm{kg} - 1{,}3\,\mathrm{kg})}{(2{,}8\,\mathrm{kg} + 1{,}3\,\mathrm{kg})}(9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}) = \\ = 3{,}6\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \qquad \text{(Odpověď)}$$

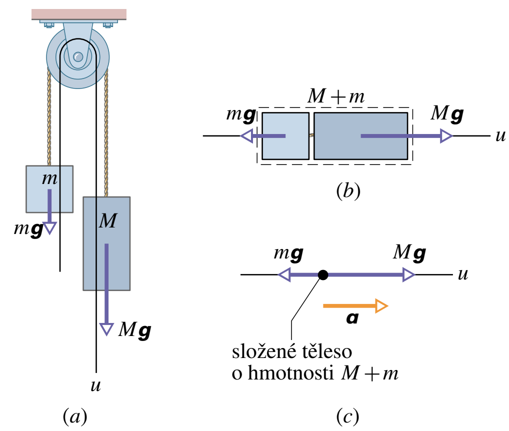
a

$$T = \frac{2Mm}{M+m}g = \frac{2(2{,}8\,\mathrm{kg})(1{,}3\,\mathrm{kg})}{(2{,}8\,\mathrm{kg}+1{,}3\,\mathrm{kg})}(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) =$$
$$= 17\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Velikosti tíhových sil působících na jednotlivé kostky jsou 13 N ($= mg$) a 27 N ($= Mg$). Velikost síly napínající vlákno (17 N) skutečně leží v intervalu těchto dvou hodnot.

PŘÍKLAD 5.10 — jiný způsob řešení

Obdobně jako při alternativním* řešení př. 5.5 použijeme nekonvenční volbu osy u.



Obr. 5.24 (a) „Osa" u je vedena přes celou soustavu znázorněnou na obr. 5.23. (b) Kostky jsou uspořádány v „napřímené" ose u a považovány za jediné těleso o hmotnosti $M+m$. (c) Příslušný silový diagram, v němž jsou vyznačeny pouze síly působící podél osy u. Takové síly jsou dvě.

ŘEŠENÍ: Vedeme osu u celou soustavou podle obr. 5.24a a napřímíme ji podle obr. 5.24b. Kostky budeme považovat za jediné těleso o hmotnosti $M+m$. Nakreslíme silový diagram podle obr. 5.24c. Uvědomme si, že podél osy u působí na složené těleso dvě síly: $m\boldsymbol{g}$ ve směru nesouhlasném s osou u a $M\boldsymbol{g}$ ve směru souhlasném. (Síly, jimiž působí na vlákno kladka, jsou kolmé k ose u a nevstupují do výpočtu.) Síly, které působí podél osy u, udělují složenému tělesu zrychlení $\boldsymbol{a}$. Zápis druhého Newtonova zákona pro složku u má tvar

$$\sum F_u = Mg - mg = (M+m)a, \qquad (5.34)$$

odkud

$$a = \frac{M-m}{M+m}g,$$

stejně jako při předchozím způsobu řešení. Pro získání T použijeme druhý Newtonův zákon pro kteroukoli z kostek a užijeme obvyklý způsob volby osy y. Pro kostku o hmotnosti m dostaneme rov. (5.29) a po dosazení za a získáme výsledek (5.33).

PŘÍKLAD 5.11

Pasažér o hmotnosti $m = 72{,}2\,\mathrm{kg}$ stojí na nášlapné váze v kabině výtahu (obr. 5.25). Jaký údaj ukazuje váha pro hodnoty zrychlení uvedené v obrázku?

ŘEŠENÍ: Zabývejme se touto úlohou z hlediska pozorovatele v (inerciální) vztažné soustavě spojené se Zemí. Pozorovatel aplikuje druhý Newtonův zákon na urychlujícího se pasažéra. Obr. 5.25a-c ukazují silové diagramy, v nichž je pasažér považován za částici, pro různé hodnoty velikosti zrychlení kabiny.

Bez ohledu na zrychlení kabiny působí Země na pasažéra tíhovou silou o velikosti mg, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ je velikost tíhového zrychlení. Podlaha výtahu tlačí na váhu směrem vzhůru. Váha tlačí směrem vzhůru na pasažéra normálovou silou o velikosti N, která je shodná s údajem na stupnici váhy. Pasažér se domnívá, že váží tolik, kolik ukazuje váha. Tato veličina se často nazývá *zdánlivá váha*, přičemž název *tíhová síla* nebo jen *váha* je rezervován pro veličinu $m\boldsymbol{g}$.*

* Způsob řešení úloh, použitý jako alternativa v př. 5.5 a 5.10 a založený na myšlence „napřímení nekonvenční osy u jdoucí celou soustavou", může mít svá úskalí, pokud jej důkladně nepromyslíme a nepochopíme. Jeho použitelnost spočívá výhradně v tom, že každý vektor, a tedy i všechny vektorové veličiny vstupující do našich výpočtů, lze zapsat pomocí složek v libovolně zvolené soustavě souřadnic. „Napřímení nekonvenční osy u", o níž je řeč např. v př. 5.10, nepředstavuje nic jiného, než dvojí volbu soustavy souřadnic: s kostkou m je spojena soustava souřadnic, jejíž y-ová osa má směr zrychlení této kostky (směřuje tedy svisle vzhůru), y-ová osa soustavy souřadnic spojené s kostkou M směřuje naopak svisle dolů, tj. opět ve směru zrychlení příslušné kostky. Vazební podmínka úlohy $\boldsymbol{a}_m = -\boldsymbol{a}_M$ požaduje, aby zrychlení kostek byly opačné vektory. Toto a požadavek zanedbatelné hmotnosti kladky pak zajistí, že druhý Newtonův zákon zapsaný ve složkách má stejný tvar jako v případě s „napřímenou" osou u.

* V originále je veličina mg nazývána *vahou*. V české fyzikální terminologii se tento výraz již téměř neužívá. Vektorové veličině $m\boldsymbol{g}$, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, představující sílu, jíž působí Země na těleso o hmotnosti m v těsné blízkosti jejího povrchu, se říká *tíhová síla*, mg je *velikost tíhové síly*. Údaj čtený na stupnici nášlapné váhy samozřejmě ukazuje velikost síly, jíž působí člověk na podložku váhy, resp. podložka váhy na člověka. Pro tuto veličinu se někdy užívá názvu *tíha*. Pro $a = 0$ je tíha rovna mg a odpovídá *skutečné váze* zmiňované v originále, pro $a \neq 0$ se od hodnoty mg liší a odpovídá *zdánlivé váze*. Pro $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ mluvíme o **beztížném stavu**. Bez pojmu *tíha* s přívlastky či bez nich se ovšem snadno obejdeme a vyhneme se tak možným dezinterpretacím. Vzhledem k tomu, že stupnice osobních vah jsou cejchovány výhradně v kilogramech, může mít smysl mluvit o *zdánlivé hmotnosti*. Prakticky ve všech úlohách, s nimiž se setkáme, působí na studovaná tělesa tíhová síla. Pro stručnost a s přihlédnutím k původnímu textu užíváme někdy namísto obsáhlejší správné formulace „na těleso působí tíhová síla 100 N" použít zkráceného, avšak nepřesného, vyjádření „těleso váží 100 N".

Druhý Newtonův zákon dává

$$ma = N - mg,$$

tj.

$$N = m(g + a). \qquad (5.35)$$

(a) Jaký je údaj na stupnici váhy, je-li kabina v klidu, nebo pohybuje-li se stálou rychlostí? (Obr. 5.25a.)

ŘEŠENÍ: Pro tento případ je $a = 0$, a tedy

$$N = m(g + a) = (72{,}2\,\mathrm{kg})(9{,}80\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} + 0) = 708\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tento údaj považuje pasažér za svoji „váhu“.

(b) Jaký je údaj na stupnici, směřuje-li zrychlení kabiny vzhůru a jeho velikost je $3{,}20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? (Obr. 5.25b.)

ŘEŠENÍ: Směřuje-li zrychlení kabiny vzhůru, znamená to, že kabina buď stoupá se vzrůstající rychlostí, nebo klesá s klesající rychlostí. V obou případech je vztažná soustava spojená s kabinou neinerciální. Z rov. (5.35) dostaneme

$$N = m(g + a) = (72{,}2\,\mathrm{kg})(9{,}80\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} + 3{,}20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = 939\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

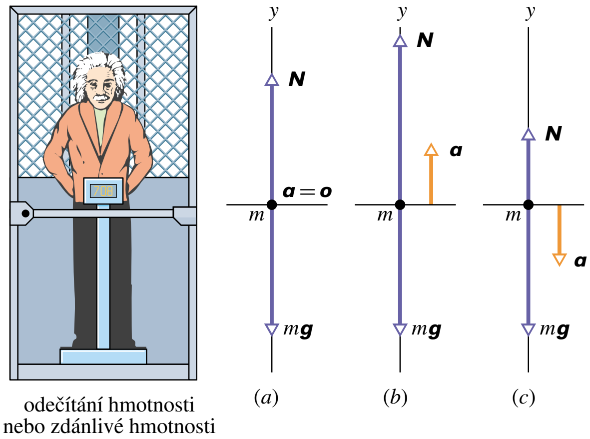
Pasažér tlačí na váhu větší silou než za klidu. Při pohledu na stupnici se pasažér může domnívat, že „přibral“ 23,6 kg (odpovídá 231 N)!

(c) Jaký je údaj na stupnici, směřuje-li zrychlení kabiny dolů a má-li velikost $3{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? (Obr. 5.25c.)

ŘEŠENÍ: Směřuje-li zrychlení kabiny dolů, znamená to, že kabina buď stoupá s klesající rychlostí, nebo klesá se vzrůstající rychlostí. Vztažná soustava spojená s kabinou je opět neinerciální. Z rov. (5.35) dostaneme

$$N = m(g + a) = (72{,}2\,\mathrm{kg})(9{,}80\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} - 3{,}20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}) = 477\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Pasažér tlačí na váhu menší silou než za klidu. Zdá se mu, že „zhubl“ o 23,6 kg (odpovídá 231 N)!



Obr. 5.25 Příklad 5.11. Pasažér o hmotnosti m stojí ve výtahu na pružinové váze, která ukazuje jeho hmotnost nebo „zdánlivou“ hmotnost. Silové diagramy pro případy, kdy (a) zrychlení kabiny výtahu je nulové, (b) $a = +3{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, (c) $a = -3{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

KONTROLA 8: Jaký by byl údaj na stupnici, kdyby se lano kabiny přetrhlo a kabina by padala volným pádem? Jaká je tedy zdánlivá váha (či zdánlivá hmotnost) pasažéra při volném pádu?

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Newtonovská mechanika

Rychlost částice nebo tělesa nahrazeného hmotným bodem se může měnit (částice se může urychlovat), jestliže na ni okolní objekty působí **silami**. *Newtonovská mechanika* uvádí do souvislosti celkové silové působení na zkoumané těleso s jeho zrychlením.

Síla

Pozorujeme-li, že těleso má vzhledem k inerciální soustavě nenulové zrychlení (jeho pohyb je nerovnoměrný nebo křivočarý), jsme si díky prvnímu Newtonovu zákonu jisti, že je ovlivněno interakcí s okolními objekty. Kvantitativně je tato interakce popsána fyzikální veličinou zvanou **síla**. Vztahy pro síly charakterizující konkrétní interakce jsou dány **silovými zákony**, které je třeba zjistit experimentálně. Silový zákon lze odhalit tak, že sledujeme *testovací těleso* o známé hmotnosti m, které interaguje s *jediným* okolním objektem. Síla, kterou tento objekt působí na těleso, bude v každém okamžiku dána součinem hmotnosti testovacího tělesa m a jeho zrychlení $\boldsymbol{a}$. Experimentálně bylo zjištěno, že síly jsou vektorové veličiny a lze je skládat podle pravidel vektorové algebry. **Výslednice sil** působících na těleso je jejich vektorovým součtem. Velikost síly je číselně dána velikostí zrychlení, které tato síla udílí standardnímu kilogramu. Síla, která standardnímu kilogramovému tělesu udělí zrychlení o velikosti $1\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, má podle definice velikost 1 N. Směr zrychlení a směr síly jsou shodné.

Hmotnost

Hmotnost tělesa je jeho charakteristika, která určuje vztah mezi jeho zrychlením a silou (nebo výslednicí sil), která mu toto zrychlení udílí. Hmotnost je skalární veličina.

První Newtonův zákon

Volné částice se navzájem pohybují rovnoměrně přímočaře nebo jsou vůči sobě v klidu. S volnými částicemi lze spojit preferované vztažné soustavy, nazývané inerciální. Volná částice je vzhledem k inerciální vztažné soustavě v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu (tj. v pohybu s konstantní rychlostí).

Druhý Newtonův zákon

Síly působící na těleso o hmotnosti m mu udílejí zrychlení, které je dáno jejich výslednicí $\sum \boldsymbol{F}$ podle vztahu

$$m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}. \qquad (5.1)$$

Tento vztah lze rozepsat do složek:

$$ma_x = \sum F_x, \quad ma_y = \sum F_y, \quad ma_z = \sum F_z. \qquad (5.2)$$

Z druhého Newtonova zákona vyplývá, že v soustavě jednotek SI je jednotka síly

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}. \qquad (5.3)$$

Silový diagram je užitečný pro řešení úloh pomocí druhého Newtonova zákona: je to zjednodušený diagram, konstruovaný pro *jediné* těleso, reprezentované bodem. Vnější síly působící na toto těleso jsou znázorněny jako vektory. V diagramu je rovněž zakreslena soustava souřadnic zvolená tak, aby řešení úlohy bylo co nejjednodušší.

Některé typy sil

Tíhová síla $\boldsymbol{G}$ je síla, kterou působí na těleso Země (nebo jiný astronomický objekt, v jehož těsné blízkosti se těleso nachází):

$$\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}, \qquad (5.10)$$

kde $\boldsymbol{g}$ je tíhové zrychlení (zrychlení volného pádu).

Normálová síla $\boldsymbol{N}$ je tlaková síla, kterou působí na těleso podložka, na níž těleso spočívá. Je k podložce vždy kolmá.

Třecí silou $\boldsymbol{F}$ působí na těleso podložka, pokud je podél ní uváděno do skluzu, nebo již po ní klouže. Tato síla je rovnoběžná s podložkou a směřuje proti směru skutečného či zamýšleného pohybu tělesa. **Dokonale hladká podložka** působí na těleso zanedbatelně malou třecí silou.

Tahovou silou $\boldsymbol{T}$ působí na těleso připojené lano (vlákno). Její působiště je v místě spoje. Síla má směr vlákna a míří ven z tělesa. Pro **nehmotné** vlákno (tj. vlákno se zanedbatelnou hmotností) má tahová síla na obou jeho koncích stejnou velikost, i když je vedeno přes **nehmotnou kladku**, která se může otáčet **bez tření** (hmotnost kladky je zanedbatelná stejně jako třecí síla v ose kladky, která by bránila její rotaci).

Třetí Newtonův zákon

Působí-li těleso A silou $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$ na těleso B, působí i těleso B na těleso A, a to silou stejně velkou, avšak opačně orientovanou:

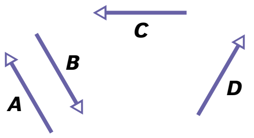
$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}. \qquad (5.14)$$

Tyto síly působí na *různá* tělesa.

OTÁZKY

1. Na pohybující se těleso působí dvě síly. Je možné, aby se těleso pohybovalo (a) rovnoměrně, (b) stálou rychlostí? Mohla by být rychlost tělesa nulová (c) v některém okamžiku, (d) trvale?

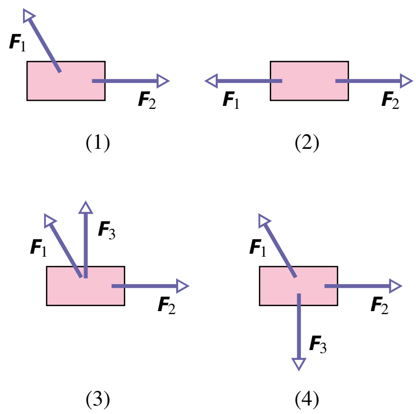
2. Obr. 5.26 znázorňuje čtyři síly stejné velikosti. Je možné vybrat z nich tři tak, aby se při jejich (současném) působení na těleso jeho rychlost neměnila? V kladném případě tyto síly označte.



Obr. 5.26 Otázka 2

3. Obr. 5.27 znázorňuje pohled shora na čtyři situace, v nichž síly působí na kostku spočívající na dokonale hladké podlaze. Ve kterých z nich lze vhodně zvolit velikost sil tak, aby kostka (a) byla v klidu, (b) pohybovala se konstantní rychlostí?

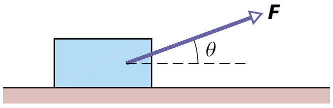
4. Svislá síla $\boldsymbol{F}$ působí na kostku o hmotnosti m ležící na podlaze. Co se děje s normálovou silou $\boldsymbol{N}$, jíž působí na kostku podlaha, narůstá-li velikost F síly $\boldsymbol{F}$ z nulové hodnoty a síla $\boldsymbol{F}$ směřuje (a) dolů, (b) vzhůru?



Obr. 5.27 Otázka 3

5. Na těleso na obr. 5.8 působí tíhová síla o velikosti 100 N. Na jeho povrchu leží další těleso, na něž působí tíhová síla 50 N. Jaká je normálová síla, jíž působí (a) dolní těleso na horní, (b) stůl na dolní těleso?

6. (a) Přispívá svislá složka síly $\boldsymbol{F}$ na obr. 5.28 k nadzvednutí krabice, nebo ji přitlačuje k podlaze? (b) Předpokládejte, že hmotnost krabice je m. Je velikost normálové síly, jíž působí podlaha na krabici, stejná, větší či menší ve srovnání s mg? (c) Je svislá složka síly $\boldsymbol{F}$ rovna $F \sin\theta$, nebo $F \cos\theta$?

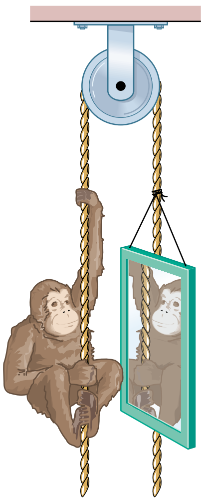


Obr. 5.28 Otázka 6

7. Zavěšené těleso na obr. 5.10c váží 75 N. Rozhodněte, zda je hodnota T, resp. T' stejná, větší či menší než 75 N, pohybuje-li se těleso směrem dolů (a) se vzrůstající rychlostí, (b) s klesající rychlostí.

8. Kabina výtahu je zavěšena na jediném laně a nemá protizávaží. V přízemí do kabiny nastoupí pasažéři, kteří jedou do nejvyššího patra a tam vystoupí. Nahoře nastoupí noví pasažéři a jedou do přízemí. Rozhodněte, v kterých fázích této okružní jízdy je velikost síly napínající závěsné lano (a) stejná jako velikost tíhové síly působící na pasažéry a kabinu, (b) větší, (c) menší.

9. Na obr. 5.29 je nehmotné lano vedeno přes kladku, která se může otáčet bez tření. Na laně visí opice a dívá se do zrcadla, které má stejnou hmotnost jako ona a je zavěšeno na druhém konci lana. Může opice „uniknout" svému obrazu v zrcadle, jestliže (a) poleze po laně vzhůru, (b) poleze po laně dolů, (c) pustí lano? Zdůvodněte.

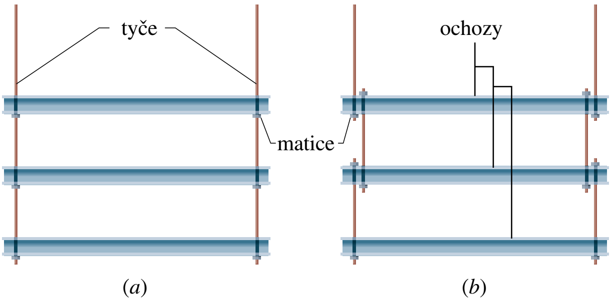


Obr. 5.29 Otázka 9

10. Je 17. července 1981, Kansas City: nově otevřená hala Hyatt Regency je plná lidí, kteří poslouchají oblíbené skladby 40. let a tančí při nich. Mnoho lidí se tísní na ochozech, které visí jako mosty nad širokým atriem. Najednou se dva ochozy utrhnou a spadnou na ty, kteří se baví dole…

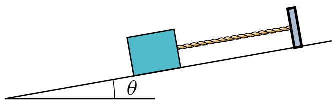
Ochozy byly zavěšeny nad sebou na svislých tyčích a připevněny k nim pomocí šroubů s maticemi. V původním návrhu konstrukce měly být použity pouze dvě svislé tyče a ke každé z nich měly být připevněny tři ochozy (obr. 5.30a). Tíhová síla působící na každý z ochozů i s lidmi měla průměrnou velikost G. Jaká by byla celková zátěž závitů a dvou šroubů s maticemi držících (a) nejnižší, (b) nejvyšší ochoz?

Předpokládejme, že šrouby nelze uchytit k tyčím jinak, než na jejich koncích. Je tedy třeba zvolit jiný typ konstrukce. Na rozdíl od původního provedení je nyní použito šesti tyčí a každá je spojena se dvěma ochozy (obr. 5.30b). Jaká je nyní celková zátěž závitů a dvou šroubů držících (c) nejnižší, (d) nejvyšší ochoz? Právě tato druhá konstrukce byla použita v popisovaném případě.



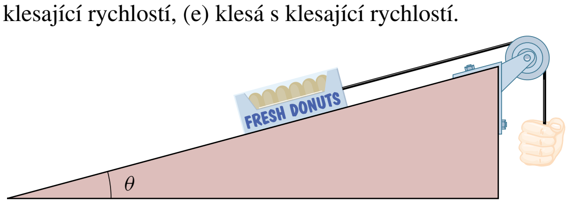
Obr. 5.30 Otázka 10

11. Kostka na obr. 5.31 je připevněna na provaze uchyceném ke sloupku, který je pevně spojen s nakloněnou rovinou. Rozhodněte, zda velikosti následujících sil rostou, klesají či zůstávají neměnné, narůstá-li úhel sklonu θ od nulové hodnoty: (a) složka tíhové síly působící na kostku měřená podél nakloněné roviny, (b) síla napínající provaz, (c) složka tíhové síly působící na kostku měřená ve směru kolmém k nakloněné rovině, (d) normálová síla, jíž působí nakloněná rovina na kostku.



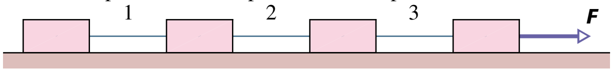
Obr. 5.31 Otázka 11

12. Krabice s koblihami leží na dokonale hladké nakloněné rovině (obr. 5.32). Složka tíhové síly působící na krabici měřená podél nakloněné roviny má velikost 5 N. Tahová síla provazu je T. Rozhodněte, je-li hodnota T stejná, větší či menší než 5 N, jestliže krabice (a) je v klidu, (b) stoupá po nakloněné rovině s konstantní rychlostí, (c) klesá s konstantní rychlostí, (d) stoupá s klesající rychlostí, (e) klesá s klesající rychlostí.



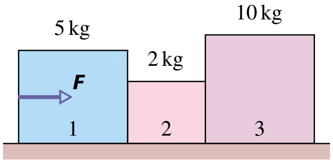
Obr. 5.32 Otázka 12

13. Na obr. 5.33 jsou čtyři kostky tažené po dokonale hladké vodorovné podložce silou $\boldsymbol{F}$. Jaká celková hmotnost je urychlována směrem vpravo (a) silou $\boldsymbol{F}$, (b) vláknem 3, (c) vláknem 1? (d) Sestavte sestupné pořadí kostek podle velikosti jejich zrychlení. (e) Sestavte sestupné pořadí vláken podle velikosti tažné síly. (Přípravná otázka pro řešení úloh 48 a 49.)



Obr. 5.33 Otázka 13

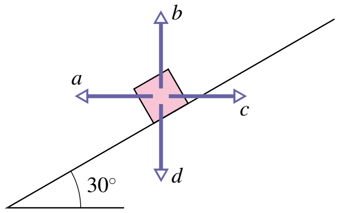
14. Na obr. 5.34 jsou tři kostky tlačené po dokonale hladké podložce vodorovnou silou $\boldsymbol{F}$. Jaká celková hmotnost je urychlována



Obr. 5.34 Otázka 14

směrem vpravo (a) silou $\boldsymbol{F}$, (b) silou $\boldsymbol{F}_{21}$, jíž působí kostka 1 na kostku 2, (c) silou $\boldsymbol{F}_{32}$, jíž působí kostka 2 na kostku 3? (d) Seřaďte kostky sestupně podle velikosti jejich zrychlení. (e) Seřaďte sestupně síly $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}_{21}$, $\boldsymbol{F}_{32}$ podle jejich velikosti. (Přípravná otázka pro úlohu 40.)

15. Obr. 5.35 ukazuje čtyři možné směry působení síly o velikosti F na kostku umístěnou na nakloněné rovině. Směry jsou buď vodorovné, nebo svislé. (Předpokládáme, že velikost síly není dostatečná k tomu, aby se v případě a nebo b kostka odpoutala od podložky.) Uspořádejte jednotlivé možnosti sestupně podle velikosti odpovídající normálové síly, jíž tlačí podložka na kostku.



Obr. 5.35 Otázka 15

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 5.3 Síla

1C. Standardní kilogramové těleso se pohybuje se zrychlením o velikosti $2{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, které svírá s kladným směrem osy x úhel $20°$. Určete (a) x-ovou a y-ovou složku výslednice sil působících na těleso. (b) Vyjádřete výslednici pomocí jednotkových vektorů kartézské soustavy souřadnic.

2C. Standardní kilogramové těleso je urychlováno silami $\boldsymbol{F}_1 = (3{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (4{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{F}_2 = (-2{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (-6{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$. (a) Zapište výslednou sílu pomocí jednotkových vektorů. Určete velikost a směr (b) výsledné síly působící na těleso, (c) zrychlení tělesa.

3Ú. Standardní kilogramové těleso se pohybuje se zrychlením o velikosti $4{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, které svírá s kladným směrem osy x úhel $160°$. Zrychlení udílejí tělesu dvě síly, z nichž jedna má tvar $\boldsymbol{F}_1 = (2{,}5\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (4{,}6\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$. (a) Zapište druhou ze sil pomocí jednotkových vektorů. (b) Určete její velikost a směr.

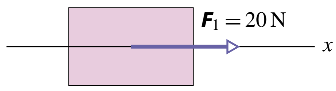
ODST. 5.5 Druhý Newtonův zákon

4C. Na kostku o hmotnosti 2,0 kg, která může klouzat po dokonale hladké kuchyňské lince v rovině xy, působí dvě vodorovné síly. Jedna z nich je $\boldsymbol{F}_1 = (3{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (4{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$. Zapište zrychlení kostky pomocí jednotkových vektorů, je-li druhá síla (a) $\boldsymbol{F}_2 = (-3{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (-4{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$, (b) $\boldsymbol{F}_2 = (-3{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (4{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$, (c) $\boldsymbol{F}_2 = (3{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (-4{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$.

5C. Částice, na niž působí dvě síly, se pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v} = (3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{i} - (4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{j}$. Jedna ze sil je $\boldsymbol{F}_1 = (2\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (-6\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$. Určete druhou sílu.

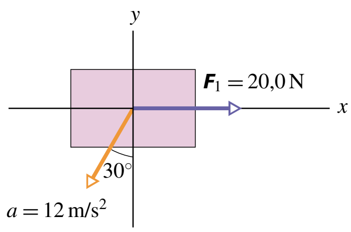
6C. Na částici pohybující se stálou rychlostí $\boldsymbol{v} = (2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{i} - (7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{j}$ působí tři síly. Dvě z nich jsou dány takto: $\boldsymbol{F}_1 = (2\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (3\,\mathrm{N})\boldsymbol{j} + (-2\,\mathrm{N})\boldsymbol{k}$ a $\boldsymbol{F}_2 = (-5\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (8\,\mathrm{N})\boldsymbol{j} + (-2\,\mathrm{N})\boldsymbol{k}$. Určete třetí sílu.

7C. Na dvoukilogramovou bednu, znázorněnou na obr. 5.36 v pohledu shora, působí dvě síly, z nichž pouze jedna je v obrázku vyznačena. Bedna se pohybuje přesně podél osy x. Pro každou z následujících hodnot x-ové složky zrychlení a_x bedny určete druhou sílu: (a) $10{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, (b) $20{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, (c) 0, (d) $-10{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, (e) $-20{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



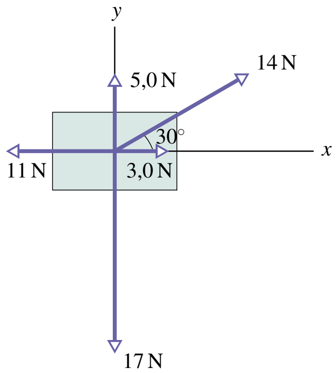
Obr. 5.36 Cvičení 7

8C. Na dvoukilogramovou bednu, znázorněnou na obr. 5.37 v pohledu shora, působí dvě síly, z nichž pouze jedna je v obrázku vyznačena. Obrázek také ukazuje zrychlení bedny. (a) Vyjádřete druhou sílu pomocí jednotkových vektorů. (b) Určete její velikost a směr.



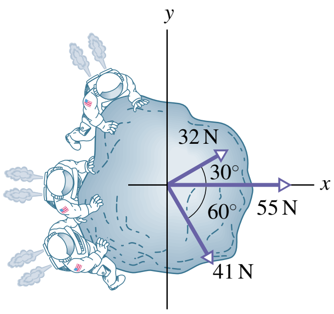
Obr. 5.37 Cvičení 8

9C. Bedna na obr. 5.38 má hmotnost 4,0 kg. Působí na ni pět sil. Vyjádřete zrychlení bedny (a) pomocí jednotkových vektorů a (b) určete jeho velikost a směr.



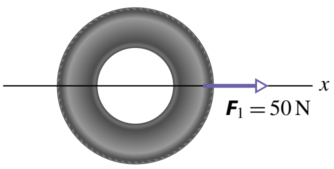
Obr. 5.38 Cvičení 9

10Ú. Tři astronauti pohánění tryskovými motorky na zádech tlačí asteroid o hmotnosti 120 kg k řídícímu stanovišti. Působí na něj při tom silami, vyznačenými v obr. 5.39. Jaké je zrychlení asteroidu vyjádřené (a) pomocí jednotkových vektorů, (b) pomocí velikosti a směru?



Obr. 5.39 Úloha 10

11Ú. Obr. 5.40 představuje pohled shora na pneumatiku o hmotnosti 12 kg, taženou třemi lany. Jedna ze sil ($\boldsymbol{F}_1$, velikost 50 N) je vyznačena. Stanovte orientaci dalších dvou sil $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$ tak, aby velikost výsledného zrychlení byla co nejmenší a určete tuto velikost pro (a) $F_2 = 30\,\mathrm{N}$, $F_3 = 20\,\mathrm{N}$, (b) $F_2 = 30\,\mathrm{N}$, $F_3 = 10\,\mathrm{N}$, (c) $F_2 = F_3 = 30\,\mathrm{N}$.



Obr. 5.40 Úloha 11

ODST. 5.6 Některé typy sil

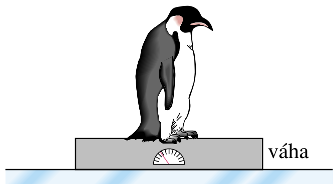
12C. Určete hmotnost a tíhovou sílu pro (a) 1 400librový sněžný skútr a (b) 421kilogramovou tepelnou pumpu.

13C. Jaká je tíhová síla v newtonech a hmotnost v kilogramech pro (a) 5,0librový balík cukru, (b) 240librového zápasníka, (c) 1,8tunový automobil?

14C. Vesmírný cestovatel, jehož hmotnost je 75 kg, opustil Zemi. Určete velikost tíhové síly, která na něj působí (a) na Zemi, (b) na Marsu, kde je $g = 3{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, (c) v meziplanetárním prostoru, kde je $g = 0$. (d) Jaká je jeho hmotnost ve všech těchto místech?

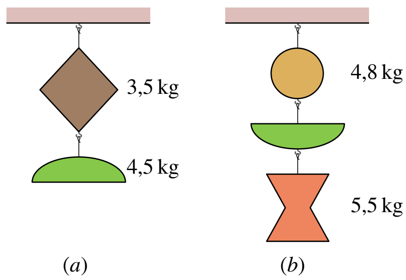
15C. Na částici působí tíhová síla 22 N v místě, kde je $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. (a) Určete tíhovou sílu působící na částici v místě, kde je $g = 4{,}9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Jaká je v tomto místě její hmotnost? (b) Jaká bude hmotnost a tíhová síla působící na tuto částici, přemístíme-li ji do prostoru, kde je $g = 0$?

16C. Tučňák o hmotnosti 15,0 kg stojí na osobní váze (obrázek 5.41). Určete (a) tíhovou sílu $\boldsymbol{G}$ působící na tučňáka a (b) normálovou sílu $\boldsymbol{N}$. Jaký údaj ukazuje váha, je-li cejchována v newtonech?



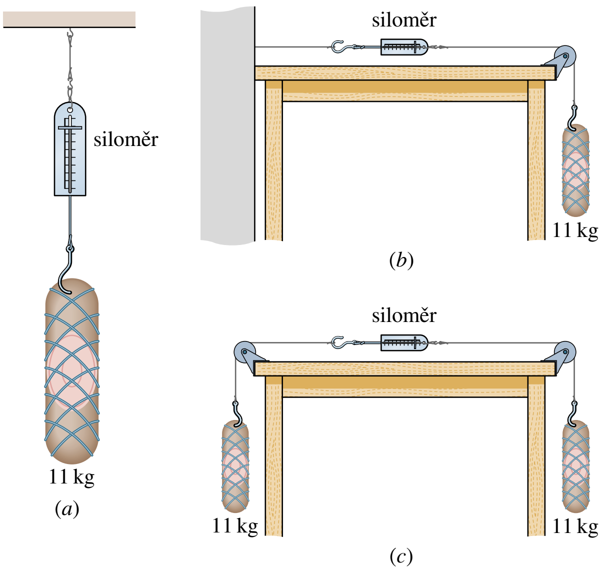
Obr. 5.41 Cvičení 16

17C. Na obr. 5.42a je znázorněna ozdoba se dvěma kovovými díly navléknutými na vlákně o zanedbatelné hmotnosti, zavěšená u stropu. Hmotnosti dílů jsou dány. Jaká síla napíná (a) dolní vlákno, (b) horní vlákno? Obr. 5.42b zachycuje podobnou ozdobu se třemi kovovými díly. Hmotnosti nejvyššího a nejnižšího dílu jsou dány. Síla napínající horní vlákno má velikost 199 N. Jak velká síla napíná (c) dolní a (d) prostřední vlákno?



Obr. 5.42 Cvičení 17

18C. (a) Salám o hmotnosti 11,0 kg je zavěšen na pružině siloměru, který je připevněn provazem ke stropu (obr. 5.43a). Jaký údaj je na stupnici siloměru? (b) Na obr. 5.43b je týž salám zavěšen na provaze vedeném přes kladku a upevněném k pružině siloměru. Siloměr je připevněn dalším provazem ke stěně. Jaký je nyní údaj na stupnici siloměru? (c) Na obr. 5.43c je stěna nahrazena jiným salámem o hmotnosti 11,0 kg a soustava je v rovnováze. Určete údaj na stupnici siloměru i v tomto případě.



Obr. 5.43 Cvičení 18

ODST. 5.8 Užití Newtonových zákonů

19C. Tíhová síla působící na letící letadlo je kompenzována svislou vztlakovou silou, kterou na letadlo působí okolní vzduch. Jak velká je vztlaková síla, je-li hmotnost letadla $1{,}20 \cdot 10^3$ kg?

20C. Jaká je velikost výslednice sil působících na automobil o hmotnosti 1 900 kg, který se rozjíždí se zrychlením o velikosti $3{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$?

21C. Pokusné raketové sáně mohou být během 1,8 s rovnoměrně urychleny z klidu až na rychlost $1\,600\ \mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Jaká je velikost potřebné průměrné síly, je-li hmotnost sání 500 kg?

22C. Automobil jedoucí rychlostí $53\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ narazil do mostního pilíře. Řidič se přitom pohnul o 65 cm dopředu (vzhledem k silnici), než byl jeho pohyb zastaven airbagem. Jak velká síla (předpokládáme stálou sílu) působila na řidičovu horní část těla, jejíž hmotnost je 41 kg?

23C. Při zachycení zbloudilého neutronu jádrem se neutron vlivem *silné interakce* musí zastavit na vzdálenosti rovné průměru jádra. Síla, která „drží" jádro pohromadě, je vně jádra prakticky nulová. Předpokládejme, že zbloudilý neutron s počáteční rychlostí o velikosti $1{,}4{\cdot}10^7\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ je právě tak tak zachycen jádrem o průměru $d = 1{,}0{\cdot}10^{-14}$ m. Jak velká je síla působící na neutron, považujeme-li ji za konstantní? Hmotnost neutronu je $1{,}67{\cdot}10^{-27}$ kg.

24C. V modifikované přetahované se přetahují dva lidé nikoli na provaze, ale o sáně s hmotností 25 kg, které leží na (dokonale hladké) ledové ploše. Jaké bude zrychlení saní, vyvine-li jeden z hráčů sílu o velikosti 90 N a druhý 92 N?

25C. Motocykl o hmotnosti 225 kg dosáhne z klidu rychlosti $90\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ během 5,0 s. (a) Jak velké je zrychlení motocyklu, považujeme-li je za konstantní? (b) Jaká je velikost výsledné síly urychlující motocykl?

26C. Vraťme se k obr. 5.15 a předpokládejme, že hmotnosti znázorněných těles jsou $m = 2{,}0$ kg a $M = 4{,}0$ kg. (a) Bez výpočtu rozhodněte, které z obou těles je nutno zavěsit na konec lana, abychom docílili co největšího zrychlení. Jaká je v tomto případě (b) velikost zrychlení a (c) velikost tahové síly lana?

27C. Vraťme se k obr. 5.22. Zvolme hmotnost kostky $m = 8{,}5$ kg a úhel $\theta = 30°$. Určete (a) tahovou sílu provazu a (b) normálovou sílu působící na kostku. (c) Jaké bude zrychlení kostky, jestliže se provaz přetrhne?

28C. Tryskový letoun se rozjíždí po startovní dráze se zrychlením $2{,}3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Má dva tryskové motory, z nichž každý vyvine tažnou sílu o velikosti $1{,}4{\cdot}10^5$ N. Kolik váží letadlo?

29C. *Sluneční plachtění.* „Sluneční jachta" je kosmická loď s velkou „plachtou", poháněná světelnými paprsky ze Slunce. I když je světelný tlak v běžných podmínkách velice malý, může být dostatečný k tomu, aby dopravil kosmickou loď na bezplatný, i když velmi pomalý výlet. Předpokládejme, že hmotnost lodi je 900 kg a působí na ni tlaková síla o velikosti 20 N. (a) Jak velké je zrychlení lodi? (b) Startuje-li loď z klidu, jak daleko se dostane za 1 den a (c) jak velké rychlosti za tu dobu dosáhne?

30C. Tahová síla, při které praskne rybářský vlasec, se všeobecně nazývá „pevností" vlasce. Jakou nejmenší pevnost vlasce (v newtonech) musíme požadovat, aby se 19librový losos zastavil na vzdálenosti 4,4 palce, pohyboval-li se rychlostí o velikosti 9,2 stop na sekundu? Předpokládejte, že zrychlení lososa je konstantní. Převody zadaných údajů do soustavy SI vyhledejte v převodní tabulce.

31C. V laboratorním experimentu je původně klidový elektron ($m = 9{,}11{\cdot}10^{-31}$ kg) rovnoměrně urychlen na vzdálenosti 1,5 cm a dosáhne rychlosti $6{,}0{\cdot}10^6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. (a) Jaká je velikost urychlující síly? (b) Jak velká je tíhová síla působící na elektron?

32C. Elektron vstupuje do elektrického pole s vodorovnou rychlostí o velikosti $1{,}2{\cdot}10^7\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Pole na něj působí stálou svislou silou o velikosti $4{,}5{\cdot}10^{-16}$ N. Hmotnost elektronu je $9{,}11{\cdot}10^{-31}$ kg. Zjistěte, jaká bude svislá složka posunutí elektronu poté, co ve vodorovném směru urazil 30 mm.

33C. Automobil vážící $1{,}30{\cdot}10^4$ N začne brzdit při rychlosti $40\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ a zastaví se na dráze 15 m. Za předpokladu, že je brzdná síla konstantní, určete (a) její velikost a (b) dobu brzdění. Jaká bude (c) brzdná dráha a (d) doba brzdění automobilu při téže brzdné síle, byla-li velikost počáteční rychlosti dvojnásobná? (Tato úloha může posloužit k získání představy o nebezpečí rychlé jízdy.)

34C. Určete počáteční zrychlení rakety o hmotnosti $1{,}3{\cdot}10^4$ kg, je-li počáteční tažná síla jejího motoru $2{,}6{\cdot}10^5$ N. Nezanedbávejte tíhovou sílu působící na raketu.

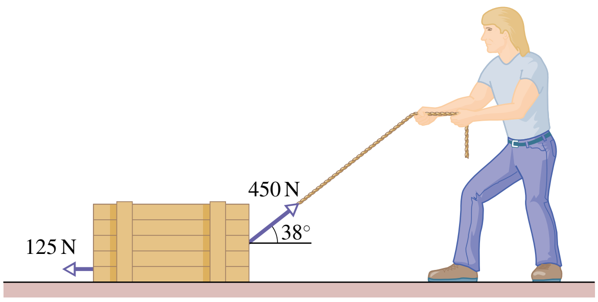
35C. Celková hmotnost rakety s nákladem je $5{,}0{\cdot}10^4$ kg. (a) Jak velká je tažná síla motoru, jestliže se raketa po zážehu „vznáší" nad startovací rampou, (b) raketa se urychluje se zrychlením o velikosti $20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$?

36Ú. Dívka o hmotnosti 40 kg si na hladině zamrzlého jezera hraje se sáněmi o hmotnosti 8,4 kg. Dívka a sáně jsou od sebe vzdáleny o 15 m. Holčička táhne sáně na provaze směrem k sobě vodorovnou silou o velikosti 5,2 N. (a) S jakým zrychlením se pohybují sáně? (b) S jakým zrychlením se pohybuje dívka? (c) Jak daleko od původního stanoviště dívky se střetnou, neuvažujeme-li působení třecích sil?

37Ú. Požárník o hmotnosti 72 kg sjíždí dolů po svislé tyči se zrychlením o velikosti $3{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Jaká je velikost a směr (a) svislé síly, jíž působí tyč na požárníka, (b) svislé síly, jíž působí požárník na tyč?

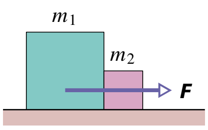
38Ú. Kulička o hmotnosti $3{,}0\cdot10^{-4}$ kg je zavěšena na niti. Stálý vítr, který vane ve vodorovném směru, na ni působí tak, že kulička je v klidu a nit svírá se svislým směrem úhel 37°. Určete (a) velikost síly větru a (b) velikost tažné síly niti.

39Ú. Dělník vleče bednu po podlaze pomocí lana (obr. 5.44). Lano je od vodorovného směru odkloněno o úhel 38° a dělník je táhne silou o velikosti 450 N. Podlaha působí na bednu mj. vodorovnou silou o velikosti 125 N, směřující proti jejímu pohybu. Vypočtěte zrychlení bedny, (a) je-li její hmotnost 310 kg, (b) váží-li bedna 310 N.



Obr. 5.44 Úloha 39

40Ú. Dvě kostky ležící na dokonale hladkém stole se dotýkají (obr. 5.45). (a) Určete síly, jimiž na sebe kostky navzájem působí, je-li $m_1 = 2{,}3$ kg, $m_2 = 1{,}2$ kg a $F = 3{,}2$ N. (b) Předpokládejme, že síla o stejné velikosti F bude působit na kostku m_2 v opačném směru. Ukažte, že velikost sil, jimiž na sebe nyní kostky působí, je 2,1 N, tj. je odlišná od výsledku úlohy (a). Zdůvodněte tento rozdíl.



Obr. 5.45 Úloha 40

41Ú. Představme si, že tlačíme malou ledničku stálou silou $\boldsymbol{F}$ po naleštěné (dokonale hladké) podlaze tak, že síla $\boldsymbol{F}$ je buď vodorovná (případ 1), nebo je od vodorovného směru odkloněna o úhel θ šikmo vzhůru (případ 2). (a) Jaký je poměr velikostí rychlostí, kterých dosáhne lednička v případech 2 a 1, tlačíme-li ji vždy po stejnou dobu t? (b) Jaký bude tento poměr, posune-li se lednička v obou případech do téže vzdálenosti d?

42Ú. Pro zábavu: Pásovec klouže po dokonale hladké zamrzlé hladině rybníka s počáteční rychlostí o velikosti $5{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, která je souhlasně rovnoběžná se souřadnicovou osou x. Jeho počáteční polohu zvolíme za počátek soustavy souřadnic. Závan větru působí na pásovce silou o velikosti 17 N ve směru kladně orientované osy y. Pomocí jednotkových vektorů dané kartézské soustavy souřadnic zapište (a) jeho rychlost a (b) jeho polohu po uplynutí 3,0 s.

43Ú. Celková hmotnost výtahu i s nákladem je 1 600 kg. Určete tažnou sílu nosného lana, jestliže se výtah, který původně klesal rychlostí $12\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, zastavil na dráze 42 m.

44Ú. Předmět je zavěšen na siloměru připevněném ke stropu kabiny výtahu. Výtah stojí a na stupnici siloměru je údaj 65 N. Jaký údaj bude ukazovat siloměr, bude-li výtah stoupat (a) konstantní rychlostí $7{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, (b) rychlostí klesající z počáteční hodnoty $7{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, je-li velikost zrychlení $2{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$?

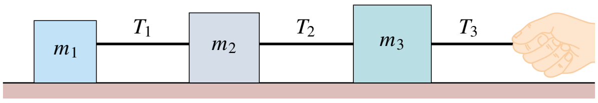
45Ú. Tryskový motor o hmotnosti 1 400 kg je připevněn k trupu dopravního letadla třemi šrouby (obvyklá praxe). Předpokládejme, že každý šroub nese jednu třetinu zátěže. (a) Vypočtěte sílu působící na každý šroub, jestliže letadlo čeká na startovací dráze na pokyn k odletu. (b) Během letu se letadlo dostane do turbulence, vlivem níž získá náhle zrychlení o velikosti $2{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ směřující svisle vzhůru. Vypočtěte sílu působící na každý šroub za této situace.

46Ú. Na obr. 5.46 je vrtulník o hmotnosti 15 000 kg, který zvedá nákladní automobil o hmotnosti 4 500 kg se zrychlením $1{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Vypočtěte (a) sílu, jíž působí vzduch na vrtuli, (b) tažnou sílu horního nosného lana.

Obr. 5.46 Úloha 46

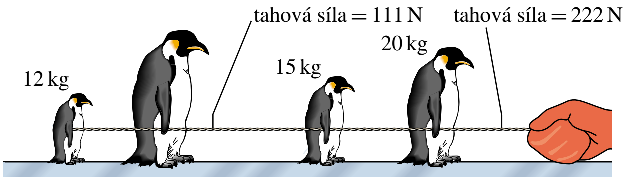
47Ú. Člověk o hmotnosti 80 kg skáče na betonový dvorek z okna umístěného ve výšce pouhých 0,5 m. Při dopadu zapomene pokrčit kolena, takže se jeho pohyb zastaví na vzdálenosti 2,0 cm. (a) Jaké je průměrné zrychlení člověka od okamžiku, kdy se dotkl chodidly dvorku, do chvíle, kdy byl již zcela v klidu? (b) Jakou silou byly při tomto skoku namáhány jeho kosti?

48Ú. Tři kostky spojené podle obr. 5.47 jsou taženy po dokonale hladké vodorovné podložce směrem vpravo. Tahová síla má velikost $T_3 = 65$ N. Hmotnosti kostek jsou $m_1 = 12{,}0$ kg, $m_2 = 24{,}0$ kg a $m_3 = 31{,}0$ kg. Vypočtěte (a) zrychlení soustavy, (b) velikosti tahových sil T_1 a T_2 vláken spojujících kostky.



Obr. 5.47 Úloha 48

49Ú. Na obr. 5.48 jsou čtyři hraví tučňáci, které jejich ošetřovatel táhne na laně po velmi kluzkém (dokonale hladkém) ledu. Hmotnosti tří tučňáků a velikosti tažných sil jednotlivých částí lana jsou dány. Určete hmotnost zbývajícího tučňáka.



Obr. 5.48 Úloha 49

50Ú. Kabina výtahu vážící 6 240 lb se rozjíždí směrem vzhůru se zrychlením o velikosti 4,00 ft$\cdot$s^{-2}. (a) Vypočtěte tažnou sílu lana. (b) Jaká by byla tažná síla lana, kdyby stoupající výtah *brzdil* se zrychlením o stejné velikosti? Údaje převeďte do soustavy jednotek SI.

51Ú. Parašutista o hmotnosti 80 kg padá se zrychlením o velikosti 2,5 m$\cdot$s^{-2}. Hmotnost padáku je 5,0 kg. (a) Jakou vztlakovou silou působí vzduch na otevřený padák? (b) Jakou tahovou silou působí na padák člověk?

52Ú. Člověk o hmotnosti 85 kg se spouští na zem z výšky 10,0 m tak, že se drží lana vedeného přes kladku, na jehož druhém konci je zavěšen pytel s pískem o hmotnosti 65 kg. Kladka se otáčí bez tření. (a) Jakou rychlostí dopadne člověk na zem, jestliže byl zpočátku v klidu? (b) Může člověk nějakým způsobem rychlost dopadu snížit?

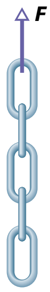
53Ú. Letadlo o váze 5,2$\cdot$10^4 lb (obr. 5.49) musí mít před vzlétnutím rychlost 280 ft/s. Motor vyvine sílu o velikosti nejvýše 24 000 lb, která však nepostačuje k tomu, aby letadlo dosáhlo požadované rychlosti na dráze 300 ft, odpovídající délce paluby. Jakou nejmenší silou (předpokládáme, že konstantní) musí na letadlo působit katapultovací zařízení, aby letadlo mohlo vzlétnout? Předpokládáme, že jak motor, tak katapultovací zařízení působí na letadlo při rozjezdu konstantní silou.

54Ú. Představme si kosmickou loď blížící se k povrchu Callista, jednoho z Jupiterových měsíců. Vyvine-li motor brzdnou sílu (směřující od povrchu svisle vzhůru) o velikosti 3 260 N, bude loď klesat s konstantní rychlostí. Pokud by byla velikost brzdné síly pouze 2 200 N, klesala by loď se zrychlením o velikosti 0,39 m$\cdot$s^{-2}. (a) Jaká tíhová síla působí na loď v blízkosti povrchu Callista? (b) Jaká je hmotnost lodi? (c) Jaké je tíhové zrychlení v blízkosti povrchu Callista?

55Ú. Artista o hmotnosti 52 kg se spouští po laně, které může prasknout, překročí-li velikost tahové síly hodnotu 425 N. (a) Co se stane, visí-li artista na laně v klidu? (b) S jak velkým zrychlením se musí artista spouštět, aby právě zabránil přetržení lana?

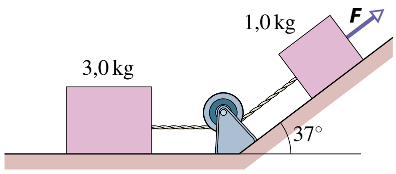
Obr. 5.49 Úloha 53

56Ú. Řetěz tvořený pěti články, z nichž každý má hmotnost 0,100 kg, je zvedán svisle vzhůru se stálým zrychlením 2,50 m$\cdot$s^{-2} (obr. 5.50). Určete (a) síly vzájemného působení mezi všemi dvojicemi sousedních článků, (b) sílu $\boldsymbol{F}$, jíž působí na horní článek člověk zvedající řetěz, (c) *výslednou* sílu udělující zrychlení každému článku.



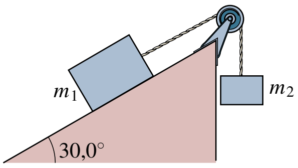
Obr. 5.50 Úloha 56

57Ú. Těleso o hmotnosti 1,0 kg leží na nakloněné rovině s úhlem sklonu 37° a je spojeno s tělesem o hmotnosti 3,0 kg podle obr. 5.51. Styčné plochy jsou dokonale hladké a kladka se otáčí bez tření. Jaká je tažná síla spojovacího vlákna, je-li $F = 12$ N?



Obr. 5.51 Úloha 57

58Ú. Kostka o hmotnosti $m_1 = 3,70$ kg spočívá na dokonale hladké nakloněné rovině o úhlu sklonu 30,0°. Vláknem vedeným přes nehmotnou kladku otáčející se bez tření je spojena s další kostkou, jejíž hmotnost je $m_2 = 2{,}30$ kg (obr. 5.52). Určete (a) velikost zrychlení každé z kostek a (b) směr zrychlení kostky m_2. (c) Jakou silou je napínáno vlákno?



Obr. 5.52 Úloha 58

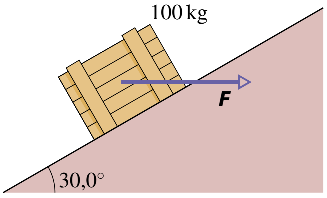
59Ú. Balík opotřebeného pokrývačského materiálu o hmotnosti 50 kg je třeba spustit na zem na laně, jehož pevnost je 390 N (při vyšší zátěži se lano přetrhne). (a) Jak lze zabránit přetržení lana během spouštění materiálu? (b) Předpokládejme, že spouštíme balík z výšky 9 m způsobem, jímž právě tak tak zabráníme přetržení lana. Jakou rychlostí dopadne balík na zem?

60Ú. Kostka je vržena vzhůru po dokonale hladké nakloněné rovině počáteční rychlostí o velikosti v_0. Úhel sklonu nakloněné roviny je θ. (a) Jakou vzdálenost urazí kostka podél nakloněné roviny, než se dostane do bodu obratu? (b) Jak dlouho to bude trvat? (c) S jakou rychlostí se kostka vrátí do místa, ze kterého byla vržena? Číselně spočtěte pro hodnoty $\theta = 32{,}0°$ a $v_0 = 3{,}5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

61Ú. Kosmická loď startuje svisle vzhůru z povrchu Měsíce, kde je tíhové zrychlení $1{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Loď startuje se zrychlením o velikosti $1{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ vzhledem k povrchu Měsíce. Jakou silou působí sedadlo lodi na astronauta, na kterého působí na Zemi tíhová síla o velikosti 735 N?

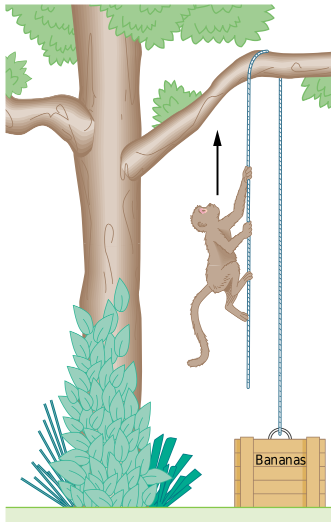
62Ú. Lampa je zavěšena na svislém provaze v kabině klesajícího výtahu, který brzdí se zrychlením o velikosti $2{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. (a) Určete hmotnost lampy, víte-li, že tažná síla provazu má velikost 89 N. (b) Jak velká síla by napínala provaz, kdyby se výtah rozjížděl vzhůru se zrychlením o velikosti $2{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$?

63Ú. Přepravka o hmotnosti 100 kg je tlačena stálou rychlostí vzhůru po dokonale hladké nakloněné rovině o úhlu sklonu 30,0° (obr. 5.53). (a) Jak velká vodorovná síla $\boldsymbol{F}$ je k tomu potřebná? (b) Jakou silou tlačí nakloněná rovina na přepravku?



Obr. 5.53 Úloha 63

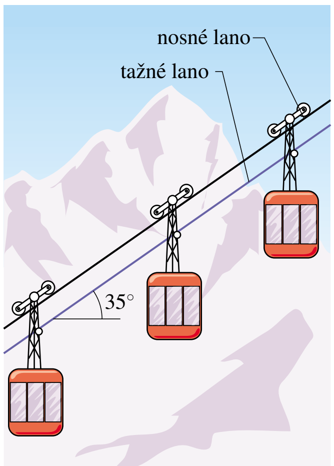
64Ú. Desetikilogramová opice leze po nehmotném provaze přehozeném přes větev stromu. Provaz je na druhém konci zatížen patnáctikilogramovým závažím ležícím na zemi (obr. 5.54). Provaz může klouzat po větvi bez tření. (a) S jakým nejmenším zrychlením musí opice lézt, má-li se zátěž odpoutat od země? Jakmile se závaží odpoutá od povrchu Země, přestane opice lézt, ale drží se provazu. (b) Jaké je nyní zrychlení opice a (c) jakou silou je napínán provaz?



Obr. 5.54 Úloha 64

65Ú. Obr. 5.55 ukazuje část alpské kabinové lanovky. Nejvyšší povolená hmotnost každé kabiny je 2 800 kg. Kabiny jezdí po nosném laně a jsou taženy dalším lanem, které je připojeno k závěsu každé z nich.

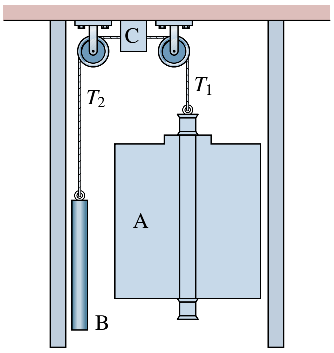
Jak se liší síly pnutí v sousedních úsecích tažného lana, mají-li kabiny maximální povolenou hmotnost a stoupají-li se zrychlením o velikosti $0{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? Sklon lana je 35°.



Obr. 5.55 Úloha 65

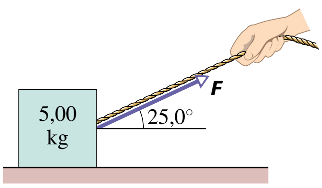
66Ú. Kosmická loď má hmotnost $1{,}20{\cdot}10^6$ kg a je zpočátku v klidu vzhledem k systému stálic. (a) S jakým stálým zrychlením by se musela loď pohybovat, aby za 3,0 dny dosáhla vzhledem k systému stálic rychlosti o velikosti $0{,}10c$ (kde c je rychlost světla)? (Neberte v úvahu korekce vyplývající z Einsteinovy speciální teorie relativity.) (b) Vyjádřete velikost zrychlení v jednotkách g. (c) Jak velké síly je třeba k udělení tohoto zrychlení? (d) Předpokládejme, že motory se vypnou, jakmile loď dosáhne požadované rychlosti ($v = 0{,}10c$). Jak daleko dorazí loď od okamžiku startu za 5,0 světelných měsíců (vzdálenost, kterou světlo urazí za dobu 5,0 měsíců)?

67Ú. Výtah na obr. 5.56 je sestaven z kabiny (A) o hmotnosti 1 150 kg, protizávaží (B) o hmotnosti 1 400 kg, hnacího mechanismu (C), lana a dvou kladek. Hnací mechanismus lano buď urychluje, nebo zpomaluje. V důsledku toho se síla T_1 napínající lano na jedné straně hnacího mechanismu liší od síly T_2, která lano napíná na druhé straně. Předpokládejme, že kabina (A) stoupá se zrychlením o velikosti $a = 2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Se zrychlením o téže velikosti klesá protizávaží (B). Zanedbejte hmotnost kladek i lana. Určete (a) T_1, (b) T_2 a (c) velikost síly, kterou působí na lano hnací mechanismus.



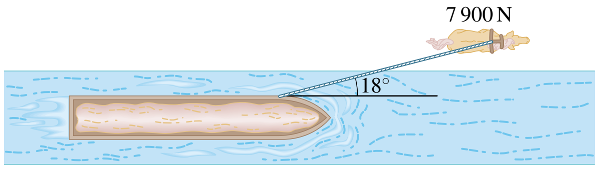
Obr. 5.56 Úloha 67

68Ú. Kostka o hmotnosti 5,00 kg je tažena po vodorovné dokonale hladké podložce provazem, na který působí síla o velikosti $F = 12{,}0\,\mathrm{N}$ pod úhlem 25,0° vzhledem k vodorovné rovině (obr. 5.57). (a) Jaké je zrychlení kostky? (b) Velikost síly F začne pomalu vzrůstat. Jaká je její velikost právě v okamžiku, kdy se kostka zcela zvedne nad podložku? (c) Jaké je v tomto okamžiku zrychlení kostky?



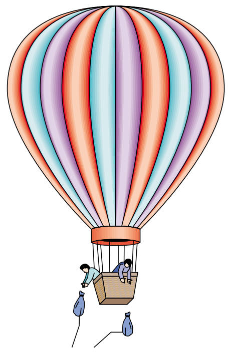
Obr. 5.57 Úloha 68

69Ú. V minulosti se přepravovaly pramice vodními kanály pomocí koní způsobem znázorněným na obr. 5.58. Předpokládejme, že kůň táhne silou 7 900 N lano, které svírá se směrem pohybu pramice úhel 18°. Pramice pluje přímo podél kanálu. Její hmotnost je 9 500 kg a zrychlení má velikost $0{,}12\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Určete sílu, kterou působí na pramici voda.



Obr. 5.58 Úloha 69

70Ú. Horkovzdušný balon o hmotnosti M svisle klesá se zrychlením o velikosti a směřujícím dolů (obr. 5.59). Určete hmotnost zátěže, kterou je třeba z balonu vyhodit, aby získal zrychlení o téže velikosti a, avšak směřující vzhůru? Předpokládáme, že vztlaková síla, jíž působí na balon okolní vzduch, se odstraněním zátěže nezmění.

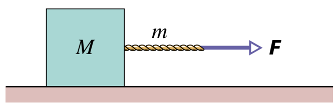


Obr. 5.59 Úloha 70

71Ú. Síla udílí tělesu o hmotnosti m_1 zrychlení o velikosti $12{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Tělesu o hmotnosti m_2 by táž síla udělila zrychlení o velikosti $3{,}30\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Jaké zrychlení udělí tato síla objektům o hmotnosti (a) $m_2 - m_1$ a (b) $m_2 + m_1$?

72Ú. Raketa o hmotnosti 3 000 kg startuje z povrchu Země pod elevačním úhlem 60°. Motor vyvine sílu o velikosti $6{,}0\cdot10^4\,\mathrm{N}$, která svírá s vodorovnou rovinou stálý úhel 60°. Zážeh motoru trvá 50 s. V hrubém přiblížení můžeme zanedbat vliv ztráty hmotnosti rakety při hoření paliva i vliv působení okolního vzduchu. Určete, (a) jaké výšky nad povrchem Země dosáhne raketa do okamžiku vypnutí motoru a (b) jak daleko od místa startu dopadne opět na povrch Země, považujeme-li jej za rovinný.*

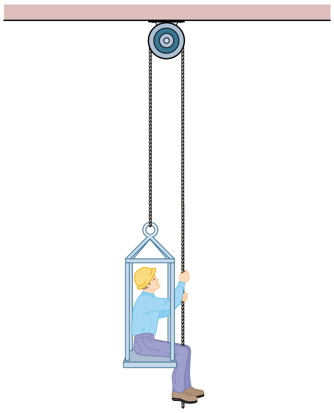
73Ú. Kostka o hmotnosti M je tažena po dokonale hladké vodorovné podložce na laně o hmotnosti m (obr. 5.60). Na konci lana působí vodorovná síla $\boldsymbol{F}$. (a) Ukažte, že lano *musí* být prohnuté, byť nepatrně. Předpokládejte, že průhyb je zanedbatelný, a určete (b) zrychlení lana a kostky, (c) sílu, kterou působí lano na kostku, a (d) sílu napínající lano uprostřed.



Obr. 5.60 Úloha 73

* Zjistěte, jak se liší hodnoty g v místě startu rakety a v nejvyšším bodě, kterého raketa dosáhne, a odhadněte, zda to může ovlivnit výsledky.

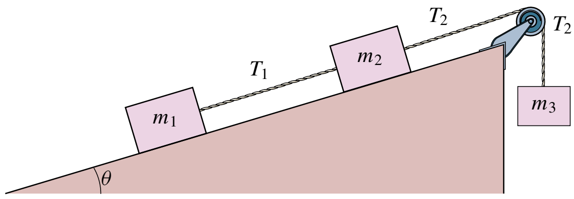
74Ú. Na obr. 5.61 je znázorněn člověk na sedačce zavěšené na nehmotném provaze. Provaz je veden přes nehmotnou kladku, která se může otáčet bez tření. Druhý konec provazu drží člověk v rukou. Celková hmotnost člověka a sedačky je 95,0 kg. (a) Jak velkou silou musí člověk táhnout provaz, aby sedačka stoupala s konstantní rychlostí? (b) Jaké tažné síly je třeba k dosažení zrychlení o velikosti $1{,}30\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? (c) Předpokládejme nyní, že druhý konec lana drží osoba stojící na zemi. Odpovězte znovu na otázky (a) a (b). (d) V každém ze čtyř výše uvedených případů určete sílu, jíž působí závěs kladky na strop.



Obr. 5.61 Úloha 74

PRO POČÍTAČ

75Ú. Na obr. 5.62 jsou znázorněny tři kostky spojené vlákny. Kostky o hmotnostech m_1 a m_2 spočívají na dokonale hladké nakloněné rovině s úhlem sklonu θ, jejich spojovací vlákno je napínáno silou o velikosti T_1. Třetí kostka o hmotnosti m_3 je s kostkou m_2 spojena vláknem vedeným přes nehmotnou kladku otáčející se bez tření, velikost síly napínající vlákno je v tomto případě T_2. Pro hodnoty $\theta = 20°$, $m_1 = 2{,}00\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1{,}00\,\mathrm{kg}$ a $m_3 = 3{,}00\,\mathrm{kg}$ určete T_1, T_2 a zrychlení obou kostek.
(*Tip*: Užijte druhého Newtonova zákona pro každou z kostek, zapište příslušné tři rovnice a řešte je na počítači.)



Obr. 5.62 Úloha 75

76Ú. Na dvoukilogramový předmět působí tři síly, které mu udílejí zrychlení $\boldsymbol{a} = -(8{,}00\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})\boldsymbol{i} + (6{,}00\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})\boldsymbol{j}$. Dvě ze sil jsou známy: $\boldsymbol{F}_1 = (30{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (16{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{F}_2 = -(12{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{i} + (8{,}0\,\mathrm{N})\boldsymbol{j}$. Určete třetí sílu.