

27. Proud a odpor

Témata přednášky:

- Elektrický proud
- Elektrická proudová hustota
- Driftová rychlost
- Elektrický odpor, měrný odpor
- Ohmuv zákon
- Výkon elektrického proudu

27

Proud a odpor



Chlouba Německa a technický zázrak své doby, vzducholod' **Hindenburg**, byla téměř tak dlouhá jako tři fotbalová hřiště — byl to největší létající stroj, který kdy byl postaven. Ačkoli ho nadnášelo šestnáct nádrží naplněných vysoce hořlavým a ve směsi se vzduchem výbušným vodíkem, mnohokrát přeletěl Atlantický oceán bez nehody. Avšak 6. května 1937 krátce po 19.21 h, právě když se Hindenburg chystal přistát na námořní a letecké základně Lakehurst ve státě New Jersey v USA, došlo ke katastrofě. Posádka nejprve čekala, až se zklidní bouřka, a potom spustila námořníkům z pozemní obsluhy manévrovací lana. Najednou bylo vidět, jak se asi ve třetině délky směrem od zádi vnější plášť vzducholodi vlní. O několik sekund později z tohoto místa vyšlehly plameny a červená záře oslnila celé okolí. Za 32 s spadla hořící vzducholod' na zem. Proč po tolika úspěšných letech vzducholodí plněných vodíkem právě tato vzducholod' shořela v plamenech?

27.1 POHYBUJÍCÍ SE NÁBOJE A ELEKTRICKÉ PROUDY

V kap. 22 až 26 jsme se podrobně zabývali *elektrostatikou*, tedy elektrickými náboji v klidu a jejich polem. V této kapitole začneme studovat *elektrické proudy*, tedy elektrické náboje v pohybu.

Elektrické proudy se vyskytují všude kolem nás, od obrovských proudů při úderu blesku až k nepatrným proudům v nervových vláknech, které řídí pohyby našich svalů. Každý dobře zná elektrický proud v domovní elektroinstalaci, v žárovkách a v elektrických spotřebičích. Svazek elektronů se pohybuje ve vakuu v obrazovce televizního přijímače — i to je elektrický proud. Nabité částice *obou* znamének protékají v ionizovaném plynu zářivek, v bateriích tranzistorových radiopřijímačů nebo v automobilových bateriích. Elektrické proudy najdeme také v polovodičových součástkách kapesních kalkulaček a v čípech, které řídí mikrovlnné trouby nebo elektrické pračky.

Nabité částice zachycené ve Van Allenových radiačních páslech se jako vlny převalují tam a zpět nad zemskou atmosférou mezi severním a jižním magnetickým pólem. Ohromné toky protonů, elektronů a iontů letí směrem od Slunce celou sluneční soustavou jako *sluneční vítr*. Kosmické paprsky, tvořené hlavně protony o velmi vysoké energii, prolétávají naší Galaxií a některé zasahují Zemi.

Přestože jakýkoli elektrický proud je vždy proudem pohybujících se nábojů, ne všechny pohybující se náboje vytvářejí elektrický proud. Abychom mohli říci, že určitou plochou prochází elektrický proud, musí vzniknout výsledný tok náboje touto plochou, jak si vysvětlíme v následujících dvou příkladech.

1. Volné, vodivostní elektrony se v izolovaném kusu měděného drátu chaoticky pohybují rychlostí řádově $10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Představíme-li si rovinu protínající takový drát, budou elektrony rovinou procházet v *obou směrech* miliardkrát za sekundu. Žádný výsledný tok náboje nevzniká, a žádný proud tedy drátem neprochází. Připojíme-li však konce drátu k baterii, i její malé napětí mírně upřednostní tok elektronů v jednom směru, takže vyvolá výsledný tok náboje průřezem drátu a drátem tedy začne procházet elektrický proud.

2. Tok vody v zahradní hadici můžeme považovat za usměrněný tok kladných nábojů (protonů v molekulách vody) řádově několika milionů coulombů za sekundu. Žádný výsledný tok náboje však neexistuje, protože současně ve stejném množství a ve stejném směru teče záporný náboj (elektrony v molekulách vody).

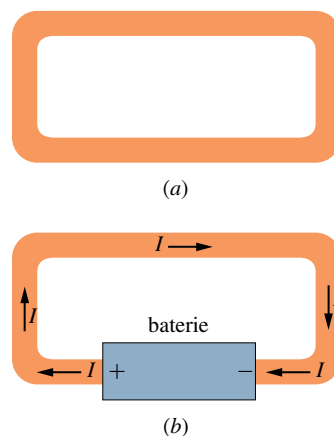
V této kapitole výrazně omezíme předmět našeho studia a v rámci klasické fyziky se budeme zabývat *ustálenými*

proudy vodivostních elektronů pohybujících se v kovovém vodiči, jako je například měděný drát.

27.2 ELEKTRICKÝ PROUD

Na obr. 27.1a vidíme izolovanou vodivou smyčku. Jak už víme, má celá smyčka tentýž potenciál, bez ohledu na to, zda nese nějaký náboj. Žádné elektrické pole nemůže existovat ani uvnitř vodiče smyčky ani vně smyčky rovnoběžně s jejím povrchem. Ačkoli jsou ve smyčce přítomny *vodivostní elektrony*, nepůsobí na ně žádná výsledná elektrická síla a nevzniká tedy žádný proud.

Vložíme-li do vodivé smyčky baterii podle obr. 27.1b, nebude už potenciál smyčky všude stejný. Elektrické pole uvnitř materiálu, z něhož je smyčka vyrobena, působí elektrickou silou na vodivostní elektrony, vyvolává jejich pohyb a způsobuje vznik **proudu**. Za velmi krátkou dobu dosáhne tok elektronů jisté konstantní hodnoty a proud ve smyčce pak bude **ustálený** (stacionární, tj. nezávislý na čase).



Obr. 27.1 (a) Smyčka z měděného drátu v elektrostatické rovnováze. Celá smyčka má tentýž potenciál, takže intenzita elektrického pole je nulová ve všech bodech měděného drátu. (b) Vložením baterie vyvoláme rozdíl potenciálů, tedy napětí mezi konci smyčky připojenými ke svorkám baterie. Tím se vytváří uvnitř smyčky elektrické pole, které vyvolává pohyb nábojů ve smyčce, a tak vzniká proud I .

Obr. 27.2 znázorňuje část vodiče, část vodivé smyčky, kterou prochází proud. Jestliže náboj dQ projde např. rovinným řezem a za dobu dt , pak proud protékající průřezem vodiče je definován vztahem

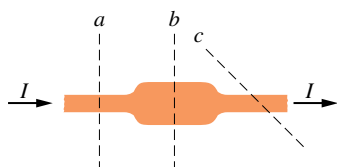
$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{definice proudu}). \quad (27.1)$$

Náboj, který proteče průřezem vodiče během časového in-

tervalu od 0 do t , určíme integrací

$$Q = \int dQ = \int_0^t I dt, \quad (27.2)$$

přítom proud I může být funkcí času.



Obr. 27.2 Ustálený proud I ve vodiči má stejnou velikost v průřezích a , b a c .

V *ustáleném* stavu teče stejný proud I všemi průřezy b a c i všemi rovinami, které protínají celý vodič, bez ohledu na jejich polohu nebo orientaci, neboť elektrický náboj se zachovává. Za každý elektron, který do vodiče na jednom jeho konci vstoupí, vystoupí jiný elektron na jeho druhém konci. Podobně je tomu např. při ustáleném toku vody v zahradní hadici. Za každou kapku vody, která vteče do hadice na jejím začátku, musí jiná kapka vystříknout ven tryskou na jejím konci a celkové množství vody v hadici se zachovává.

Jednotkou proudu v soustavě SI je coulomb za sekundu a tato jednotka se nazývá **ampér** (A): $1 \text{ ampér} = 1 \text{ A} = = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$. Ampér je jednou ze základních jednotek SI. Jak jsme řekli v kap. 22, coulomb je definován pomocí ampéru. S přesnou definicí ampéru se seznámíme v kap. 30.

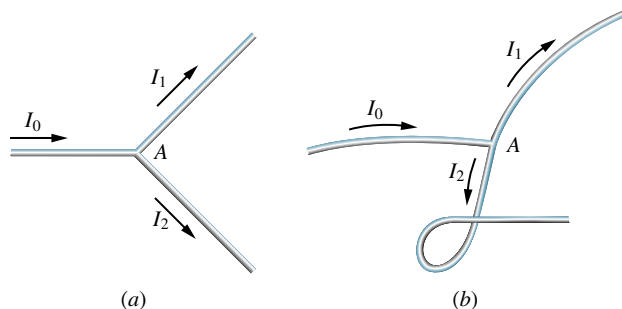
Proud definovaný rov. (27.1) je skalár, protože elektrický náboj i čas jsou skaláry. Proud často znázorňujeme šipkami jako na obr. 27.1b, abychom vyznačili směr pohybu nábojů. Tyto šipky však nepopisují nějaké vektory. Na obr. 27.3a je vodič, který se rozvětňuje do dvou větví. Protože se náboj zachovává, proudy ve větvích musí být takové, aby jejich součet dal proud v nerozvětveném vodiči, tedy

$$I_0 = I_1 + I_2. \quad (27.3)$$

Obr. 27.3b ukazuje, že ohnutí nebo otočení vodiče nemá vliv na platnost rov. (27.3). Proudové šipky ukazují jen jeden ze dvou možných směrů toku ve vodiči, ne směr v prostoru.

Směr proudu

Na obr. 27.1b jsme nakreslili proudové šipky ve směru, ve kterém by se vlivem elektrického pole pohybovaly smyčkovou kladně nabitou částicí. Byly by to nosiče kladného náboje a pohybovaly by se směrem od kladného pólu baterie



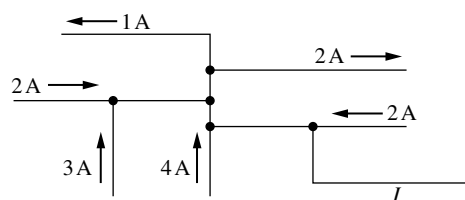
Obr. 27.3 Vztah $I_0 = I_1 + I_2$ platí v bodě A nezávisle na tom, jak jsou vodiče orientovány v prostoru. Proudové šipky jsou skaláry, nikoli vektory.

k jejímu zápornému pólu. Ve skutečnosti však nosiči náboje v měděné smyčce na obr. 27.1b jsou elektrony se záporným nábojem. V elektrickém poli se pohybují v opačném směru, než ukazují šipky, tedy od záporného pólu ke kladnému. Z historických důvodů však používáme tuto konvenci:

Proudové šipky kreslíme ve směru, ve kterém by se pohyboval kladný náboj. Děláme to i v případě, kdy skutečné nosiče náboje jsou záporné a pohybují se tedy v opačném směru.

Tuto konvenci můžeme používat proto, že ve většině situací předpokládaný pohyb nosičů kladného náboje v jednom směru je ekvivalentní skutečnému pohybu nosičů záporného náboje v opačném směru. (Pokud by ovšem ekvivalentní nebyl, museli bychom samozřejmě uvažovat skutečný pohyb nosičů náboje. Tak je tomu např. při Hallově jevu v polovodičích, čl. 29.4.)

KONTROLA 1: Obrázek znázorňuje část obvodu. Jaká je velikost a směr proudu I ve vodiči na obr. vpravo dole?



PŘÍKLAD 27.1

Voda protéká zahradní hadicí s objemovým průtokem $R = = 450 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Jaký je odpovídající proud záporného náboje?

ŘEŠENÍ: Proud záporného náboje neseného molekulami vody je dán rychlostí, kterou molekuly vody procházejí libovolným průřezem hadice, vynásobené záporným nábojem,

který nese každá molekula vody. Jestliže ρ je hustota vody a m_m je její molární hmotnost, pak počet molů za sekundu, který protéká průřezem vymezeným rovinou, je $R\rho/m_m$. Jestliže N je počet molekul vody a N_A je Avogadrova konstanta, pak počet dN/dt molekul za sekundu, který prochází průřezem, je

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= \frac{R\rho N_A}{m_m} = \\ &= (450 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})(1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}) \cdot \\ &\quad \cdot \frac{(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{(0,018 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1})} = \\ &= 1,51 \cdot 10^{25} \text{ s}^{-1}.\end{aligned}$$

Každá molekula vody má 10 elektronů (8 v atomu kyslíku a 1 v každém ze dvou vodíkových atomů). Každý elektron nese náboj $-e$, takže proud odpovídající tomuto pohybu záporného náboje je

$$\begin{aligned}I &= \frac{dQ}{dt} = 10e \frac{dN}{dt} = \\ &= 10(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,51 \cdot 10^{25} \text{ s}^{-1}) = \\ &= 2,42 \cdot 10^7 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1} = 2,42 \cdot 10^7 \text{ A} = \\ &= 24,2 \text{ MA}.\end{aligned}\quad (\text{Odpověď})$$

Tento proud záporného náboje je přesně vykompenzován proudem kladného náboje, který se nachází v jádrech atomů, jimiž je tvořena molekula vody. Výsledný tok elektrického náboje hadicí je tedy roven nule.

27.3 HUSTOTA PROUDU

Někdy nás zajímá úhrnný proud I , jindy dáme přednost lokálnímu pohledu a studujeme tok náboje v určitém bodě uvnitř vodiče. Kladný nosič náboje v daném bodě se pohybuje ve směru intenzity elektrického pole $\mathbf{E}$ v tomto bodě. Abychom popsali pohyb nosičů náboje, zavedeme **hustotu (elektrického) proudu $\mathbf{J}$** . Je to vektorová veličina a má stejný směr jako intenzita elektrického pole v daném bodě průřezu vodiče. Její velikost J je rovna proudu procházejícímu elementární ploškou průřezu vodiče kolmou ke směru proudu, dělenému velikostí této plošky. Proud dI protékající elementární ploškou je $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, kde $d\mathbf{S}$ je vektor elementu plochy (kolmý k dané plošce). Celkový proud celým průřezem vodiče pak je

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}. \quad (27.4)$$

Jestliže je proud v celém průřezu vodiče konstantní a jeho směr je rovnoběžný s vektorem $d\mathbf{S}$, pak hustota proudu $\mathbf{J}$

je také konstantní a rovnoběžná s $d\mathbf{S}$. V takovém případě lze rov. (27.4) upravit do tvaru

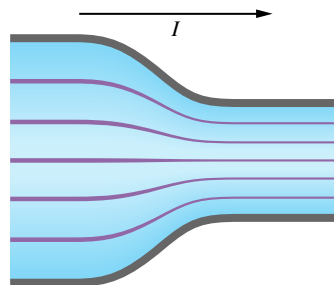
$$I = \int J dS = J \int dS = JS,$$

což dává

$$J = \frac{I}{S}, \quad (27.5)$$

kde S je obsah celého průřezu vodiče. Z rov. (27.4), resp. (27.5) vidíme, že jednotkou hustoty proudu v soustavě SI je ampér na metr čtverečný, $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$.

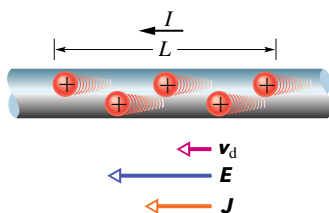
V kap. 23 jsme ukázali, že průběh vektoru intenzity elektrického pole můžeme znázornit pomocí siločár. Na obr. 27.4 je znázorněno, jak se průběh vektoru hustoty proudu dá znázornit obdobnými čarami, nazývanými **proudové čáry**. Proud, který na obr. 27.4 teče směrem doprava, přechází z vodiče o větším průřezu do vodiče o menším průřezu. Protože se elektrický náboj zachovává, náboj, který prochází libovolným průřezem, a tedy ani celkový proud jím procházející se nemění. Změní se však hustota proudu, a to tak, že ve vodiči o menším průřezu je větší. Vzdálenost mezi proudovými čarami odpovídá hustotě proudu — jsou-li proudové čáry těsněji u sebe, je hustota proudu větší.



Obr. 27.4 Proudové čáry znázorňující vektory hustoty proudu při toku elektrického náboje zužujícím se vodičem.

Driftová rychlost

Jestliže vodičem neprochází žádný proud, pohybují se jeho vodivostní elektrony chaoticky a nepřevládá žádný výsledný pohyb v nějakém směru. Jestliže vodičem prochází proud, elektrony se také pohybují chaoticky, ale navíc jsou unášeny **driftovou rychlostí $\mathbf{v}_d$** ve směru opačném, než je směr intenzity elektrického pole, která vyvolává jejich pohyb. Driftová rychlost je nepatrná ve srovnání s rychlostí chaotického pohybu. Například v měděném vodiči v domovní instalaci je driftová rychlost elektronů nanejvýš $10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, zatímco rychlost chaotického pohybu je asi $10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (Názorný příklad nám dává roj rychlých komárů, zvolna unášený vánkem.)



Obr. 27.5 Kladný nosič náboje se pohybuje driftovou rychlostí v_d ve směru přiloženého elektrického pole E . Podle používané konvence je orientace vektoru hustoty proudu J stejná jako orientace šipky znázorňující směr proudu I .

Pomocí obr. 27.5 najdeme vztah mezi driftovou rychlostí v_d vodivostních elektronů ve vodiči protékaném proudem a hustotou proudu J . Podle zmíněné konvence je na obr. 27.5 znázorněn pohyb kladně nabitých nosičů ve směru intenzity E . Předpokládejme, že všechny tyto náboje se pohybují stejnou driftovou rychlostí v_d a že hustota proudu J je konstantní v celém průřezu vodiče, jehož obsah je S . Počet nosičů náboje na úseku vodiče délky L je nSL , kde n je počet nosičů v jednotkovém objemu, tedy **koncentrace nosičů**. Nese-li každý nosič náboj e , je na úseku délky L celkový náboj

$$Q = (nSL)e.$$

Protože všechny náboje ve vodiči se pohybují rychlostí v_d , projde tento celkový náboj libovolným průřezem vodiče za dobu

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

Podle rov. (27.1) je proud I roven náboji, který projde průřezem vodiče za jednotku času. Odtud plyne

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{nSLe}{L/v_d} = nSev_d. \quad (27.6)$$

Z této rovnice vypočítáme driftovou rychlost v_d a užitím rov. (27.5) dostaneme

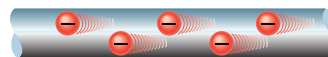
$$v_d = \frac{I}{nSe} = \frac{J}{ne}.$$

Užitím vektorů můžeme psát

$$\mathbf{J} = (ne)\mathbf{v}_d. \quad (27.7)$$

Součin ne , jehož jednotkou v soustavě SI je coulomb na krychlový metr ($C \cdot m^{-3}$), je objemová hustota náboje. Pro kladné nosiče náboje, jaké předpokládáme, je hustota náboje (ne) kladná a rov. (27.7) vyjadřuje, že vektory $\mathbf{J}$ a $\mathbf{v}_d$ mají stejný směr.

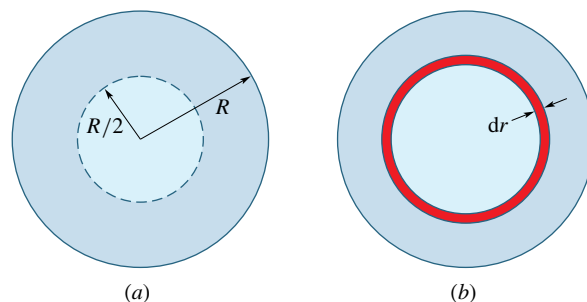
KONTROLA 2: Na obrázku jsou nakresleny vodivostní elektrony pohybující se vodičem zprava doleva. Určete, které z těchto veličin jsou orientovány doleva a které doprava: (a) proud I , (b) hustota proudu $\mathbf{J}$, (c) intenzita elektrického pole $\mathbf{E}$ ve vodiči.



PŘÍKLAD 27.2

Hustota proudu ve válcovém vodiči o poloměru $R = 2,0 \text{ mm}$ má velikost $J = 2,0 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ a je konstantní v celém průřezu vodiče.

(a) Jak velký proud I protéká vnější částí vodiče vymezenou poloměry $R/2$ a R (obr. 27.6a)?



Obr. 27.6 Příklad 27.2. (a) Průřez vodiče o poloměru R . (b) Tenký prstenec o šířce dr a obvodu $2\pi r$. Jeho plocha je $dS = 2\pi r dr$.

ŘEŠENÍ: Protože hustota proudu je konstantní v celém průřezu vodiče, můžeme k výpočtu proudu použít rov. (27.5), $J = I/S$. Počítáme však jen proud procházející částí S' celého průřezu, kde

$$\begin{aligned} S' &= \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{3R^2}{4}\right) = \\ &= \frac{3\pi}{4} (0,002 \text{ m})^2 = 9,424 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Z rov. (27.5) plyne

$$I = JS'$$

a po dosazení dostaneme

$$\begin{aligned} I &= (2,0 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2})(9,424 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2) = \\ &= 1,9 \text{ A}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Předpokládejme nyní, že hustota proudu v průřezu vodiče se mění s poloměrem r podle vztahu $J = ar^2$, kde $a = 3,0 \cdot 10^{11} \text{ A} \cdot \text{m}^{-4}$ a poloměr r je dán v metrech. Jak velký proud protéká nyní stejnou částí vodiče jako v úloze (a)?

ŘEŠENÍ: Protože hustota proudu není konstantní v celém průřezu vodiče, musíme použít obecnější rov. (27.4) a integrovat hustotu proudu přes vymezenou část vodiče od $r = R/2$ do $r = R$. Vektor hustoty proudu $\mathbf{J}$ (ve směru osy vodiče) a vektor elementu plochy $d\mathbf{S}$ (kolmý k průřezu vodiče) mají stejnou orientaci, takže

$$\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J dS \cos 0 = J dS.$$

Nyní potřebujeme vyjádřit dS tak, abychom mohli integrovat v mezích od $r = R/2$ do $r = R$. Protože velikost hustoty proudu J je dána jako funkce poloměru r , vyjádříme velikost dS plochy jako $2\pi r dr$, kde $2\pi r$ je obvod kruhového prstence o šířce dr (obr. 27.6b). Integrační proměnnou je tedy poloměr r a z rov. (27.4) plyne

$$\begin{aligned} I &= \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int J dS = \\ &= \int_{R/2}^R ar^2 \cdot 2\pi r dr = 2\pi a \int_{R/2}^R r^3 dr = \\ &= 2\pi a \left[\frac{r^4}{4} \right]_{R/2}^R = \frac{\pi a}{2} \left(R^4 - \frac{R^4}{16} \right) = \\ &= \frac{15}{32} \pi a R^4 = \frac{15}{32} \pi (3,0 \cdot 10^{11} \text{ A} \cdot \text{m}^{-4}) (0,002 \text{ m})^4 = \\ &= 7,1 \text{ A.} \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

PŘÍKLAD 27.3

Jeden konec hliníkového drátu o průměru 2,5 mm je přivařen ke konci měděného drátu o průměru 1,8 mm. Takto vyrobeným vodičem protéká ustálený proud $I = 17 \text{ mA}$.

(a) Jaká je hustota proudu v každé z obou částí vodiče?

ŘEŠENÍ: Hustotu proudu v každé části vodiče můžeme považovat za konstantní (s výjimkou nejbližšího okolí kontaktu, kde se mění průměr vodiče). Průřez S_{Al} hliníkového vodiče je

$$\begin{aligned} S_{\text{Al}} &= \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} (2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = \\ &= 4,91 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

a hustota proudu podle rov. (27.5) je

$$\begin{aligned} J_{\text{Al}} &= \frac{I}{S_{\text{Al}}} = \frac{(17 \cdot 10^{-3} \text{ A})}{(4,91 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)} = \\ &= 3,5 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}. \end{aligned}$$

Snadno spočítáme, že průřez měděného vodiče je $S_{\text{Cu}} = 2,54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, takže hustota proudu je

$$\begin{aligned} J_{\text{Cu}} &= \frac{I}{S_{\text{Cu}}} = \frac{(17 \cdot 10^{-3} \text{ A})}{(2,54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)} = \\ &= 6,7 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je driftová rychlost vodivostních elektronů v měděném drátu? Předpokládejme, že každý atom mědi přispívá v průměru jedním vodivostním elektronem.

ŘEŠENÍ: Driftovou rychlost vypočítáme pomocí rov. (27.7) ($\mathbf{J} = ne\mathbf{v}_d$), nejprve však musíme určit n , tedy počet elektronů v jednotce objemu. Za uvedeného předpokladu, že na jeden atom připadá jeden vodivostní elektron, se n rovná počtu atomů v jednotce objemu a vypočte se ze vztahu

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{m_m},$$

tj.

$$\frac{\text{počet atomů v jednom m}^3}{\text{počet atomů v jednom molu}} = \frac{\text{hmotnost jednoho m}^3}{\text{hmotnost jednoho molu}},$$

kde ρ je hustota mědi, N_A je Avogadrova konstanta a m_m je molární hmotnost mědi. Tedy

$$\begin{aligned} n &= \frac{N_A \rho}{m_m} = \\ &= \frac{(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})(9,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3})}{(64 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1})} = \\ &= 8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}, \text{ tj. } 8,47 \cdot 10^{28} \text{ elektronů v jednom m}^3. \end{aligned}$$

Užitím rov. (27.7) pak vypočteme

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{J_{\text{Cu}}}{ne} = \frac{(6,7 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2})}{(8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})} = \\ &= 4,9 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,8 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Můžeme se zeptat: Jestliže se elektron pohybuje tak pomalu, jak to, že se světla v místnosti rozsvítí okamžitě, když vypínačem zapojíme proud? Tento zdánlivý rozpor vzniká tehdy, když neodlišujeme driftovou rychlost elektronů od rychlosti, kterou se šíří podél vodiče změny elektrického pole. Změny pole se šíří rychlostí, která se prakticky rovná rychlosti světla. Elektrony všude ve vodiči i v žárovce se začnou pohybovat prakticky současně driftovou rychlostí. Je to podobné, jako když otevřete kohoutek, ke kterému je připojena zahradní hadice plná vody. Tlaková vlna podél hadice se šíří rychlostí zvuku ve vodě. Přitom však rychlost, kterou se voda pohybuje v hadici (měřená například pomocí značkovacího barviva) je mnohem menší.

PŘÍKLAD 27.4

Křemíkovou tyčinkou o obdélníkovém průřezu šířky $d = 3,2 \text{ mm}$ a výšky $h = 250 \mu\text{m}$ protéká proud $I = 5,2 \text{ mA}$, s konstantní hustotou v celém průřezu. Křemík je polovodič typu n a je dopován přesně stanoveným množstvím fosforu. Jak uvidíme v čl. 27.8, dopování způsobuje výrazný vzrůst počtu n nosičů náboje v jednotce objemu ve srovnání s čistým křemíkem. V tomto příkladě je $n = 1,5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

(a) Jaká je hustota proudu v křemíkové tyčince?

ŘEŠENÍ: Z rov. (27.5) plyne

$$J = \frac{I}{dh} = \frac{(5,2 \cdot 10^{-3} \text{ A})}{(3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m})(250 \cdot 10^{-6} \text{ m})} = 6500 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je driftová rychlost elektronů?

ŘEŠENÍ: Z rov. (27.7) plyne

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{(6500 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2})}{(1,5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})} = 0,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 27 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (\text{Odpověď})$$

Všimněte si, že hustota proudu ($6500 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$) v tomto polovodiči je srovnatelná s hustotou proudu v měděném vodiči ($6700 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$) v př. 27.3. To znamená, že množství náboje protékajícího jednotkovou plochou za stejnou dobu je v obou případech zhruba stejné. Avšak driftová rychlost elektronů v polovodiči ($0,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) je mnohem větší než driftová rychlost elektronů v měděném vodiči ($4,9 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Pokud si znovu tento příklad projdete, uvidíte, že velký rozdíl driftových rychlostí je způsoben tím, že počet nosičů náboje v jednotce objemu je v polovodiči mnohem menší. Jestliže jsou tedy hustoty proudu srovnatelné, pak je to tím, že v polovodiči je sice vodivostních elektronů méně než ve vodiči, ale pohybují se rychleji než ve vodiči.

27.4 ODPOR A REZISTIVITA

Jestliže ke koncům měděné a skleněné tyče stejného tvaru přiložíme stejné napětí, naměříme velmi odlišné proudy. Je to způsobeno tím, že měděná a skleněná tyč mají různý elektrický odpor. **Odpor** neboli **rezistanci** mezi libovolnými dvěma body vodiče určíme tak, že přiložíme napětí U mezi tyto body a změříme proud, který vodičem prochází. Odpor R pak je

$$R = \frac{U}{I} \quad (\text{definice } R). \quad (27.8)$$

Z rov. (27.8) plyne, že jednotkou odporu v soustavě SI je volt na ampér. Tato jednotka se vyskytuje tak často, že dostala svůj zvláštní název **ohm** (označení Ω). Tedy

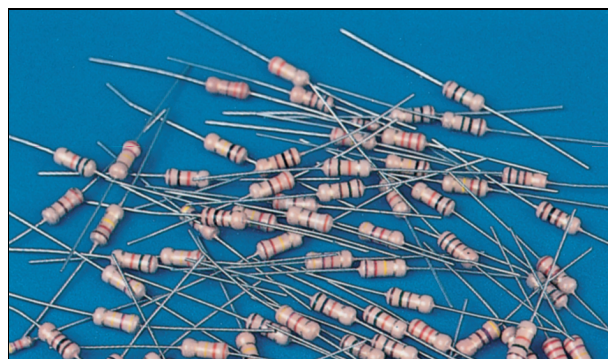
$$1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}. \quad (27.9)$$

Součástka, jejíž funkcí v elektrickém obvodu je vytvářet určitý odpor, se nazývá **rezistor** (obr. 27.7). Ve schématu elektrického obvodu znázorňujeme rezistor podle normy

ISO $\square$, podle americké normy $\square$. Jestliže rov. (27.8) napíšeme ve tvaru

$$I = \frac{U}{R},$$

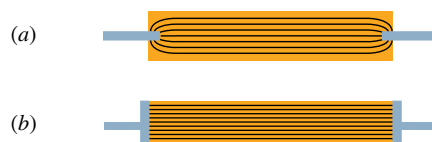
vidíme, že slovo „odpor“ je výstižné. Pro dané napětí totiž platí, že čím větší je odpor, který proudu klade vodič, tím menší proud vodičem prochází. Je zřejmé, že odpor je *vlastnost* rezistoru. Dříve se užíval termín **odpor** i pro součástku, tedy pro sám rezistor. Takové nedůslednosti lze běžně tolerovat v zájmu stručnosti vyjadřování, pokud nehrozí nedorozumění. Zde se však zabýváme problematikou natolik detailně, že rozlišení mezi veličinou (odpor, rezistance) a objektem (rezistor) je funkční, a budeme ho proto dodržovat.



Obr. 27.7 Rezistory. Barevné proužky na rezistorech označují hodnotu jejich odporu.

Převrácenou hodnotou odporu je **vodivost** (konduktance) $G = 1/R$; její jednotkou v SI je **siemens**, $S = \Omega^{-1}$.

Odpor vodiče může být ovlivněn způsobem, jakým je k němu napětí přiloženo. Na obr. 27.8 vidíme, jak totéž napětí může být přiloženo k vodiči dvěma různými způsoby. Jak napovídá hustota proudových čar, bude proud a tedy i naměřený odpor v obou případech jiný. Pokud neřekneme výslovně jinak, budeme předpokládat, že napětí je k vodiči přiloženo podle obr. 27.8b.



Obr. 27.8 Dva způsoby jak přiložit napětí k vodivé tyči. Předpokládáme, že tmavě šedé přírůdky mají zanedbatelný odpor. Jestliže jsou připojeny podle (a), je naměřený odpor větší než při připojení podle (b).

Nezabývejme se nyní určitým rezistorem, ale materiálem, z něhož je rezistor vyroben. Namísto napětí přiloženého k rezistoru použijeme intenzitu elektrického pole E

v určitém bodě materiálu rezistoru. Namísto celkového proudu I procházejícího rezistorem budeme pracovat s hustotou proudu $\mathbf{J}$ ve sledovaném bodě. Namísto odporu R celého vodiče použijeme veličinu nazvanou **rezistivita** (dříve *měrný odpor*) materiálu, označovanou ϱ a definovanou vztahem

$$\varrho = \frac{E}{J} \quad (\text{definice rezistivity}). \quad (27.10)$$

(Srovnejte tento vztah s definicí (27.8).)

Dosaďme-li do definičního vztahu (27.10) jednotky E a J v soustavě SI, odvodíme, že jednotkou rezistivity ϱ je $\Omega \cdot \text{m}$:

$$\frac{\text{jednotka } E}{\text{jednotka } J} = \frac{\text{V} \cdot \text{m}^{-1}}{\text{A} \cdot \text{m}^{-2}} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \text{m} = \Omega \cdot \text{m}.$$

(Nezaměňujte jednotku rezistivity *ohm-metr* a měřicí přístroj *ohmmetr*, který se používá k měření odporu.) V tab. 27.1 jsou uvedeny rezistivity některých materiálů.

Tabulka 27.1 Rezistivity ϱ a teplotní součinitelé rezistivity α některých materiálů při pokojové teplotě (20 °C)

MATERIÁL	$\frac{\varrho}{\Omega \cdot \text{m}}$	$\frac{\alpha}{\text{K}^{-1}}$
<i>typické kovy</i>		
stříbro	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
měď	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
hliník	$2,75 \cdot 10^{-8}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
wolfram	$5,25 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
železo	$9,68 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$
platina	$10,6 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
manganin ^a	$48,2 \cdot 10^{-8}$	$0,002 \cdot 10^{-3}$
<i>typické polovodiče</i>		
křemík čistý	$2,5 \cdot 10^3$	$-70 \cdot 10^{-3}$
křemík typu ^b n	$8,7 \cdot 10^{-4}$	
křemík typu ^c p	$2,8 \cdot 10^{-3}$	
<i>typické izolanty</i>		
sklo	$10^{10} - 10^{14}$	
tavený křemen	$\approx 10^{16}$	

^a Speciální slitina s malou hodnotou α .

^b Čistý křemík dopovaný fosforem tak, že počet nosičů náboje v jednotkovém objemu je 10^{23} m^{-3} .

^c Čistý křemík dopovaný hliníkem tak, že počet nosičů náboje v jednotkovém objemu je 10^{23} m^{-3} .

Rov. (27.10) můžeme přepsat do vektorového tvaru

$$\mathbf{E} = \varrho \mathbf{J}. \quad (27.11)$$

Vztahy (27.10) a (27.11) platí jen pro elektricky **izotropní** materiály, tedy materiály, jejichž elektrické vlastnosti jsou stejné ve všech směrech.

Často používáme také veličinu nazývanou **konduktivita** materiálu, označovanou σ . Je definována jako převrácená hodnota rezistivity

$$\sigma = \frac{1}{\varrho} \quad (\text{definice konduktivity}). \quad (27.12)$$

Jednotkou konduktivity v SI je $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Definice konduktivity σ nám umožňuje napsat rov. (27.11) v ekvivalentním tvaru

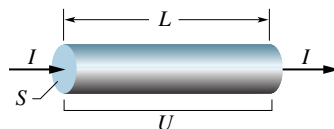
$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (27.13)$$

Výpočet odporu pomocí rezistivity

Nejprve musíme upozornit na významný rozdíl:

Odpor (neboli rezistance) je vlastnost objektu (vodiče, rezistoru). Rezistivita je vlastnost materiálu.

Známe-li rezistivitu látky, jako je například měď, můžeme vypočítat odpor vodiče z této látky vyrobeného. Nechť S je průřez vodiče, L jeho délka a nechť mezi jeho konci je napětí U (obr. 27.9). Jestliže proudové čáry znázorňující hustotu proudu jsou stejnoměrně rozloženy v celém



Obr. 27.9 Napětí U přiložené mezi konce vodiče o délce L a průřezu S způsobí, že vodičem prochází proud I .

průřezu vodiče, budou elektrické pole a hustota proudu ve všech bodech uvnitř vodiče konstantní a podle rov. (25.42) a (27.5) platí

$$E = \frac{U}{L} \quad \text{a} \quad J = \frac{I}{S}. \quad (27.14)$$

Z rov. (27.14) dosadíme do rov. (27.10):

$$\varrho = \frac{E}{J} = \frac{U/L}{I/S}. \quad (27.15)$$

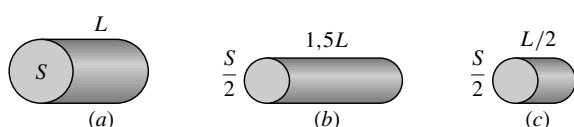
Avšak U/I je odpor R , takže z rov. (27.15) plyne

$$R = \varrho \frac{L}{S}. \quad (27.16)$$

Vztah (27.16) je použitelný pouze v případě homogenního izotropního vodiče konstantního průřezu, k němuž je přiloženo napětí v souladu s obr. 27.8b.

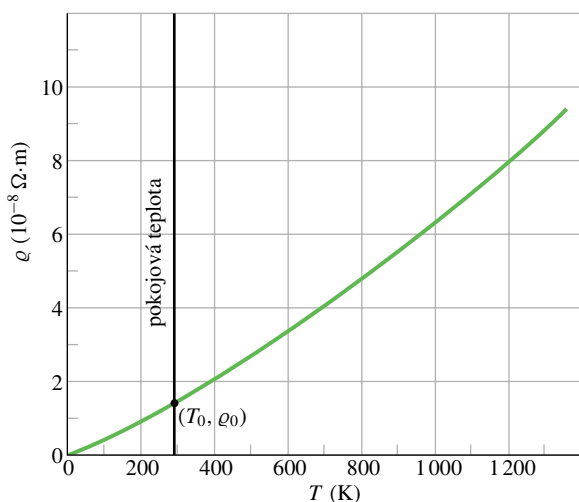
Makroskopické veličiny U , I a R jsou veličiny, které odečítáme přímo na měřicích přístrojích, když měříme na určitém vodiči v elektrickém obvodu. Mikroskopické veličiny $\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$ a ρ používáme, když se zabýváme elektrickými vlastnostmi materiálu.

KONTROLA 3: Na obrázku jsou nakresleny tři válcové měděné vodiče a je vyznačen jejich průřez a délka. Uspořádejte vodiče sestupně podle proudu, který jimi bude protékat, jestliže k jejich koncům přiložíme napětí U .



Závislost na teplotě

Hodnoty většiny fyzikálních veličin se mění s teplotou a ani rezistivita není výjimkou. Na obr. 27.10 je jako příklad znázorněna rezistivita mědi v širokém rozsahu teplot.



Obr. 27.10 Rezistivita mědi v závislosti na teplotě. Tečka na křivce vyznačuje obvyklý referenční bod ($T_0 = 20^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$).

Vztah mezi teplotou a rezistivitou mědi je téměř lineární v širokém teplotním rozsahu a toto tvrzení platí i pro jiné kovy. Znázorněnou závislost můžeme aproximovat lineárním vztahem

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0), \quad (27.17)$$

který je dostatečně přesný pro většinu inženýrských výpočtů. Zde T_0 je určitá zvolená referenční teplota a ρ_0 je rezistivita při této teplotě. Obvykle volíme $T_0 = 20^\circ\text{C}$, což je tzv. pokojová teplota; při ní je rezistivita mědi $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

V rov. (27.17) vystupuje jen rozdíl teplot a nezáleží tedy na tom, zda použijeme Celsiovu nebo Kelvinovu teplotní stupnici, protože velikost teplotního stupně je v obou stupnicích stejná. Veličina α v rov. (27.17) se nazývá **teplotní součinitel rezistivity** a její hodnota se určí tak, aby se rezistivita vypočtená z rov. (27.17) co nejvíce blížila rezistivitě určené experimentálně ve zvoleném rozsahu teplot. Hodnoty α pro některé kovy jsou uvedeny v tab. 27.1.

Vzducholoď Hindenburg

Když se zepelín* *Hindenburg* připravoval k přistání, manévrovací lana byla spuštěna dolů k pozemní obsluze. Protože přšelo, lana byla mokrá a mohla tedy vést proud. Lana tak uzemnila kovovou konstrukci vzducholodi, k níž byla upevněna. Mokrá lana tím vytvořila vodivou dráhu mezi konstrukcí vzducholodi a zemí, takže elektrostatický potenciál kovové konstrukce byl stejný jako potenciál země. Nebyl však uzemněn vnější plášť vzducholodi. Přitom *Hindenburg* byl první zepelín, jehož vnější plášť byl natřen těsnicím materiálem o vysoké rezistivitě. Tak se stalo, že plášť měl stále elektrický potenciál atmosféry ve výšce asi 43 m. Protože byla právě bouřka, byl tento potenciál poměrně vysoký vzhledem k potenciálu země.

Při manévrování s lany se pravděpodobně roztrhla jedna z nádrží vodíku, ten unikl do prostoru mezi nádrží a vnější plášť a způsobil pozorované vlnění pláště. To byla nebezpečná situace. Plášť byl vlhký, pokrytý vodivou dešťovou vodou a jeho potenciál byl výrazně odlišný od potenciálu kostry vzducholodi. Podél vlhkého pláště zřejmě protekl elektrický náboj a potom přeskočila jiskra ke kovové konstrukci vzducholodi přes prostor vyplněný uniklým vodíkem a vodík zapálila. Oheň se během okamžiku rozšířil k ostatním nádržím s vodíkem a vzducholoď padala k zemi. Kdyby měl těsnicí materiál vnějšího pláště *Hindenburgu* menší rezistivitu, jak tomu bylo u zepelínů před ním a po něm, žádná katastrofa by *Hindenburg* pravděpodobně nepotkala.

* Hrabě Ferdinand von Zeppelin (1838–1917) byl německý inženýr a průkopník letectví. Zkonstruoval úspěšné vzducholodi doutníkového tvaru, vyztužené hliníkovou konstrukcí, plněné plynem a poháněné benzinovými motory. Společnost Luftschiffsbau Zeppelin, kterou založil, vyrobila přes sto vzducholodí nazývaných zepelíny.

PŘÍKLAD 27.5

(a) Jaká je intenzita elektrického pole v měděném vodiči v příkladu 27.3?

ŘEŠENÍ: V př. 27.3a jsme vypočítali, že hustota proudu J je $6,7 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$. V tab. 27.1 najdeme rezistivitu mědi $1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Pomocí rov. (27.11) vypočteme

$$E = \rho J = (1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(6,7 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}) = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad (\text{měď}). \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je intenzita elektrického pole v křemíku typu n z př. 27.4?

ŘEŠENÍ: V př. 27.4 jsme vypočítali, že $J = 6500 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$. V tab. 27.1 najdeme $\rho = 8,7 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}$. Pomocí rov. (27.11) vypočteme

$$E = \rho J = (8,7 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m})(6500 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}) = 5,7 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad (\text{křemík typu } n). \quad (\text{Odpověď})$$

Všimněte si, že intenzita elektrického pole v polovodiči je mnohem větší než intenzita elektrického pole v měděném vodiči. Jestliže si sami příklad přepočítáte, zjistíte, že tento rozdíl je způsoben velmi odlišnou rezistivitou obou materiálů. Příčina, proč je v polovodiči mnohem větší intenzita elektrického pole, je obdobná příčině toho, že driftová rychlost elektronů v polovodiči je mnohem větší než driftová rychlost elektronů v kovu (viz př. 27.4). Jsou-li hustoty proudu v obou vzorcích srovnatelné, musí být intenzita elektrického pole v polovodiči mnohem větší, aby elektrony byly elektrickým polem více urychleny a získaly vyšší driftovou rychlost.

PŘÍKLAD 27.6

Kus železa má tvar kvádru o rozměrech $1,2 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$.

(a) Jaký je odpor tohoto kvádru měřený mezi protilehlými čtvercovými stěnami?

ŘEŠENÍ: Podle tab. 27.1 je rezistivita železa při pokojové teplotě $9,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Čtvercové plochy na koncích kvádru mají obsah $(1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Pro odpor dostáváme z rov. (27.16)

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{(9,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0,15 \text{ m})}{(1,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)} = 1,0 \cdot 10^{-4} \Omega = 100 \mu\Omega. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaký je odpor železného kvádru měřený mezi dvěma protilehlými obdélníkovými stěnami?

ŘEŠENÍ: Obsah obdélníka je $(1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})(0,15 \text{ m}) = 1,80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Z rov. (27.16) plyne

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{(9,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{(1,80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2)} = 6,5 \cdot 10^{-7} \Omega = 0,65 \mu\Omega. \quad (\text{Odpověď})$$

Tento odpor je mnohem menší než v předcházejícím případě, protože vzdálenost L je menší a plocha S je větší. V obou částech příkladu předpokládáme, že hustota proudu v železe je homogenní (jako na obr. 27.8b). V opačném případě by rov. (27.16) nebyla platná.

27.5 OHMŮV ZÁKON

Jak jsme již uvedli v čl. 27.4, rezistor je vodič o určitém odporu nezávislém na tom, jaká je velikost nebo polarita přiloženého napětí. Některé vodivé součástky však mohou mít odpor, který na přiloženém napětí závisí.

Obr. 27.11a naznačuje, jak takovou součástku poznáme. Přiložíme k ní napětí U , měníme jeho velikost a polaritu a měříme proud I procházející součástkou. Dohodneme se, že polaritu napětí označíme jako kladnou, jestliže levá svorka na obr. 27.11 bude mít vyšší potenciál než pravá svorka. Směr proudu zleva doprava budeme považovat za kladný a označíme znaménkem plus (+). Opačnou polaritu napětí U (kdy pravá svorka má vyšší potenciál) pak označíme jako zápornou a odpovídající proud označíme znaménkem minus (−).

Na obr. 27.11b je nakreslen graf závislosti proudu I na napětí U pro jistou součástku. Grafem této závislosti je přímka procházející počátkem, takže poměr I/U (což je směrnice této přímky) je stejný pro všechny hodnoty napětí U . To znamená, že odpor $R = U/I$ součástky nezávisí na velikosti a polaritě přiloženého napětí U .

Na obr. 27.11c je nakreslen graf pro jinou součástku. Proud touto součástkou prochází pouze tehdy, když polarita přiloženého napětí je kladná a napětí je větší než asi 1,5 V. Závislost mezi proudem I a napětím U u této součástky je výrazně nelineární.

Oba uvedené typy součástek odlišíme tak, že řekneme, že některé se řídí Ohmovým zákonem a jiné součástky nikoli.

Pro součástku řídící se Ohmovým zákonem je proud I protékající přímo úměrný přiloženému napětí.

(Ohmův „zákon“, jak jsme viděli, je splněn jen v určitých situacích, z historických důvodů se však přesto označuje jako zákon.) Součástka charakterizovaná grafem na

obr. 27.11b splňuje Ohmův zákon (je to rezistor o odporu $1\,000\,\Omega$). Součástka z obr. 27.11c je polovodičová dioda s přechodem p - n ; ta se Ohmovým zákonem neřídí. V moderní mikroelektronice se téměř všude používají součástky, pro které Ohmův zákon neplatí. Každá kalkulačka je takových součástek plná.

Často se míní, že vztahem $U = RI$ je vyjádřen Ohmův zákon. To však *není* přesné. Tato rovnice je *definiční rovnicí* pro odpor a dá se použít pro všechny vodiče, ať už pro ně Ohmův zákon platí nebo ne. Jestliže měříme napětí U na nějaké součástce a proud I , který součástkou prochází (může to být i dioda), vždy můžeme spočítat její odpor při daném napětí U podle vztahu $R = U/I$; ten obecně nemusí být konstantní. Podstatou Ohmova zákona je tvrzení, že odpor R konstantní *je*, tedy že graf závislosti proudu na napětí je lineární neboli že odpor R nezávisí* na napětí U .

Ohmův zákon tvrdí, že odpor R je vlastností *součástky* a nezávisí na velikosti ani polaritě přiloženého napětí.

Ohmův zákon můžeme vyjádřit obecněji, když se zaměříme na vodivé *materiály*, nikoli pouze na vodiče nebo součástky. Analogií vztahu $U = RI$ je materiálový vztah (27.11), tj. $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$.

Vodivý *materiál* splňuje Ohmův zákon, jestliže jeho rezistivita nezávisí na velikosti a směru intenzity přiloženého elektrického pole.

Všechny homogenní materiály, ať už to jsou vodiče, jako měď, nebo polovodiče, jako je křemík (dopovaný nebo čistý), splňují velmi dobře Ohmův zákon, není-li intenzita elektrického pole příliš silná. Odchylky od Ohmova zákona se projeví až ve velmi silných polích. Ovšem různé *sou-*

* Obecně zavádíme *diferenciální odpor* $R_d = dU/dI$. Pro součástku neřídící se Ohmovým zákonem není totožný s odporem $R = U/I$. Pro součástku řídící se Ohmovým zákonem platí $R_d = R$ vždy.

částky z těchto materiálů sestavené v různém uspořádání (např. přechod p - n) se již Ohmovým zákonem neřídí.

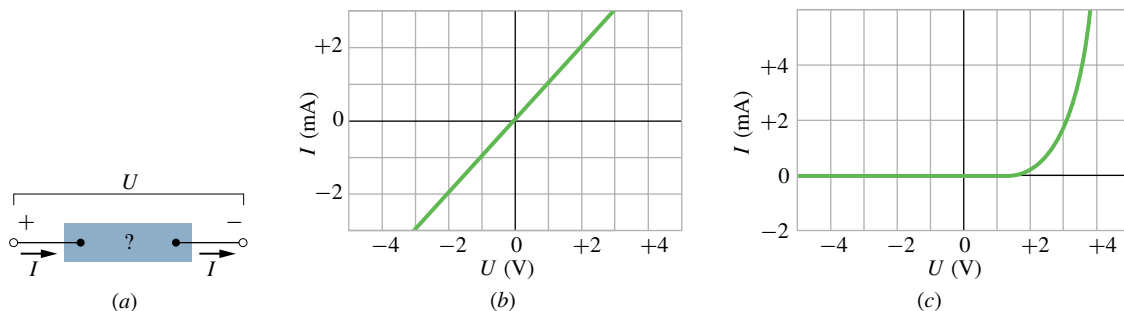
KONTROLA 4: V tabulce jsou uvedeny hodnoty proudu I (v ampérech) procházejícího dvěma různými součástkami pro několik hodnot napětí U (ve voltech). Pomocí těchto údajů určete, pro kterou součástku neplatí Ohmův zákon.

SOUČÁSTKA 1		SOUČÁSTKA 2	
$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$
2,00	4,50	2,00	1,50
3,00	6,75	3,00	2,20
4,00	9,00	4,00	2,80

27.6 MIKROSKOPICKÝ POHLED NA OHMŮV ZÁKON

Abychom zjistili, *proč* pro určité materiály platí Ohmův zákon, musíme se podívat podrobně na proces vedení proudu na atomární úrovni. Zde se budeme zabývat pouze vodivostí kovů, jako je např. měď. Náš rozbor bude založen na *modelu volných elektronů*. Podle tohoto modelu se vodivostní elektrony mohou volně pohybovat v celém objemu kovu podobně jako molekuly plynu v uzavřené nádobě. Pro vysvětlení vodivosti budou podstatné srážky elektronů s atomy kovu, zatímco vzájemné srážky mezi elektrony nemění celkovou energii ani hybnost elektronového plynu a nejsou tedy pro vodivost podstatné.

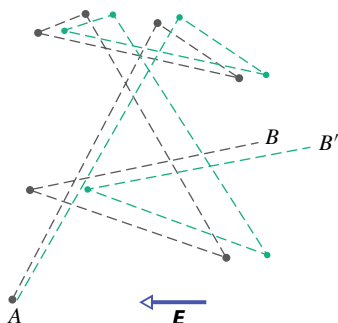
Podle klasické fyziky by rychlosti elektronů měly odpovídat Maxwellovu rozdělení rychlostí podobně jako rychlosti molekul v plynu. Při takovém rozdělení (viz čl. 20.7) by střední rychlost elektronů byla úměrná odmocnině z absolutní teploty. Pohyb elektronů se však neřídí zákony fyziky klasické, ale kvantové. Ukazuje se, že



Obr. 27.11 (a) Součástka, k jejíž svorkám je přiloženo napětí U , které vyvolá průchod proudu I . (b) Graf závislosti proudu I na napětí U , je-li součástkou rezistor o odporu $1\,000\,\Omega$. (c) Stejný graf, je-li součástkou polovodičová dioda s přechodem p - n .

kvantové realitě odpovídá mnohem více předpoklad, že se všechny elektrony pohybují stejnou rychlostí v_F (Fermiho rychlost) téměř nezávislou na teplotě. Pro měď je $v_F = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Jestliže přiložíme elektrické pole ke kovovému vodiči, poněkud se změní chaotický pohyb elektronů a elektrony se začnou velmi pomalu pohybovat *driftovou rychlostí* v_d ve směru opačném, než je směr intenzity elektrického pole. Jak jsme viděli v př. 27.3b, driftová rychlost v typickém kovovém vodiči je asi $4 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tedy o mnoho řádů menší než Fermiho rychlost ($1,6 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Obr. 27.12 naznačuje souvislost mezi oběma rychlostmi. Šedé čáry znázorňují možné náhodné dráhy elektronu bez vnějšího elektrického pole. Elektron se šestkrát srazí, než se dostane z bodu A do bodu B. Zelené čáry znázorňují, jak by se mohl elektron pohybovat v elektrickém poli o intenzitě $\mathbf{E}$. Vidíme, že elektron je vytrvale unášen doprava a dostane se nakonec do bodu B', a ne do bodu B. Obr. 27.12 byl nakreslen za předpokladu, že $v_d \doteq 0,02v_F$. Ve skutečnosti je $v_d \doteq 10^{-13}v_F$ a drift znázorněný na obrázku je tedy mnohonásobně zvětšen.



Obr. 27.12 Šedé čáry znázorňují chaotický pohyb elektronu z bodu A do bodu B bez přiloženého elektrického pole. Zelené čáry ukazují, jak by mohla trajektorie elektronu vypadat v elektrickém poli o intenzitě $\mathbf{E}$. V obou případech se elektron šestkrát srazí. Všimněte si stálého unášení elektronu ve směru $-\mathbf{E}$. (Ve skutečnosti by zelené čáry měly být lehce zakřiveny, aby mezi srážkami odpovídaly parabolickým dráhám elektronu v elektrickém poli.)

Pohyb elektronu v elektrickém poli o intenzitě $\mathbf{E}$ je tedy kombinací chaotického pohybu způsobeného náhodnými srážkami a unášivého pohybu vyvolaného elektrickým polem. Když uvažíme všechny volné elektrony, vidíme, že se (v každém okamžiku) neuspořádaně pohybují ve všech možných směrech, takže se jejich chaotické pohyby navzájem vykompenzují (přesněji: vektorový součet rychlostí chaotického pohybu všech elektronů je v každém okamžiku roven nule) a nepřispívají k unášivému pohybu driftovou

rychlostí. Driftová rychlost je tedy dána jen působením elektrického pole na elektrony (mezi srážkami).

Nachází-li se elektron o hmotnosti m v elektrickém poli, jehož intenzita má velikost E , pohybuje se podle druhého Newtonova zákona se zrychlením o velikosti

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}. \quad (27.18)$$

Elektrony se srážejí tak, že po typické srážce elektron úplně „zapomene“ — můžeme-li to tak říci — na svůj předcházející pohyb. Každý elektron se tedy po každé nahodilé srážce začíná znovu pohybovat úplně náhodným směrem. Je-li střední doba mezi srážkami τ , elektrony získají střední driftovou rychlost $v_d = a\tau$. A nejen to — kdybychom stanovili driftové rychlosti všech elektronů v libovolném časovém okamžiku, zjistili bychom, že jejich střední driftová rychlost je rovněž $a\tau$. V libovolném okamžiku tedy mají elektrony střední driftovou rychlost $v_d = a\tau$. Pomocí rov. (27.18) vypočteme

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}. \quad (27.19)$$

Dosaďme-li tento výsledek do rov. (27.7) ($J = nev_d$), dostaneme

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$$

a odtud plyne

$$E = \left(\frac{m}{e^2 n \tau} \right) J.$$

Porovnáním s rov. (27.11) ($E = \rho J$) dostaneme

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}. \quad (27.20)$$

Vztah (27.20) můžeme považovat za potvrzení toho, že pro kovy platí Ohmův zákon, pokud prokážeme, že pro kovy je rezistivita ρ nezávislá na intenzitě přiloženého elektrického pole $\mathbf{E}$. Protože n , m a e jsou konstanty, zbývá nám zdůvodnit, že střední doba mezi srážkami τ je konstantní, nezávislá na intenzitě přiloženého elektrického pole. Doba τ však můžeme opravdu považovat za konstantní, protože driftová rychlost v_d , kterou elektrony získají působením elektrického pole, je řádově 10^{13} krát menší než Fermiho rychlost v_F , takže přiložené pole prakticky neovlivní rychlost elektronů, a tedy ani τ .

K popisu elektronů v kovu z hlediska kvantové teorie se ještě vrátíme v čl. 42.5.

PŘÍKLAD 27.7

(a) Jaká je střední volná doba τ mezi srážkami pro vodivostní elektrony v mědi?

ŘEŠENÍ: Z rov. (27.20) plyne

$$\tau = \frac{m}{ne^2 \varrho}.$$

Počet n vodivostních elektronů v jednotce objemu mědi jsme spočítali v př. 27.3b, rezistivitu mědi ϱ najdeme v tab. 27.1. Jmenovatel zlomku má tedy hodnotu

$$(8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2(1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) = 3,66 \cdot 10^{-17} \text{ C}^2 \cdot \Omega \cdot \text{m}^{-2} = 3,66 \cdot 10^{-17} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1},$$

kde jsme výslednou jednotku určili takto:

$$\frac{\text{C}^2 \cdot \Omega}{\text{m}^2} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{A}} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{J} \cdot \text{C}^{-1}}{\text{m}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{s}^{-1}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Pro střední volnou dobu τ mezi srážkami vychází

$$\tau = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}{(3,66 \cdot 10^{-17} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1})} = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je střední volná dráha λ elektronu mezi dvěma srážkami? Předpokládáme, že Fermiho rychlost je $v_F = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

ŘEŠENÍ: V čl. 20.6 jsme definovali střední volnou dráhu jako střední vzdálenost, kterou částice proběhne mezi dvěma srážkami. V tomto příkladě je doba mezi dvěma srážkami volného elektronu τ a rychlost pohybu elektronu je v_F , takže

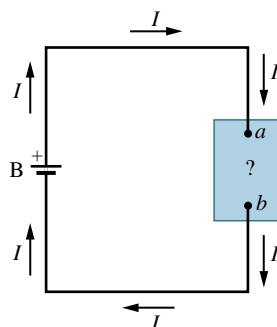
$$\lambda = \tau v_F = (2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s})(1,6 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 40 \text{ nm}. \quad (\text{Odpověď})$$

To je asi 150krát větší délka než vzdálenost mezi nejbližšími sousedními atomy v krystalové mřížce mědi.

27.7 VÝKON V ELEKTRICKÝCH OBVODECH

V elektrickém obvodu na obr. 27.13 je baterie B spojena s nějakou blíže neurčenou vodivou součástkou pomocí vodičů, o nichž předpokládáme, že jejich odpor je zanedbatelný. Součástkou může být rezistor, akumulátorová baterie nebo cokoli jiného. Na svorkách baterie je napětí U , a protože baterie je spojena vodiči se součástkou, je stejné napětí i na svorkách součástky, přičemž svorka a má vyšší potenciál než svorka b .

Protože vývody baterie jsou vně baterie vodivě spojeny a napětí baterie je konstantní, prochází obvodem ustálený proud I od svorky a ke svorce b . Náboj, který projde mezi těmito svorkami za dobu dt , je $I dt$. Podél trajektorie, po



Obr. 27.13 Baterie B dodává proud I do obvodu s nějakou blíže neurčenou vodivou součástkou.

níž se tento náboj dQ pohybuje, poklesne elektrický potenciál o hodnotu U , a proto elektrická potenciální energie poklesne o hodnotu

$$dE_p = dQ U = I dt U.$$

Zákon zachování energie nám říká, že pokles elektrické potenciální energie podél trajektorie od a do b musí být doprovázen přeměnou energie do nějaké jiné formy. **Výkon** P s tímto přenosem spojený se definuje jako rychlost přenosu energie, tj. dE_p/dt , takže

$$P = UI \quad (\text{výkon} = \text{rychlost přenosu elektrické energie}). \quad (27.21)$$

Jednotkou výkonu podle rov. (27.21) je voltampér. Platí

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} = \left(1 \frac{\text{J}}{\text{C}}\right) \left(1 \frac{\text{C}}{\text{s}}\right) = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}.$$

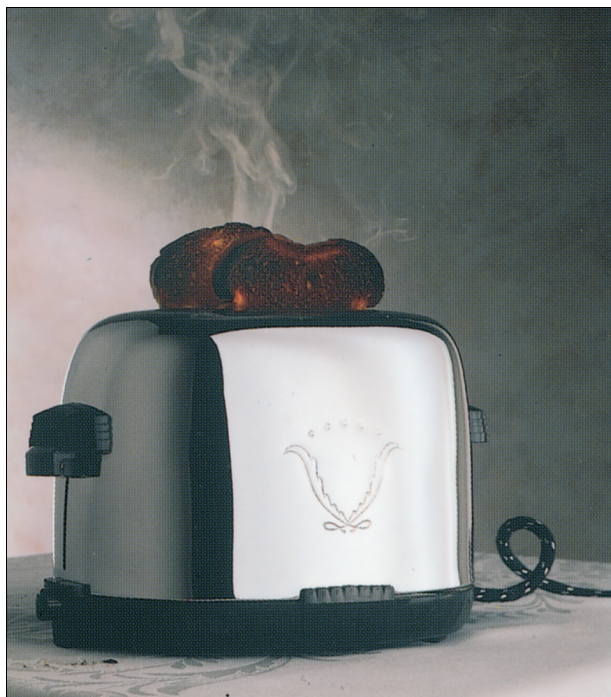
Výkon daný rov. (27.21) udává rychlost přenosu energie od baterie k součástce. Je-li součástkou elektromotor připojený k nějakému mechanickému zařízení, elektrická energie se přeměňuje v práci tohoto zařízení. Je-li součástkou akumulátorová baterie, nabíjí se a elektrická energie se přeměňuje v chemickou energii uloženou v akumulátoru. Je-li součástkou rezistor, elektrická energie je v něm disipována.

Pro rezistor můžeme pomocí rov. (27.8) ($R = U/I$) a (27.21) napsat vztah pro rychlost disipace energie, tedy disipovaný výkon, ve tvaru

$$P = I^2 R \quad (\text{disipace energie rezistorem}) \quad (27.22)$$

neboli

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (\text{disipace energie rezistorem}). \quad (27.23)$$



Spirála z drátu uvnitř opékače topinek má značný odpor. Když spirálou prochází proud, elektrická energie se přeměňuje v teplo a teplota spirály vzrůstá. Ze spirály pak vychází viditelné světlo i infračervené záření, které chléb opeče (nebo připálí).

Co se stane s touto energií? Pohybující se náboje se srážejí s atomy v rezistoru a předávají část své energie těmto atomům, a tím se zvětšuje vnitřní energie materiálu. To vede ke zvyšování teploty rezistoru a ten se stává zdrojem tepelného toku. Tomuto nevratnému procesu říkáme **disipace energie**.

Musíme však odlišovat rov. (27.22) a (27.23) od rov. (27.21). Vztah $P = IU$ se dá použít vždy, když jde o přenos elektrické energie v obecné situaci, zatímco vztahy $P = I^2 R$, či $P = U^2/R$ platí pouze v případě přeměny elektrické potenciální energie v rezistoru. (V elektrotechnice se zpravidla mluví o Joulově teple nebo s ohledem na funkci rezistoru o ztrátovém, resp. tepelném výkonu rezistoru.)

KONTROLA 5: K rezistoru o odporu R je přiloženo napětí U a prochází jím proud I . Seřadte sestupně ztrátové výkony (rychlosti přeměny elektrické energie v teplo) v rezistoru při těchto změnách v obvodu: (a) napětí U se zdvojnásobí a odpor R se nezmění, (b) proud I se zdvojnásobí a odpor R se nezmění, (c) odpor R se zdvojnásobí a napětí U se nezmění, (d) odpor R se zdvojnásobí a proud I se nezmění.

PŘÍKLAD 27.8

Vodič zhotovený ze slitiny niklu, chromu a železa (nazývané nichrom) má odpor $R = 72 \Omega$. Určete výkon elektrické energie v těchto případech: (1) napětí na celém vodiči je 120 V, (2) vodič rozpůlíme a napětí 120 V je přiloženo ke každé polovině vodiče.

ŘEŠENÍ: Užitím rov. (27.23) v prvním případě dostaneme

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(120 \text{ V})^2}{(72 \Omega)} = 200 \text{ W.} \quad (\text{Odpověď})$$

Ve druhém případě je odpor poloviny drátu $(72 \Omega)/2 = 36 \Omega$, takže rychlost disipace energie pro každou polovinu drátu je

$$P' = \frac{(120 \text{ V})^2}{(36 \Omega)} = 400 \text{ W.} \quad (\text{Odpověď})$$

Celkový výkon v obou polovinách je 800 W, tedy čtyřikrát větší než v celém vodiči v prvním případě. Mohlo by vás tedy napadnout, že byste si koupili ohřívací spirálu, rozpůlili ji, znovu zapojili paralelně a získali čtyřikrát více tepla. Proč to nejde?

PŘÍKLAD 27.9

Vodičem o délce $L = 2,35 \text{ m}$ a průměru $d = 1,63 \text{ mm}$ prochází proud $I = 1,24 \text{ A}$. Ztrátový výkon ve vodiči je $P = 48,5 \text{ mW}$. Z čeho je vodič vyroben?

ŘEŠENÍ: Materiál vodiče určíme podle jeho rezistivity. Užitím rov. (27.16) a (27.22) dostaneme

$$P = I^2 R = \frac{I^2 \rho L}{S} = \frac{4I^2 \rho L}{\pi d^2},$$

kde $S = \pi d^2/4$ je průřez vodiče. Rezistivita materiálu, z něhož je vodič vyroben, tedy je

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\pi P d^2}{4I^2 L} = \frac{\pi (48,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}) (1,63 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{4 (1,24 \text{ A})^2 (2,35 \text{ m})} = \\ &= 2,80 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

V tab. 27.1 zjistíme, že takovou rezistivitu má hliník.

27.8 POLOVODIČE

Polovodičové součástky jsou srdcem mikroelektronické revoluce, která tak výrazně ovlivnila náš život. V tab. 27.2 jsou porovnány vlastnosti křemíku, typického polovodiče, a vlastnosti mědi, typického kovového vodiče. Vidíme, že čistý křemík má mnohem méně nosičů náboje, mnohem větší rezistivitu a velký záporný teplotní součinitel rezistivity. S rostoucí teplotou rezistivita mědi roste a rezistivita čistého křemíku naopak klesá.

Tabulka 27.2 Některé elektrické vlastnosti mědi a křemíku^a

VLASTNOST	MĚĎ	KŘEMÍK
druh materiálu	kov	polovodič
koncentrace nosičů náboje n/m^{-3}	$9 \cdot 10^{28}$	$1 \cdot 10^{16}$
rezistivita $\rho/\Omega \cdot m$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^3$
teplotní součinitel rezistivity α/K^{-1}	$+4 \cdot 10^{-3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$

^a Kvůli snadnějšímu porovnání jsou hodnoty zaokrouhleny na jednu platnou číslici.

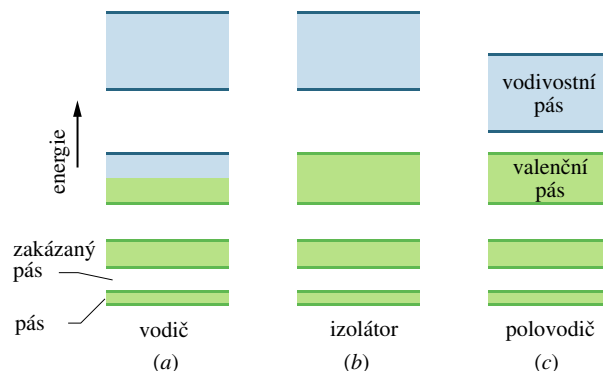
Rezistivita čistého křemíku je tak vysoká, že je to prakticky izolátor, a v mikroelektronice se téměř nepoužívá. Použití křemíku umožňuje okolnost, že se jeho rezistivita dá snížit kontrolovatelným způsobem přidáním nepatrného množství určitých cizích, *příměsových atomů* (viz tab. 27.1). Tento proces se nazývá **dopování**.

Rozdíl v rezistivitě (a tedy i v konduktivitě) polovodičů a kovových vodičů se dá pochopit, jestliže se podrobněji podíváme na **energie hladiny** jejich elektronů. V čl. 8.9 jsme viděli, že energie elektronů v izolovaném atomu je *kvantována*, to znamená, že je omezena jen na určité hodnoty neboli *hladiny*, jak je nakresleno na obr. 8.17. Elektron může *obsadit* kteroukoli z těchto energiových hladin (tzn. může mít ji odpovídající energii), ale nemůže mít žádnou energii mezi hladinami.

Elektrony v pevných látkách také obsazují kvantované hladiny, ale vzájemná blízkost atomů způsobuje „rozmazení“ nesmírného počtu jejich energiových hladin do několika **pásů** (obr. 27.14). Elektron může obsadit energiovou hladinu uvnitř pásu, ale nemůže mít žádnou energii připadající do **zakázaných pásů**, které energiové pásy oddělují. Počet elektronů, které mohou obsadit jednu energiovou hladinu, je navíc omezen zákony kvantové fyziky. Elektron může získat větší energii *jedině* tak, že dostane energii dostatečnou k obsazení nezaplněné vyšší energiové hladiny buď v téměř, nebo ve vyšším pásu.

V kovu, jako je měď (obr. 27.14a), se nejvyšší obsazená hladina energie nachází blízko středu energiového pásu. Elektrony tak mohou snadno přejít na velké množství volných hladin výše v pásu, i když dostanou jen malé množství energie. Energii jim může dodat elektrické pole přiložené k vodiči. Elektrické pole uvádí některé z elektronů tohoto pásu do pohybu vodičem, zvyšuje jejich kinetickou energii, a tak je pozvedá na vyšší energiové hladiny. Takové elektrony jsou tedy **vodivostní elektrony** a tvoří proud vodičem. Elektrony v nižších pásích se nemohou podílet na vedení proudu, protože přiložené elektrické pole jim nedokáže poskytnout energii potřebnou k přechodu na prázdné hladiny.

V izolátoru (obr. 27.14b) je nejvyšší obsazený pás úplně zaplněn. Nejbližší vyšší dostupné prázdné energiové



Obr. 27.14 Energiové hladiny elektronů v pevné látce tvoří pásy dovolených a zakázaných energií. Zelenou barvou jsou nakresleny částečně nebo úplně zaplněné pásy. (a) V kovovém vodiči leží nejvyšší energiová hladina uprostřed energiového pásu (pás je částečně zaplněn). (b) V izolátoru je nejvyšší obsazený pás úplně zaplněn a zakázaný pás mezi ním a prázdným pásem umístěným nad ním je poměrně široký. (c) Polovodič připomíná izolátor s tím rozdílem, že zakázaný pás mezi valenčním a vodivostním pásem je poměrně úzký.

hladiny leží v prázdném pásu, který je oddělen od nejvyššího zaplněného pásu značně širokým zakázaným pásem. Dokud přiložené elektrické pole nedodá elektronům energii dostatečnou k přeskočení na prázdné hladiny, nemůže procházet žádný proud.

Polovodič (obr. 27.14c) se podobá izolátoru s tím rozdílem, že zakázaný pás mezi nejvyšším zaplněným pásem (nazývaným **valenční pás**) a prázdným pásem umístěným nad ním (nazývaným **vodivostním pásem**) je poměrně úzký, takže pravděpodobnost, že tepelně excitovaný elektron přeskóčí přes zakázaný pás, není zanedbatelně malá. Mnohem významnější však je, že určité záměrně přidané příměsi mohou dodávat nosiče náboje do vodivostního pásu. Většina polovodičových součástek, jako např. tranzistory nebo diody, se skládá z několika oblastí křemíku dopovaných různými příměšovými atomy.

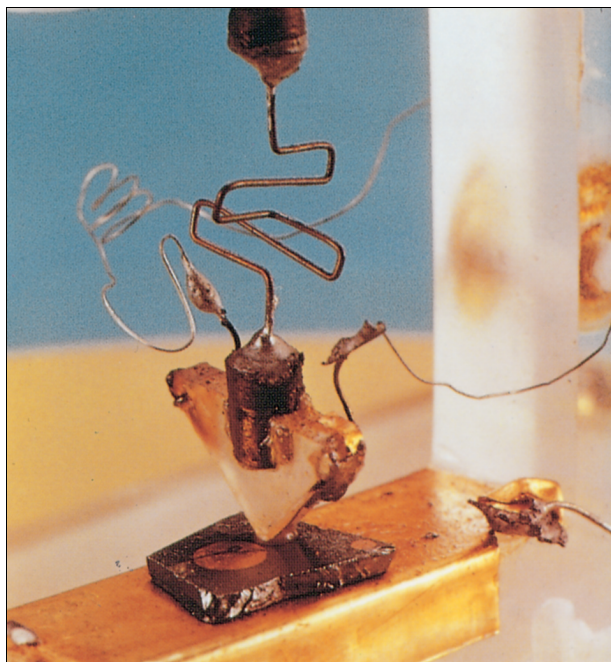
Vraťme se zpět k rov. (27.20) pro rezistivitu vodiče

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}, \quad (27.24)$$

kde n je počet nosičů náboje v jednotkovém objemu a τ je střední volná doba mezi srážkami. (Tuto rovnici jsme odvodili pro vodiče, ale dá se použít i pro polovodiče.) Položme si nyní otázku, jak se veličiny n a τ mění, když roste teplota.

Ve vodiči je koncentrace n velká a prakticky konstantní, její hodnota se s teplotou významně nemění. Vzrůst rezistivity kovů s teplotou (obr. 27.10) je způsoben vzrůstem frekvence srážek nosičů náboje, a tedy snížením střední volné doby τ mezi srážkami v rov. (27.24).

V polovodiči je n malé, ale s rostoucí teplotou se zvětšuje velmi rychle, protože teplem je excitováno stále více nosičů náboje. Rezistivita polovodiče tedy s rostoucí teplotou klesá, což vyjadřuje záporné znaménko teplotního součinitele rezistivity v tab. 27.2. Podobně jako v kovu se i v polovodiči zvyšuje frekvence srážek, ale tento jev je překryt rychlým nárůstem počtu nosičů elektrického náboje.



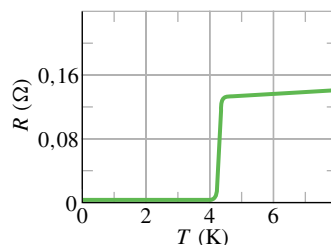
První tranzistor, elektronická součástka vyrobená z polovodičového materiálu. Dnes najdeme tisíce a miliony takových součástek na tenké polovodičové destičce o velikosti několika milimetrů nebo centimetrů.

27.9 SUPRAVODIČE

Holandský fyzik Kamerlingh Onnes v roce 1911 objevil, že při velmi nízkých teplotách, nižších než asi 4 K, rezistivita rtuti úplně vymizí (obr. 27.15). Tento jev, nazývaný **supravodivost**, v sobě skrývá velké možnosti využití v moderních zařízeních, protože by bylo velice užitečné, kdyby mohl elektrický náboj téci bez jakýchkoli ztrát. Například proud vybuzený v supravodivém prstenci přetrvává několik roků, aniž by se významněji snižoval. Elektrony, které tvoří tento proud, potřebují zdroj energie jen v počátečním okamžiku a už nikdy více.

Před rokem 1986 brzdily rozvoj supravodivých technologií vysoké náklady potřebné k dosažení extrémně nízkých teplot. V roce 1986 však byly objeveny nové keramické materiály, které se stávají supravodivými při výrazně vyšších

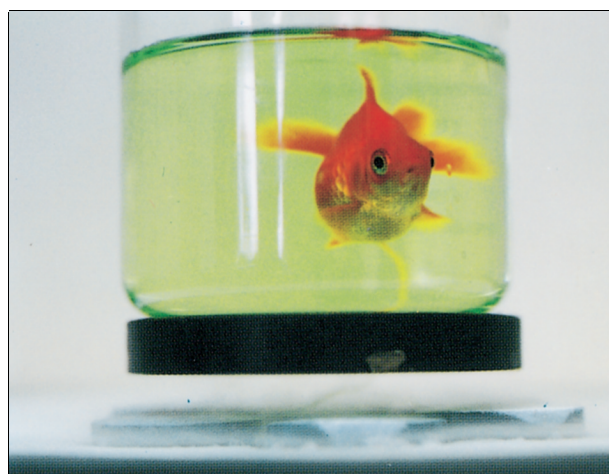
teplotách (a takové teploty jsou dosažitelné snadněji a levněji, např. kapalným vzduchem). Praktické použití supravodivých součástek při pokojové teplotě se může brzo stát skutečností.



Obr. 27.15 Odpor rtuti klesne prudce k nule při teplotě kolem 4 K.

Supravodivost se v mnohém liší od obvyklé vodivosti. Nejlepší běžné vodiče, jako je stříbro a měď, se nemohou stát supravodivými při žádné teplotě. Nové keramické supravodiče jsou vlastně izolátory, pokud nemají dostatečně nízkou teplotu k tomu, aby přešly do supravodivého stavu.

Supravodivost se dá vysvětlit tak, že se elektrony, které vedou elektrický proud, pohybují v párech. Jeden z elektronů z páru elektricky naruší molekulární strukturu supravodivého materiálu tak, že v jeho nejbližším okolí vznikne na krátký okamžik nadbytek kladného náboje. Druhý elektron z páru je potom k tomuto kladnému náboji přitahován. Teorie říká, že taková koordinace mezi elektrony jim brání srážet se s molekulami, a tak zanikne elektrický odpor. Před rokem 1986 tato teorie dobře vysvětlovala vlastnosti *nízkoteplotních supravodičů*. Ukázalo se však, že k vysvětlení vlastností *vysokoteplotních supravodičů* jsou potřebné nové teorie.



Magnet ve tvaru disku se vznáší nad supravodivým materiálem chlazeným kapalným dusíkem. Zlatá rybka se dívá, co všechno už lidé umějí.

PŘEHLED & SHRNUÍ

Elektrický proud

Elektrický proud I ve vodiči je definován vztahem

$$I = \frac{dQ}{dt}. \quad (27.1)$$

Zde dQ je náboj, který za dobu dt projde průřezem vodiče. Podle konvence je směr elektrického proudu určen jako směr pohybu kladného náboje. Jednotkou elektrického proudu v soustavě SI je *ampér* (A).

Hustota proudu

Proud (skalár) souvisí s vektorem *hustoty proudu* $\mathbf{J}$ vztahem

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}, \quad (27.4)$$

kde $d\mathbf{S}$ je vektor kolmý k elementu plochy o obsahu dS a integruje se přes průřez vodiče. Orientace $\mathbf{J}$ je stejná jako orientace intenzity elektrického pole, která vyvolává proud.

Driftová rychlost nosičů náboje

Je-li ve vodiči elektrické pole o intenzitě $\mathbf{E}$, (kladné) nosiče náboje se pohybují *driftovou rychlostí* $\mathbf{v}_d$ ve směru intenzity $\mathbf{E}$. Rychlost $\mathbf{v}_d$ souvisí s hustotou proudu vztahem

$$\mathbf{J} = (ne)\mathbf{v}_d, \quad (27.7)$$

kde ne je objemová hustota náboje.

Odpor vodiče

Odpor neboli rezistance R vodiče (součástky) je definován vztahem

$$R = \frac{U}{I} \quad (\text{definice } R), \quad (27.8)$$

kde U je napětí přiložené na vodič a I proud procházející vodičem. Jednotkou odporu v soustavě SI je *ohm* (Ω): $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$. *Rezistivita* ϱ a *konduktivita* σ materiálu jsou definovány takto:

$$\varrho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (\text{definice } \varrho \text{ a } \sigma), \quad (27.12)$$

kde E je velikost intenzity elektrického pole. Jednotkou rezistivity v soustavě SI je $\Omega \cdot \text{m}$. Zobecněním uvedeného vztahu je vektorová rovnice

$$\mathbf{E} = \varrho \mathbf{J}. \quad (27.11)$$

Odpor R vodiče o délce L a průřezu S určíme podle vztahu

$$R = \varrho \frac{L}{S}. \quad (27.16)$$

Změna rezistivity s teplotou

Rezistivita ϱ většiny materiálů se mění s teplotou. Pro řadu materiálů, včetně kovů, lze závislost rezistivity ϱ na teplotě T aproximovat lineárním vztahem

$$\varrho - \varrho_0 = \varrho_0 \alpha (T - T_0). \quad (27.17)$$

Zde T_0 je referenční teplota, ϱ_0 je rezistivita při teplotě T_0 a α je teplotní součinitel rezistivity (v určitém teplotním intervalu).

Ohmův zákon

Pro *vodič* (součástku) platí *Ohmův zákon* tehdy, jestliže jeho odpor R definovaný rov. (27.8), $R = U/I$, nezávisí na přiloženém napětí U . Pro *materiál* platí Ohmův zákon tehdy, jestliže jeho rezistivita definovaná rov. (27.10), $\varrho = E/J$, nezávisí na velikosti a směru elektrické intenzity $\mathbf{E}$.

Rezistivita kovů

Za předpokladu, že vodivostní elektrony kovu se volně pohybují jako molekuly plynu, lze odvodit vztah pro rezistivitu kovu:

$$\varrho = \frac{m}{e^2 n \tau}. \quad (27.20)$$

Zde n je počet elektronů v jednotkovém objemu (koncentrace elektronů) a τ je střední doba mezi srážkami elektronu s atomy kovu. Protože τ je prakticky nezávislé na E , platí pro kovy Ohmův zákon.

Výkon

Výkon P přenosu energie v součástce, na níž je napětí U a kterou prochází proud I , je roven

$$P = UI \quad (\text{výkon při přenosu elektrické energie}). \quad (27.21)$$

Disipace energie rezistorem

Je-li součástkou rezistor, lze psát rov. (27.21) ve tvaru

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (\text{disipace energie rezistorem}). \quad (27.22, 27.23)$$

V rezistoru je elektrická potenciální energie disipována prostřednictvím srážek nosičů náboje s atomy.

Polovodiče

Polovodiče jsou materiály s malým počtem vodivostních elektronů a s neobsazenými energiovými hladinami ve vodivostním pásu, který leží poměrně blízko valenčního pásu. Rezistivita polovodiče může být blízka rezistivitě kovu, je-li polovodič do-

pován jinými atomy, které dodávají elektrony do vodivostního pásu.

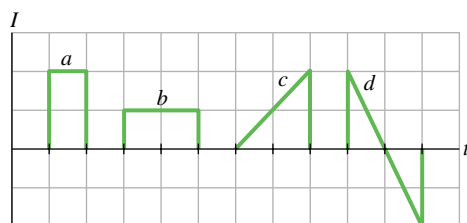
Supravodiče

Supravodiče jsou materiály, jejichž rezistivita při velmi nízkých

teplotách zcela vymizí. Nedávno byly objeveny materiály, které jsou supravodivé i při poměrně „vysokých“ teplotách (např. v kapalném vzduchu).

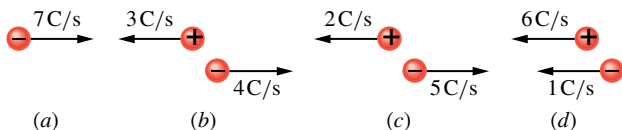
OTÁZKY

1. Na obr. 27.16 je znázorněn proud I ve vodiči ve čtyřech různých časových intervalech. Uspořádejte tyto případy sestupně podle velikosti celkového náboje, který projde vodičem.



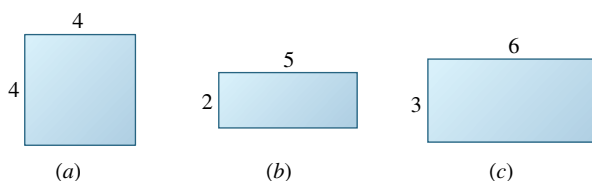
Obr. 27.16 Otázka 1

2. Na obr. 27.17 jsou nakresleny čtyři situace, kdy se kladné a záporné náboje pohybují ve vodorovném směru, a jsou uvedeny velikosti rychlostí přenosu náboje. Uspořádejte tyto situace sestupně podle velikosti výsledného procházejícího proudu.



Obr. 27.17 Otázka 2

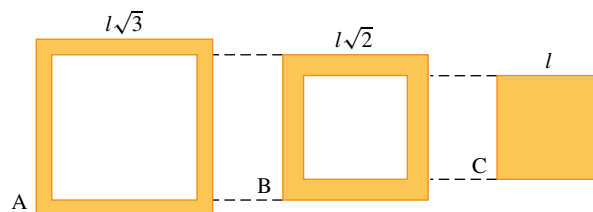
3. Na obr. 27.18 jsou nakresleny průřezy tří stejně dlouhých vodičů zhotovených ze stejného materiálu. Rozměry vodičů jsou dány v milimetrech. Uspořádejte vodiče sestupně podle jejich odporu (měřeného v podélném směru mezi konci vodičů).



Obr. 27.18 Otázka 3

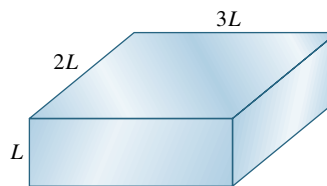
4. Natahujeme válcový vodič tak, že zůstává stále válcový. Co se stane s odporem měřeným mezi konci vodiče v podélném směru: zvětší se, zmenší se, nebo se nezmění?

5. Na obr. 27.19 jsou nakresleny čtvercové průřezy tří stejně dlouhých vodičů zhotovených ze stejného materiálu. Vodič B se dá těsně vložit do vodiče A, vodič C se dá těsně vložit do vodiče B. Uspořádejte sestupně podle odporu (měřeného v podélném směru) uvedené kombinace vodičů: jednotlivé vodiče A, B, C, kombinace A + B, B + C, A + B + C.



Obr. 27.19 Otázka 5

6. Na obr. 27.20 je vodič ve tvaru kvádru o rozměrech L , $2L$, $3L$. Ke dvěma protilehlým stěnám vodiče je přiloženo napětí U , podobně jako na obr. 27.8b. Uspořádejte dvojice stěn levá-pravá, horní-dolní, přední-zadní sestupně podle (a) intenzity elektrického pole ve vodiči, (b) hustoty proudu uvnitř vodiče, (c) proudu procházejícího vodičem, (d) driftové rychlosti elektronů ve vodiči.



Obr. 27.20 Otázka 6

7. V tabulce jsou uvedeny délky tří měděných tyčí, jejich průměry a napětí mezi jejich konci. Uspořádejte tyče sestupně podle (a) intenzity elektrického pole v tyčích, (b) hustoty proudu v tyčích, (c) driftové rychlosti elektronů.

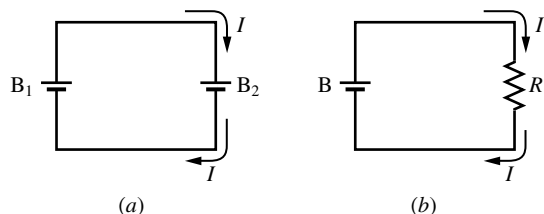
TYČ	DÉLKA	PRŮMĚR	NAPĚTÍ
1	L	$3d$	U
2	$2L$	d	$2U$
3	$3L$	$2d$	$2U$

8. V tabulce jsou uvedeny konduktivity a koncentrace elektronů čtyř materiálů A, B, C, D. Uspořádejte materiály sestupně podle střední doby mezi srážkami vodivostních elektronů.

MATERIÁL	A	B	C	D
konduktivita	σ	2σ	2σ	σ
koncentrace elektronů	n	$2n$	n	$2n$

9. Tři dráty stejného průměru postupně zapojíme mezi dva body, mezi nimiž je stále stejné napětí. Rezistivity a délky vodičů jsou ρ a L (u drátu A), $1,2\rho$ a $1,2L$ (u drátu B), $0,9\rho$ a L (u drátu C). Uspořádejte dráty sestupně podle výkonu, s jakým se v nich vyvíjí teplo.

10. V obvodu na obr. 27.21a nabíjí baterie B_1 baterii B_2 . Proud procházející baterií B_2 a napětí na baterii B_2 mohou být (a) 3 A a 4 V, (b) 2 A a 5 V, (c) 6 A a 2 V. Uspořádejte uvedené dvojice hodnot proudu a napětí sestupně podle rychlosti přenosu elektrické energie z baterie B_1 do baterie B_2 .



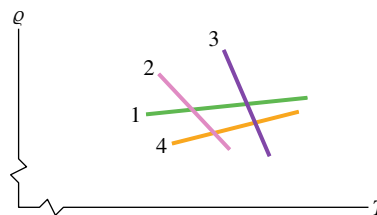
Obr. 27.21 Otázky 10 a 11

11. V obvodu na obr. 27.21b je spojena baterie B a rezistor o odporu R . Odpor R a proud I rezistorem mohou být (a) 4 Ω a 2 A, (b) 3 Ω a 3 A, (c) 3 Ω a 2 A. Uspořádejte tyto možnosti

sestupně podle rychlosti, jakou je elektrická energie disipována v rezistoru.

12. Je odpor vlákna žárovky značené 500 W/230 V větší, nebo menší než odpor vlákna žárovky značené 100 W/230 V?

13. Na obr. 27.22 jsou vyznačeny závislosti rezistivity čtyř materiálů na teplotě. (a) Které materiály jsou kovy a které jsou polovodiče? U kterých materiálů způsobí zvýšení teploty (b) zvýšení koncentrace vodivostních elektronů, (c) zvětšení počtu srážek vodivostních elektronů?



Obr. 27.22 Otázka 13

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 27.2 Elektrický proud

1C. Svazek elektronů dopadajících na stínítko televizní obrazovky odpovídá proudu 200 μ A. Kolik elektronů dopadá na stínítko obrazovky za sekundu?

2C. Rezistorem o odporu 10 Ω prochází po dobu 4,0 min proud 5,0 A. Kolik (a) coulombů, (b) elektronů projde za tuto dobu průřezem rezistoru?

3Ú. Pás van der Graafova generátoru široký 50 cm se pohybuje rychlostí 30 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ mezi zdrojem náboje a dutou koulí. Přenos náboje na kouli odpovídá proudu 100 μ A. Vypočítejte povrchovou hustotu náboje pásu.

4Ú. Izolovaná vodivá koule má poloměr 10 cm. Jeden vodič do ní přivádí proud 1,000 002 0 A, druhý vodič z ní odvádí proud 1,000 000 0 A. Za jak dlouho potenciál koule vzroste o 1 000 V?

ODST. 27.3 Hustota proudu

5C. V tabulce je uveden výpis z normy (USA), která udává maximální bezpečný (přípustný) proud I_m pro měděné vodiče různých průměrů d s pryžovou izolací. Nakreslete graf závislosti maximální bezpečné hustoty proudu jako funkci průměru vodiče. Který typ vodiče má největší bezpečnou hustotu proudu?

Typ vodiče (CW)	4	6	8	10	12	14	16	18
d/mm	5,20	4,13	3,28	2,60	2,06	1,64	1,30	1,03
I_m/A	70	50	35	25	20	15	6	3

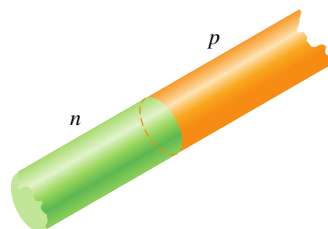
6C. Svazek iontů obsahuje $2,0 \cdot 10^8$ kladně nabitých iontů v krychlovém centimetru, každý iont nese náboj $+2e$. Všechny ionty se pohybují k severu rychlostí $1,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (a) Jakou velikost a směr má hustota proudu $\mathbf{J}$? (b) Můžete vypočítat celkový proud I v tomto iontovém svazku? Jestliže ne, jakou další informaci byste k tomu potřebovali?

7C. Malý, ale měřitelný proud $1,2 \cdot 10^{-10}$ A prochází měděným drátem o průměru 2,5 mm. Předpokládejte, že proud je v celém průřezu vodiče konstantní, a vypočítejte (a) hustotu proudu, (b) driftovou rychlost elektronů (viz př. 27.3).

8C. Pojistka v elektrickém obvodu je v podstatě tenký drátek, který se má přetavit a tak rozpojit obvod, jestliže proud překročí danou hodnotu. Předpokládejte, že se drátek přetaví, když hustota proudu dosáhne $440 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$. Jaký průměr musí mít (válcový) drátek, aby vydržel bez přetavení maximální proud 0,50 A?

9C. V plynové výbojce poteče proud, je-li napětí mezi elektrodami uvnitř trubice dostatečně velké. Plyn se ionizuje, elektrony se pohybují směrem ke kladné elektrodě a kladně nabití ionty směrem k záporné elektrodě. Jaká je velikost a směr proudu ve vodíkové výbojce, v níž $3,1 \cdot 10^{18}$ elektronů a $1,1 \cdot 10^{18}$ protonů projde za sekundu průřezem trubice?

10C. Přechod p - n je vytvořen ze dvou polovodičů ve tvaru válce o poloměru 0,165 mm (obr. 27.23). Při určitém zapojení prochází přechodem $3,50 \cdot 10^{15}$ elektronů za sekundu z polovodiče n do polovodiče p a $2,25 \cdot 10^{15}$ děr za sekundu z polovodiče p do polovodiče n . (Díra se chová jako částice s nábojem $+e$.) Vypočítejte (a) celkový proud, (b) hustotu proudu procházejícího přechodem.



Obr. 27.23 Cvičení 10

11Ú. Protóny ve slunečním větru se v blízkosti Země pohybují rychlostí $470 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ a jejich koncentrace je $8,70 \text{ cm}^{-3}$. (a) Vypočítejte hustotu proudu protonů. (b) Kdyby magnetické pole Země protóny nevychylovalo, dopadly by na Zemi. Jak velký elektrický proud by na Zemi dopadal?

12Ú. Svazek letících α -částic, z nichž každá nese náboj $Q = +2e$ a má energii 20 MeV , vytváří proud $0,25 \mu\text{A}$. (a) Kolik α -částic dopadne na rovinný povrch za $3,0 \text{ s}$, jestliže svazek směřuje kolmo k němu? (b) Kolik α -částic se v každém okamžiku nachází ve 20 cm dlouhém úseku svazku? (c) Jakým napětím musela být α -částice urychlena z klidu, aby získala energii 20 MeV ?

13Ú. Jak dlouho elektronům trvá, než se dostanou z autobaterie do startéru? Předpokládejte, že prochází proud 300 A a elektrony se pohybují měděným vodičem o průřezu $0,21 \text{ cm}^2$ a délce $0,85 \text{ m}$. (Viz př. 27.3).

14Ú. V hypotetické výzkumné laboratoři jaderných reakcí je při velmi vysoké teplotě helium úplně ionizováno, takže každý heliový atom je rozdělen na kladně nabitě jádro (α -částici) a dva volné elektrony. Vnější elektrické pole způsobí, že α -částice se pohybují driftovou rychlostí $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ směrem na východ a elektrony rychlostí $88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ na západ. Koncentrace α -částic je $2,8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Vypočítejte výslednou hustotu proudu a určete směr proudu.

15Ú. (a) Hustota proudu ve válcovém vodiči o poloměru R se mění podle vztahu

$$J = J_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right),$$

kde r je vzdálenost od osy válce. Hustota proudu tedy dosahuje maximální hodnoty J_0 v ose vodiče ($r = 0$) a lineárně klesá k nule na povrchu vodiče ($r = R$). (a) Vypočítejte proud ve vodiči a vyjádřete ho pomocí proudové hustoty J_0 a průřezu vodiče $S = \pi R^2$. (b) Uvažujte jinou situaci: hustota proudu má největší hodnotu J_0 na povrchu válcového vodiče a lineárně klesá k nule v ose vodiče podle vztahu $J = J_0 r/R$. Opět vypočítejte proud. Proč vychází jiný proud než v otázce (a)?

ODST. 27.4 Odpor a rezistivita

16C. Ocelová tramvajová kolejnice má průřez $56,0 \text{ cm}^2$. Jaký je odpor $10,0 \text{ km}$ kolejí? Rezistivita oceli je $3,00 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$.

17C. Drát má průměr $1,0 \text{ mm}$, délku $2,0 \text{ m}$ a odpor $50 \text{ m}\Omega$. Jaká je rezistivita materiálu?

18C. Nichromový drát (slitina niklu, chromu a železa užívaná často v topných člancích) je $1,0 \text{ m}$ dlouhý a má průřez $1,0 \text{ mm}^2$. Při napětí $2,0 \text{ V}$ jím prochází proud $4,0 \text{ A}$. Vypočítejte konduktivitu σ nichromu.

19C. Člověka může zabít už elektrický proud 50 mA , pokud prochází v blízkosti jeho srdce. Opravář uchopí upocenými rukama dva vodiče a propojí je tak svým tělem. Jaké napětí mu může být osudné, je-li odpor jeho těla 2000Ω ?

20C. Cívka je vytvořena navinutím 250 závitů izolovaného měděného drátu o průměru $1,3 \text{ mm}$ v jedné vrstvě na válcové jádro

o poloměru 12 cm . Jaký je její odpor? Tloušťku izolace zanedbejte. (Použijte údajů z tab. 27.1.)

21C. Drát dlouhý $4,00 \text{ m}$ o průměru $6,00 \text{ mm}$ má odpor $15,0 \text{ m}\Omega$ a je k němu přiloženo napětí $23,0 \text{ V}$. (a) Jaký proud prochází drátem? (b) Jaká je hustota proudu v drátu? (c) Vypočítejte rezistivitu materiálu drátu a určete, co je to za materiál (použijte údajů v tab. 27.1).

22C. Měděné vinutí motoru má odpor 50Ω při teplotě 20°C , když motor neběží. Je-li motor několik hodin v chodu, odpor se zvýší na 58Ω . Jakou teplotu má přítom vinutí? Zanedbejte změny rozměrů vinutí. (Použijte údajů v tab. 27.1.)

23C. (a) Při jaké teplotě by byl odpor měděného vodiče dvakrát větší než jeho odpor při teplotě 20°C ? (Považujte teplotu 20°C za referenční teplotu v rov. (27.17) a porovnejte svoji odpověď s obr. 27.10.) (b) Platí výsledek pro všechny měděné vodiče, bez ohledu na jejich tvar nebo velikost?

24C. Použijte údaje z obr. 27.11c a nakreslete graf závislosti odporu polovodičové diody na přiloženém napětí.

25C. Housenka dlouhá $4,0 \text{ cm}$ se plazí ve směru pohybu elektronů po neizolovaném měděném drátu o průměru $5,2 \text{ mm}$, kterým prochází proud 12 A . (a) Jaké je napětí mezi konci housenky? (b) Má její ocas vyšší, nebo nižší potenciál než její hlava? (c) Jak dlouho by housenka trvala, než by se odplazila o $1,0 \text{ cm}$, kdyby rychlost jejího plazení byla stejná jako driftová rychlost elektronů v drátu?

26C. Válcovou měděnou tyč délky L a průřezu S vytáhneme na dvojnásobnou délku, aniž by se změnil její objem. (a) Jaký je její nový průřez? (b) Jaký odpor má po vytažení, jestliže původně měla odpor R ?

27C. Drát o odporu $6,0 \Omega$ je protažen otvorem matrice tak, že se jeho délka ztrojnásobí. Vypočítejte odpor vytaženého drátu za předpokladu, že rezistivita a hustota materiálu se nezměnily.

28C. Určitý drát má odpor R . Jaký odpor má jiný drát ze stejného materiálu, jsou-li jeho délka a průměr poloviční?

29Ú. Drát A a trubice B jsou vyrobeny ze stejného materiálu a mají stejnou délku 1 m . Drát má průměr $1,0 \text{ mm}$, trubice má vnější průměr $2,0 \text{ mm}$ a vnitřní průměr $1,0 \text{ mm}$. Vypočítejte poměr jejich odporů R_A/R_B .

30Ú. Měděný a železný drát mají stejnou délku a je k nim přiloženo stejné napětí. (a) Jaký musí být poměr jejich poloměrů, aby jimi procházel stejný proud? (b) Je možné najít takové poloměry drátů, aby hustota proudu byla stejná?

31Ú. Hliníková tyč je $1,3 \text{ m}$ dlouhá a má čtvercový průřez o straně $5,2 \text{ mm}$. (a) Jaký odpor naměříme mezi jejími konci? (b) Jaký by musel být průměr válcové měděné tyče téže délky, aby měla stejný odpor?

32Ú. Kovová válcová tyč o průměru $5,50 \text{ mm}$ je $1,60 \text{ m}$ dlouhá. Odpor (měřený mezi jejími konci) při teplotě 20°C je $1,09 \cdot 10^{-3} \Omega$. (a) Z jakého je materiálu? (b) Ze stejného materiálu je vyroben kotouč o průměru $2,00 \text{ cm}$ a tloušťce $1,00 \text{ mm}$. Jaký je jeho odpor měřený mezi protějšími kruhovými plochami za předpokladu, že obě jsou ekvipotenciálními plochami?

33Ú. Elektrický kabel je tvořen svazkem 125 tenkých drátů, každý z nich má odpor $2,65 \mu\Omega$. Prochází jím celkový proud $0,750 \text{ A}$. (a) Jaký proud prochází každým drátem kabelu? (b) Jaké je napětí na kabelu? (c) Jaký je odpor kabelu?

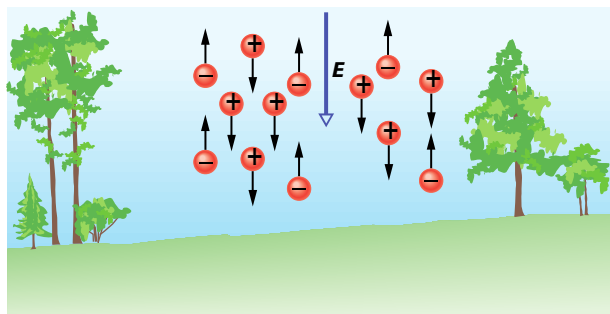
34Ú. Je-li k válcovému vodiči o délce 10 m a poloměru $0,30 \text{ mm}$ přiloženo napětí 115 V , je hustota proudu ve vodiči $1,4 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$. Vypočítejte odpor vodiče.

35Ú. Zábleskovou žárovkou prochází proud $0,30 \text{ A}$ při napětí $2,9 \text{ V}$. Odpor vlákna žárovky při pokojové teplotě (20°C) je $1,1 \Omega$. Jaká je teplota vlákna při záblesku? Vlákno je z wolframu.

36Ú. Vzdálenost mezi přední a zadní stěnou kvádra je $15,8 \text{ cm}$, obsah každé z nich je $3,50 \text{ cm}^2$ a odpor (měřený mezi nimi) je 935Ω . Koncentrace vodivostních elektronů v materiálu, z něhož je kvádr vyroben, je $5,33 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$. Mezi přední a zadní stěnu kvádra je přiloženo napětí $35,8 \text{ V}$. (a) Jaký proud prochází kvádrem? (b) Jaká je hustota proudu (předpokládáme-li, že je konstantní v celém průřezu)? (c) Jaká je driftová rychlost vodivostních elektronů? (d) Jaká je intenzita elektrického pole v kvádru?

37Ú. Z mědi i z hliníku se vyrábějí vysokonapěťové vodiče, kterými může procházet proud až $60,0 \text{ A}$. Odpor jednoho kilometru takového vodiče má být $0,150 \Omega \cdot \text{km}^{-1}$. Vypočítejte pro oba materiály (a) hustotu proudu, (b) hmotnost jednoho metru kabelu. Hustota mědi je $8960 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hliníku je $2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

38Ú. V nižších vrstvách zemské atmosféry jsou záporné a kladné ionty vznikající ionizačním účinkem záření radioaktivních prvků v zemské kůře a kosmických paprsků. V určité oblasti má intenzita atmosférického elektrického pole velikost $120 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ a je orientována svisle dolů. Elektrické pole způsobuje, že kladné jednomocné ionty o koncentraci 620 cm^{-3} se pohybují směrem dolů a záporné jednomocné ionty o koncentraci 550 cm^{-3} se pohybují nahoru (obr. 27.24). Naměřená konduktivita je $2,70 \cdot 10^{-14} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Vypočítejte (a) driftovou rychlost iontů za předpokladu, že je stejná pro kladné i záporné ionty, (b) hustotu proudu.



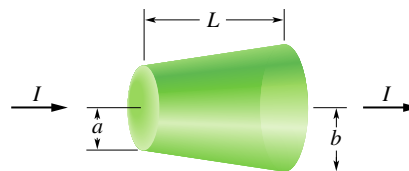
Obr. 27.24 Úloha 38

39Ú. Typové číslo CW určuje průměr drátu takto: zvětší-li se o 6, průměr drátu se zmenší na polovinu, zvětší-li se o 1, průměr drátu se zmenší faktorem $2^{1/6}$ (viz cvič. 5). Určete odpor 10 m

měděného drátu typu CW22, víte-li, že 400 m dlouhý měděný drát typu CW10 má odpor $1,00 \Omega$.

40Ú. Jestliže se kovová tyč zahřívá, nemění se jen její odpor, ale také její délka a průřez. Vztah $R = \rho L/S$ napovídá, že při měření rezistivity ρ při různých teplotách je třeba vzít v úvahu změny všech tří veličin s teplotou. (a) O kolik procent se změní odpor R , délka L a průřez S měděného vodiče, změní-li se jeho teplota o 1°C ? Teplotní součinitel délkové roztažnosti mědi je $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. (b) Jaký závěr z toho můžete vyvodit?

41Ú. Rezistor má tvar komolého kužele (obr. 27.25). Poloměry jeho kruhových podstav jsou a , b a jeho výška je L . Jestliže se kužel zužuje jen málo, můžeme předpokládat, že zvolíme-li libovolný průřez kolmý k ose, bude v něm hustota proudu konstantní (a ovšem jiná než v jiném průřezu). (a) Vypočítejte odpor rezistoru. (b) Ověřte si, že váš vzorec pro odpor se zjednoduší na $\rho(L/S)$ ve zvláštním případě, že se kužel vůbec nezužuje (tedy pro $a = b$, tj. pro válec).



Obr. 27.25 Úloha 41

ODST. 27.6 Mikroskopický pohled na Ohmův zákon

42Ú. Ukažte, že podle modelu elektrické vodivosti volných elektronů v kovu a klasické fyziky by rezistivita kovů byla úměrná $\sqrt{T}$, kde T je teplota měřená v kelvinech (viz rovnici (20.27)).

ODST. 27.7 Výkon v elektrických obvodech

43C. Student poslouchá radiopřijímač napájený ze zdroje o napětí $9,0 \text{ V}$, puštěný na plný výkon $7,0 \text{ W}$ od 9.00 h ráno do 14.00 h odpoledne. Jak velký elektrický náboj projde za tu dobu radiopřijímačem?

44C. Rentgenovou lampou prochází proud $7,0 \text{ mA}$ při napětí 80 kV . Jaký je odpovídající výkon ve wattech?

45C. Při průchodu proudu $3,0 \text{ A}$ rezistorem se v něm vyvíjí teplo s výkonem $100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$. Jaký je jeho odpor?

46C. Naplno svítící světlomety jedoucího automobilu odebírají proud 10 A při napětí 12 V z generátoru poháněného motorem. Předpokládejte, že účinnost generátoru je 80% (to znamená, že výstupní elektrický výkon je roven 80% vstupního mechanického výkonu). Vypočítejte, jaký výkon musí mít motor, aby světlomety naplno svítily.

47C. Topná spirála je připojena na napětí 230 V , odpor rozpalené spirály je 14Ω . (a) S jakým výkonem se ve spirále vyvíjí teplo? (b) Jestliže jedna kilowatthodina elektrické energie stojí $1,75 \text{ Kč}$, kolik zaplatíme, budeme-li spirálou topit $5,0 \text{ h}$?

48C. Topná spirála o výkonu 500 W je připojena na napětí 230 V. (a) Jaký je odpor rozpálené spirály? (b) Jakou rychlostí (měřenou v $\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$) je přenášén elektrický náboj elektronů libovolným průřezem spirály?

49C. Rezistor o neznámém odporu je připojen ke svorkám 3,00 V baterie. Elektrická energie je v rezistoru disipována rychlostí 0,540 W. Tentýž resistor je připojen ke svorkám 1,50 V baterie. Jakým výkonem je pak disipována elektrická energie?

50C. Měděný drát s pryžovou izolací typu CW10 o průměru 2,6 mm má normou stanovený maximální bezpečný proud 25 A (viz cvič. 5). Při tomto proudu vypočtete: (a) hustotu proudu, (b) intenzitu elektrického pole, (c) napětí mezi konci drátu, je-li jeho délka 300 m, (d) výkon, s jakým se v 300 m dlouhém drátu vyvíjí teplo.

51C. Ke koncům měděného drátu o průměru 1 mm a délce 33,0 m je přiloženo napětí 1,20 V. Vypočtete: (a) proud, (b) hustotu proudu, (c) intenzitu elektrického pole, (d) výkon, s jakým se v drátu vyvíjí teplo.

52Ú. Ke koncům vodiče o délce L , průřezu S a rezistivitě ρ je přiloženo napětí U . Vaším úkolem je změnit přiložené napětí U a současně protáhnout drát tak, aby se disipovaný výkon elektrické energie v drátu zvětšil 30krát a proud 4krát. Jaká bude nová délka a nový průřez drátu?

53Ú. Válcový rezistor o poloměru 5,0 mm a délce 2,0 cm je vyroben z materiálu o rezistivitě $3,5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$. Vypočtete (a) hustotu proudu, (b) přiložené napětí, je-li výkon disipovaný rezistorem roven 1,0 W.

54Ú. Jednoduchý topný článek je zhotoven tak, že ke koncům drátu z nichromu o průřezu $2,60 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ a rezistivitě $5,00 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ je přiloženo napětí 75,0 V. (a) Jak dlouhý je drát, je-li elektrická energie v článku disipována s výkonem 5 000 W? (b) Jaká musí být délka drátu, jestliže přiložené napětí se změní na 100 V a rychlost disipace má zůstat stejná?

55Ú. Žárovka o příkonu 100 W je připojena na napětí 230 V. (a) Kolik bychom zaplatili, kdyby žárovka svítila nepřetržitě celý měsíc? Předpokládejte, že 1 kWh elektrické energie stojí 1,75 Kč. (b) Jaký je odpor svítící žárovky? (c) Jaký proud prochází žárovkou? (d) Je odpor zhasnuté žárovky větší, stejný, nebo menší?

56Ú. Teplomet o příkonu 1 250 W pracuje při napětí 230 V. (a) Jaký proud prochází teplometem? (b) Jaký je odpor topné spirály? (c) Kolik tepla se vyvine v teplometu za 1 hodinu?

57Ú. Topný článek z nichromového drátu je připojen na napětí 110 V. Elektrická energie je v něm disipována výkonem 500 W. Teplota drátu je 800 °C. Jaká by byla rychlost disipace energie, kdyby byl drát ponořen do chladicí olejové lázně a jeho teplota udržována na 200 °C? Přiložené napětí se nemění, teplotní součinitel rezistivity nichromu při 800 °C je $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

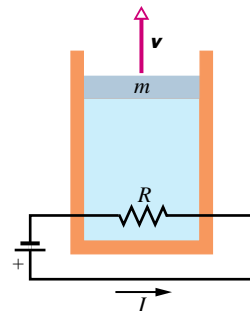
58Ú. Na měděný terč dopadá svazek deuteronů urychlených v cyklotronu tak, že každý deuterion ve svazku má energii

16 MeV. Elektrický proud přenášéný svazkem je 15 μA . (a) Jakou rychlostí vnikají deuterony do mědi? (b) S jakým výkonem se v měděném terči vyvíjí teplo?

59Ú. V lineárním urychlovači vzniká pulzující svazek elektronů, proud pulzu je 0,50 A, délka pulzu je 0,10 μs . (a) Kolik urychlených elektronů je v každém pulzu? (b) Jaká je střední hodnota proudu při 500 pulzech za sekundu? (c) Jaký je střední a špičkový výkon urychlovače, je-li energie každého urychleného elektronu 50 MeV?

60Ú. Spirála navinutá z nichromového drátu je ponořena do kapaliny v kalorimetru. Ke spirále je přiloženo napětí 12 V a prochází jí proud 5,2 A. Kapalina v kalorimetru vře a vypařuje se stálou rychlostí 21 $\text{mg} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtete měrné skupenské teplo varu kapaliny (vyjádřené v jednotce $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$). (Viz čl. 19.7.)

61Ú. Na obr. 27.26 je nakreslen elektrický obvod se spirálou umístěnou uvnitř tepelně izolovaného válce s ideálním plynem. Válec je uzavřen pístem, který se pohybuje bez tření. Spirálou prochází proud 240 mA, její odpor je 550 Ω , hmotnost pístu je 12 kg. Jak velkou rychlostí v se musí píst zvedat, aby se teplota plynu ve válci neměnila?



Obr. 27.26 Úloha 61

62Ú. Topné těleso o příkonu 500 W pracuje při napětí 115 V. (a) O kolik procent se sníží jeho tepelný výkon, jestliže napětí klesne na 110 V? Předpokládejte, že odpor se nezmění. (b) Nyní vezměte v úvahu i změnu odporu s teplotou. Bude pokles tepelného výkonu větší, nebo menší, než jste vypočítali v části (a)?

PRO POČÍTAČ

63Ú. Odpor rezistoru byl měřen při několika teplotách, výsledky jsou uvedeny v tabulce. Zadejte údaje z tabulky do počítače a proveďte lineární regresi závislosti odporu R na teplotě T . Pomocí parametrů lineární regrese vypočtete odpor při teplotě (a) 20 °C, (b) 0 °C. Určete teplotní součinitel odporu při referenční teplotě (c) 20 °C, (d) 0 °C. (e) Určete odpor rezistoru při teplotě 265 °C.

$T/^\circ\text{C}$	50	100	150	200	250	300
R/Ω	139	171	203	234	266	298