

32.Maxwellovy rovnice; magnetismus v látkách

Témata:

- * Gaussův zákon pro magnetismus
- * chybějící člen v Ampèrově zákoně doplněný Maxwelllem
- * magnetické pole Země
- * orbitální a spinový magnetický moment elektronu
- * diamagnetické materiály
- * paramagnetické materiály
- * feromagnetické materiály

32

Magnetické pole v látce, Maxwellovy rovnice



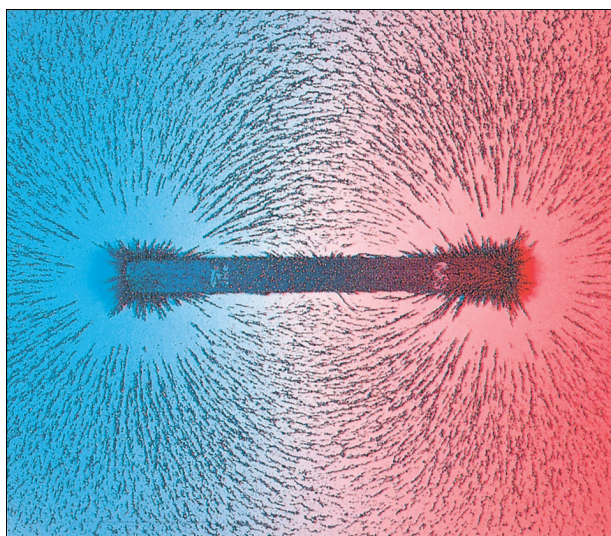
Směr zemského magnetického pole není stálý, ale s časem se mění. Jedním ze způsobů, jak lze určit směr pole v určité době v minulosti, je zkoumání hliněných stěn pecí používaných k vypalování keramiky. Jak a proč však jílovitá vyzdívka zaznamenala zemské magnetické pole?

32.1 MAGNETY

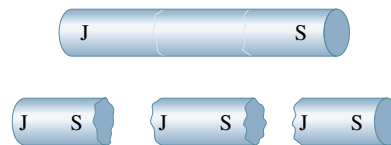
Prvním známým magnetem byl *magnetovec*. Když starověcí Řekové a Číňané objevili tyto celkem zřídka se vyskytující minerály, sloužila jejich udivující schopnost přitahovat některé kovy zpočátku jen k zábavě. Až mnohem později se lidé naučili používat magnetovec a uměle zmagetované kousky železa jako kompasu k určování směru.

Dnes se magnety a magnetické materiály vyskytují všude okolo nás. Nalezneme je ve videorekordérech, audiokazetách, kreditních kartách, sluchátkách i v tiskařské barvě papírových bankovek. Dokonce některé potraviny, jako např. železem obohacené obilné vločky, obsahují nepatrné kousky magnetických materiálů (můžete je shromáždit z plovoucích vloček pomocí magnetu). A co je důležitější, moderní elektronický průmysl v současné podobě (včetně oblastí hudby i informatiky) by nebyl možný bez magnetických materiálů.

Původ magnetických vlastností materiálů je třeba hledat až v atomech a v elektronech. Studium ale začneme s tyčovým magnetem podle obr. 32.1. Jak je z něho patrné, železné piliny, rozsypané okolo takového magnetu, se orientují ve směru magnetického pole magnetu a jejich rozložení ukazuje průběh magnetických indukčních čar. Z nahuštění indukčních čar na koncích magnetu bychom mohli soudit, že z jednoho konce — nazvěme ho **severní pól** — indukční čáry vystupují (je to tedy *zdroj* neboli *zřídlo* pole) a do druhého — **jižního pólu** — se vracejí (*propad* neboli *nor*). Říkáme, že magnet se svými dvěma póly je příklad **magnetického dipólu**.



Obr. 32.1 Tyčový magnet je magnetický dipól. Železné piliny naznačují indukční čáry magnetického pole. (Pozadí je osvětlené barevným světlem.)



Obr. 32.2 Rozlomíme-li magnet, každý úlomek se stane samostatným magnetem s vlastním severním a jižním pólem.

Provedme pokus, při kterém rozlomíme na kusy tyčový magnet podobně, jako lámeme křidu (obr. 32.2). Zdá se, že bychom tak mohli izolovat jeden z pólů a vytvořit tak *monopól*, „magnetický náboj“. K našemu překvapení se to však nestane, dokonce ani kdybychom mohli rozlomit magnet na jednotlivé atomy a potom na jeho jádra a elektrony. Každý zlomek magnetu má svůj severní a jižní pól. Náš pokus uzavřeme následujícím konstatováním:

Nejjednodušší magnetická struktura je magnetický dipól. Magnetické monopóly neexistují (alespoň podle dosavadního stavu našich vědomostí).

32.2 GAUSSŮV ZÁKON PRO MAGNETICKÉ POLE

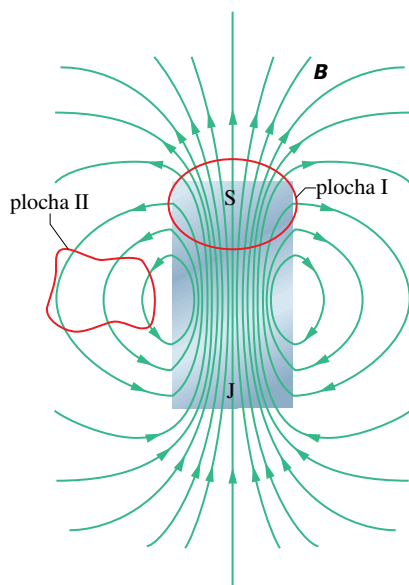
Gaussův zákon pro magnetické pole říká, že neexistují magnetické monopóly. Zákon tvrdí, že celkový magnetický indukční tok Φ_B přes jakoukoli uzavřenou plochu (Gaussova plocha) je nulový:

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{Gaussův zákon pro magnetické pole}). \quad (32.1)$$

Porovnejme tento vztah s Gaussovým zákonem elektrostatiky (24.7)

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} Q \quad (\text{Gaussův zákon pro elektrické pole}).$$

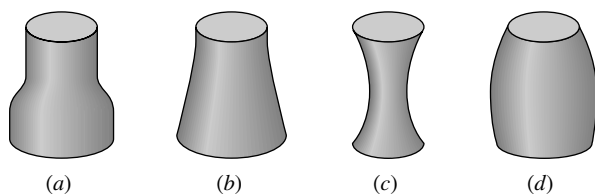
V obou rovnicích se integruje přes *uzavřenou* Gaussovu plochu. Gaussův zákon pro elektrické pole říká, že tento integrál (celkový tok vektoru elektrické intenzity) je úměrný celkovému náboji Q uvnitř plochy. Gaussův zákon pro magnetické pole říká, že celkový tok magnetické indukce (neboli magnetický indukční tok) uzavřenou plochou je nulový, protože uvnitř této plochy (i jakkoli malé) je nulový i „magnetický náboj“. Proto musí všechny indukční čáry vstupující dovnitř Gaussovou plochou také vystoupit ven (a naopak). Nejjednodušším magnetickým prvem je tedy dipól, který sestává současně ze zdroje i noru magnetických indukčních čar.



Obr. 32.3 Indukční čáry magnetického pole $\mathbf{B}$ krátkého tyčového magnetu. Červené křivky představují řezy uzavřenými trojrozměrnými Gaussovými plochami.

Gaussův zákon pro magnetické pole platí i pro složitější soustavy, než je magnetický dipól, a platí dokonce i v případě, kdy (uzavřená) Gaussova plocha neuzavírá celý magnet, tj. „prochází skrz magnet“. Např. Gaussova plocha II v blízkosti tyčového magnetu z obr. 32.3 neuzavírá žádný z pólů a můžeme tedy usoudit, že magnetický tok jí procházející je nulový. U plochy I je však situace složitější; zdánlivě uzavírá jen severní pól magnetu S a ne jižní pól J. Jižní pól však musíme přiřadit dolní části uzavřené plochy, protože indukční čáry zde do ní vstupují. Gaussova plocha I proto uzavírá magnetický dipól a celkový tok touto plochou je nulový.

KONTROLA 1: Obrázek ukazuje čtyři uzavřené plochy s rovinnými podstavami a zakřivenými bočními stěnami. V tabulce jsou uvedeny obsahy horní S_h a dolní podstavu S_d a indukce homogenního magnetického pole kolmého k těmto podstavám. Jednotky, v nichž je vyjádřen obsah ploch S a indukce B , jsou libovolné, avšak stejné pro všechny řádky tabulky. Seřadte plochy sestupně podle velikosti magnetického toku jejich zakřivenými bočními stěnami.

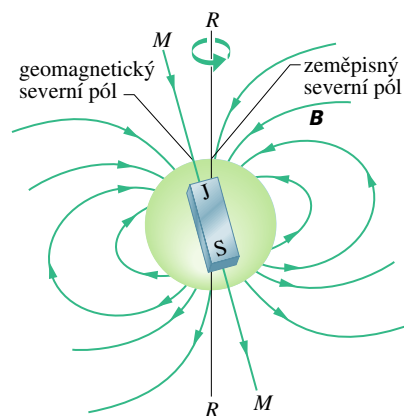


PLOCHA	S_h	B_h	S_d	B_d
a	2	6, ven	4	3, dovnitř
b	2	1, dovnitř	4	2, dovnitř
c	2	6, dovnitř	2	8, ven
d	2	3, ven	3	2, dovnitř

32.3 ZEMSKÝ MAGNETISMUS

Země je obrovský magnet. Kolem Země lze zemské magnetické pole znázornit jako pole obrovského tyčového magnetu — magnetického dipólu, který prochází středem planety. Obr. 32.4 představuje idealizované symetrické zobrazení pole dipólu bez zkreslení, způsobeného např. tokem částic ze Slunce.

Protože zemské magnetické pole je zhruba ekvivalentní poli dipólu, lze ho přibližně popsat magnetickým dipólovým momentem μ . Pro idealizované pole podle obr. 32.4 je velikost μ rovna $8,0 \cdot 10^{22} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$ a směr μ svírá úhel 11° s osou (RR) rotace Země. Osa dipólu (MM v obr. 32.4) je ve směru μ a protíná zemský povrch v **geomagnetickém severním pólu** (v roce 1980 ležel v severozápadním Grónsku na $78,8^\circ$ severní šířky a $289,3^\circ$ východní délky, tedy asi 1 250 km od pólu geografického) a v **geomagnetickém jižním pólu** v protilehlém bodě v Antarktidě. Indukční čáry pole $\mathbf{B}$ obecně vycházejí z jižní polokoule a vstupují do Země na severní polokouli. Severní magnetický pól, ležící na severní polokouli, je tedy *ve skutečnosti jižním pólem zemského magnetického dipólu*.



Obr. 32.4 Zemské magnetické pole zobrazené jako pole dipólu. Osa dipólu MM svírá úhel 11° s osou rotace Země RR . Jižní pól dipólu je na severní polokouli.

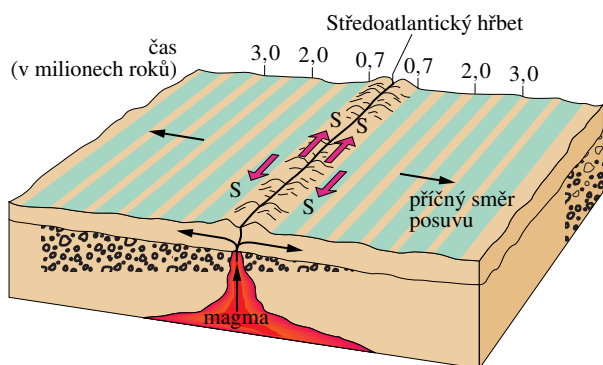
Směr magnetického pole v kterémkoli místě na zemském povrchu je obecně určen dvěma úhly. **Magnetická deklinace** je úhel (+ nalevo nebo – napravo) mezi zeměpisným severem (který odpovídá 90° zeměpisné šířky)

a směrem vodorovné složky magnetického pole. **Magnetická inklinace** je úhel (+ nahoru, – dolů) mezi vodorovnou rovinou a směrem magnetického pole.

Tyto úhly se měří *magnetometry* s velkou přesností. K jejich přibližnému určení však vystačíme s *kompasem* a *inklinační magnetkou*. V kompasu je magnet ve tvaru jehly (magnetka, střelka) upevněný tak, aby se mohl volně otáčet ve vodorovné rovině kolem svislé osy. Držíme-li kompas ve vodorovné poloze, směřuje severní pól jehly ke *geomagnetickému* severnímu pólu (což je jižní pól magnetického dipólu Země, obr. 32.4). Úhel mezi jehlou a zemepisným severem je deklinace pole. Inklinací magnetka je magnet, který se může volně otáčet ve svislé rovině okolo vodorovné osy. Leží-li (svislá) rovina otáčení inklinací magnetky v severojižním směru, pak úhel mezi jehlou a vodorovnou rovinou je inklinace pole.

Magnetické pole naměřené na různých místech zemského povrchu se může znatelně lišit od idealizovaného pole dipólu podle obr. 32.4. Tak místo, kde je pole přesně kolmé k zemskému povrchu, se nenalézá, jak bychom očekávali, v Grónsku. Tento tzv. *magnetický severní pól* je na ostrově královny Alžběty v severní Kanadě, daleko od Grónska.

Dodejme ještě, že pole, pozorované na kterémkoli místě na povrchu Země, se mění s časem, a to s měřitelnou odchylkou během několika let a se znatelnou změnou asi za 100 let. Např. mezi lety 1580 a 1820 se směr naměřený kompasem v Londýně změnil o 35° .



Obr. 32.5 Magnetický profil mořského dna na obou stranách Středoatlantického hřbetu. Mořské dno posouvající se od středo-oceánského hřbetu obsahuje záznam magnetické historie zemského jádra. Směr magnetického pole se mění na opačný přibližně za milion roků (někdy za sto tisíc, jindy za deset milionů let).

Přes uvedené změny se střední dipólový moment Země mění během takovéto relativně krátké doby málo. Změny za delší dobu můžeme studovat měřením slabého magnetismu

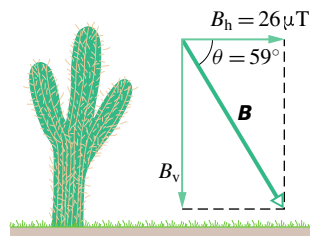
mořského dna na obou stranách Středoatlantického hřbetu (obr. 32.5). Toto dno bylo vytvořeno roztaveným magmatem, které pomalu pronikalo ze zemského nitra, tuhlo a bylo postupně posunuto v příčném směru od hřbetu (posuvem tektonických desek) rychlostí několika centimetrů za rok. Jak magma tuhlo, slabě se zmagnetizovalo ve směru zemského magnetického pole v době tuhnutí. Studium tohoto ztuhlého magmatu napříč dnem oceánu odhaluje, že zemské magnetické pole měnilo svoji polaritu (směr severního a jižního pólu) přibližně jednou za milion let (někdy za sto tisíc, jindy za deset milionů let). Důvod této změny není znám. Mechanismus, který vytváří magnetické pole Země, nám stále není příliš jasný.

PŘÍKLAD 32.1

V arizonském Tucsonu v r. 1964 směřoval severní pól střelky kompasu 13° východně od severního zeměpisného pólu a severní pól inklinací magnetky směřoval 59° směrem dolů od vodorovné roviny. Vodorovná složka B_h zemského magnetického pole $\mathbf{B}$ v Tucsonu měla velikost $26 \mu\text{T}$. Jaká byla velikost indukce B pole v gaussech? (Zemské magnetické pole se často udává v gaussech, G.)

ŘEŠENÍ: Obr. 32.6, který ukazuje zadané hodnoty, je kreslen ve svislé rovině vektoru $\mathbf{B}$, pootočené o 13° k východu. Z obrázku je patrné, že

$$B = \frac{B_h}{\cos \theta} = \frac{(26 \mu\text{T})}{\cos 59^\circ} = 50 \mu\text{T} = 0,50 \text{ G. (Odpověď)}$$



Obr. 32.6 Příklad 32.1. Zemské magnetické pole a jeho složky v Tucsonu v Arizoně v r. 1964.

32.4 MAGNETISMUS A ELEKTRONY

Magnetické materiály od magnetovce až po videopásku jsou magnetické především díky svým elektronům. Už jsme poznali jeden způsob, jakým mohou elektrony generovat magnetické pole: usměrníme-li jejich pohyb vodičem, pak tento elektrický proud vytváří magnetické pole okolo vodiče. Existují dva další způsoby, které umožňují vznik magnetických dipólů a kterými se vytváří magnetické pole. Jejich vysvětlení však vyžaduje znalost kvantové fyziky, které se budeme věnovat později. Proto zde pouze nastíníme výsledky.

Spinový magnetický dipólový moment

Elektron má vlastní, vnitřní moment hybnosti, nazývaný též **spinový moment hybnosti** (nebo jednoduše **spin**), který značíme $\mathbf{S}$. Se spinem je spojen vlastní **spinový magnetický dipólový moment** $\boldsymbol{\mu}_s$. (Slovem *vlastní* máme na mysli to, že $\mathbf{S}$ a $\boldsymbol{\mu}_s$ jsou charakteristiky elektronu stejně jako jeho hmotnost a elektrický náboj. Přívlastek „dipólový“ budeme zpravidla pro stručnost vypouštět.) Momenty $\mathbf{S}$ a $\boldsymbol{\mu}_s$ spolu souvisejí vztahem

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e}{m}\mathbf{S}, \quad (32.2)$$

kde e je elementární náboj ($1,60 \cdot 10^{-19}$ C) a m je hmotnost elektronu ($9,11 \cdot 10^{-31}$ kg). Znaménko minus znamená, že $\mathbf{S}$ a $\boldsymbol{\mu}_s$ mají opačné směry.

Spin $\mathbf{S}$ je zcela odlišný od klasického momentu hybnosti z kap. 12, a to ze dvou hledisek:

1. Samotný spin $\mathbf{S}$ nelze měřit. Měřit lze jen jeho složku ve zvoleném směru.
2. Měřená složka je kvantována; nabývá diskrétních hodnot, a to stejných bez ohledu na to, který směr jsme zvolili.

Předpokládejme, že měříme složku spinu $\mathbf{S}$ ve směru osy z souřadnicové soustavy. Pak složka S_z může mít pouze některou ze dvou hodnot daných vztahem

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{pro } m_s = \pm \frac{1}{2}. \quad (32.3)$$

Zde m_s je *spinové magnetické kvantové číslo* a $\hbar = h/2\pi \doteq 1,05 \cdot 10^{-34}$ J·s je redukovaná Planckova konstanta, významná konstanta kvantové fyziky. Znaménka v rov. (32.3) souvisejí se směrem průmětu $\mathbf{S}_z$ do osy z . Je-li $\mathbf{S}_z$ souhlasně rovnoběžný s osou z , je $m_s = +\frac{1}{2}$ a říkáme, že elektron má spin orientovaný nahoru. Je-li $\mathbf{S}_z$ s osou z nesouhlasně rovnoběžný, je $m_s = -\frac{1}{2}$ a říkáme, že elektron má spin orientovaný dolů.

Spinový magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_s$ také nelze měřit. Měřit lze pouze jeho složku, která je rovněž kvantována a která nabývá stejných hodnot nezávisle na zvoleném směru. Podle rov. (32.2) můžeme složku $\mu_{s,z}$ vyjádřit pomocí složky S_z spinu vztahem

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m}S_z.$$

Dosazením za S_z z rov. (32.3) dostaneme

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{e\hbar}{2m}, \quad (32.4)$$

kde znaménka plus a minus odpovídají souhlasně a nesouhlasně rovnoběžnému průmětu $\boldsymbol{\mu}_{s,z}$ do osy z .

Zlomek na pravé straně rov. (32.4) se nazývá *Bohrův magneton* μ_B :

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1} \quad (\text{Bohrův magneton}). \quad (32.5)$$

Spinové magnetické dipólové momenty elektronů a dalších elementárních částic jsou násobky μ_B . Pro elektron je měřená složka vektoru $\boldsymbol{\mu}_s$ rovna

$$\mu_{s,z} = \pm \mu_B. \quad (32.6)$$

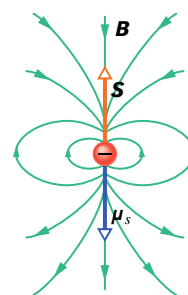
(Kvantová elektrodynamika, zabývající se kvantováním polí, ukazuje, že $\mu_{s,z}$ je ve skutečnosti poněkud větší než μ_B , ale to v našich úvahách není podstatné.)

Když je elektron umístěn do vnějšího magnetického pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$, lze libovolné orientaci magnetického spinového momentu $\boldsymbol{\mu}_s$ přiřadit potenciální energii E_p stejně, jako lze potenciální energii přiřadit magnetickému momentu $\boldsymbol{\mu}$ proudové smyčky umístěné v $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Z rov. (29.36) dostaneme pro potenciální energii elektronu

$$E_p = -\boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mu_{s,z} B, \quad (32.7)$$

kde osa z je ve směru $\mathbf{B}_{\text{ext}}$.

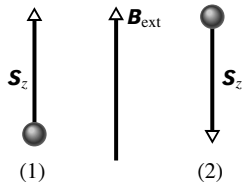
Představíme-li si, že elektron je mikroskopická kulička (což ale ve skutečnosti není!), můžeme znázornit spin $\mathbf{S}$, spinový magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_s$ a příslušné magnetické pole dipólu tak, jak je naznačeno na obr. 32.7. Ačkoli užíváme slovo „spin“ (tj. rotace), elektrony nerotují jako vlček. Jak ale může mít částice moment hybnosti bez toho, že by skutečně rotovala? Odpověď opět dává až kvantová fyzika.



Obr. 32.7 Spin $\mathbf{S}$, spinový magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_s$ a magnetické pole $\mathbf{B}$ elektronu znázorněného kuličkou.

Podobně jako elektrony mají i protony a neutrony vlastní moment hybnosti (spin) a s ním spřažený spinový magnetický dipólový moment. Pro proton mají tyto dva vektory stejný směr, pro neutron jsou směry opačné. Nebudeme se zde zabývat příspěvky těchto dipólových momentů k magnetickému poli atomů, protože jsou asi tisíckrát menší než magnetické momenty elektronů.

KONTROLA 2: Obrázek ukazuje dvě částice a jejich spiny ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Která z částic má menší potenciální energii, jde-li o (a) elektrony, (b) protony?



Orbitální magnetický dipólový moment

Elektron jako součást atomu má ještě orbitální moment hybnosti, který značíme $\mathbf{L}$. S ním je spojen orbitální magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}}$. Oba momenty spolu souvisejí vztahem

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}. \quad (32.8)$$

Záporné znaménko znamená, že $\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}}$ a $\mathbf{L}$ mají opačné směry.

Ani orbitální moment $\mathbf{L}$ nelze měřit; měřit lze jen jeho složku ve zvoleném směru a ta je kvantována. Zvolíme-li osu z , pak složka L_z může mít pouze hodnoty vyjádřené vztahem

$$L_z = m_l \hbar \quad \text{pro } m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (32.9)$$

ve kterém m_l je orbitální magnetické kvantové číslo a l je tzv. orbitální (neboli vedlejší) kvantové číslo (viz čl. 41.4). Znaménka v rov. (32.9) souvisejí s orientací $\mathbf{L}_z$ vůči ose z .

Orbitální magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}}$ elektronu také nelze měřit; měřit lze opět jen jeho složku a ta je kvantována. Z rov. (32.8) a (32.9) plyne

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \frac{e\hbar}{2m} \quad (32.10)$$

a užitím Bohrova magnetonu z rov. (32.5) dostaneme

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \mu_B. \quad (32.11)$$

Nachází-li se atom ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$, lze libovolné orientaci $\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}}$ každého jeho elektronu přiřadit potenciální energii E_p o hodnotě

$$E_p = -\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}} \cdot \mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}}, \quad (32.12)$$

kde osa z je ve směru $\mathbf{B}_{\text{ext}}$.

I když jsme zde použili termín „orbitální“, elektrony neobíhají jádro atomu po nějakých orbitách (dráhách, trajektoriích) jako planety okolo Slunce. Jak však může mít elektron orbitální moment hybnosti, aniž by obíhal v obvyklém významu tohoto slova? Odpověď dává opět až kvantová fyzika.

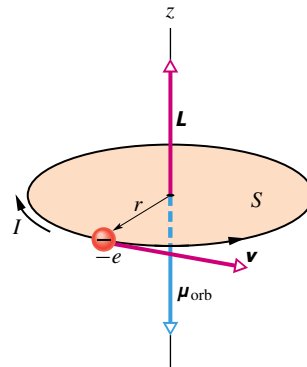
Smyčkový model pro dráhy elektronů

Rov. (32.8) odvodíme bez pomoci kvantové fyziky. Budeme pouze předpokládat, že elektron se pohybuje po kruhové dráze — smyčce s poloměrem mnohem větším, než je poloměr atomu (odtud název „smyčkový model“). Odvození se však nehodí na elektron uvnitř atomu (v tomto případě bychom potřebovali použít kvantovou fyziku).

Představme si, že elektron rovnoměrně obíhá po kruhové dráze proti směru otáčení hodinových ručiček, jak je znázorněno na obr. 32.8. Pohyb záporného náboje elektronu je ekvivalentní proudu I (kladného náboje), který teče ve směru otáčení hodinových ručiček. Velikost orbitálního magnetického dipólového momentu takového proudové smyčky je dána rov. (29.33) pro $N = 1$:

$$\mu_{\text{orb}} = IS, \quad (32.13)$$

kde S je obsah plochy ohraničené smyčkou. Směr tohoto magnetického dipólu míří v obr. 32.8 podle pravidla pravé ruky v obr. 30.22 dolů.



Obr. 32.8 Elektron rovnoměrně obíhá po kruhové dráze o poloměru r , která obepíná plochu S . Elektron má orbitální moment hybnosti $\mathbf{L}$ a s ním spojený orbitální magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}}$. Pohyb elektronu vytváří elektrický proud I tekoucí ve směru otáčení hodinových ručiček (elektron má záporný náboj).

K úpravě rov. (32.13) je třeba znát proud I . Ustálený proud je obecně podíl náboje, procházejícího libovolným průřezem obvodu, a doby průchodu. Zde náboj velikosti e proběhne celou kruhovou dráhu (orbitu) za dobu $T = 2\pi r/v$, takže

$$I = \frac{\text{náboj}}{\text{doba}} = \frac{e}{2\pi r/v}. \quad (32.14)$$

Dosadíme-li tuto hodnotu a obsah plochy $S = \pi r^2$ do rov. (32.13), dostaneme

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{evr}{2}. \quad (32.15)$$

Abychom získali výraz pro orbitální moment hybnosti $\mathbf{L}$ elektronu, použijeme rov. (12.25) ($\mathbf{L} = m(\mathbf{r} \times \mathbf{v})$). Protože $\mathbf{r}$ a $\mathbf{v}$ jsou navzájem kolmé, má $\mathbf{L}$ velikost

$$L = mrv \sin 90^\circ = mrv. \quad (32.16)$$

Vektor $\mathbf{L}$ na obr. 32.8 směřuje vzhůru (obr. 12.12). Použitím rov. (32.15) a (32.16) a při respektování opačných směrů vektorů znaménkem minus dostaneme vektorový zápis

$$\mu_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \mathbf{L},$$

což je rov. (32.8). Takto jsme klasickým (nekvantovým) postupem získali též výsledek, který dává kvantová fyzika.

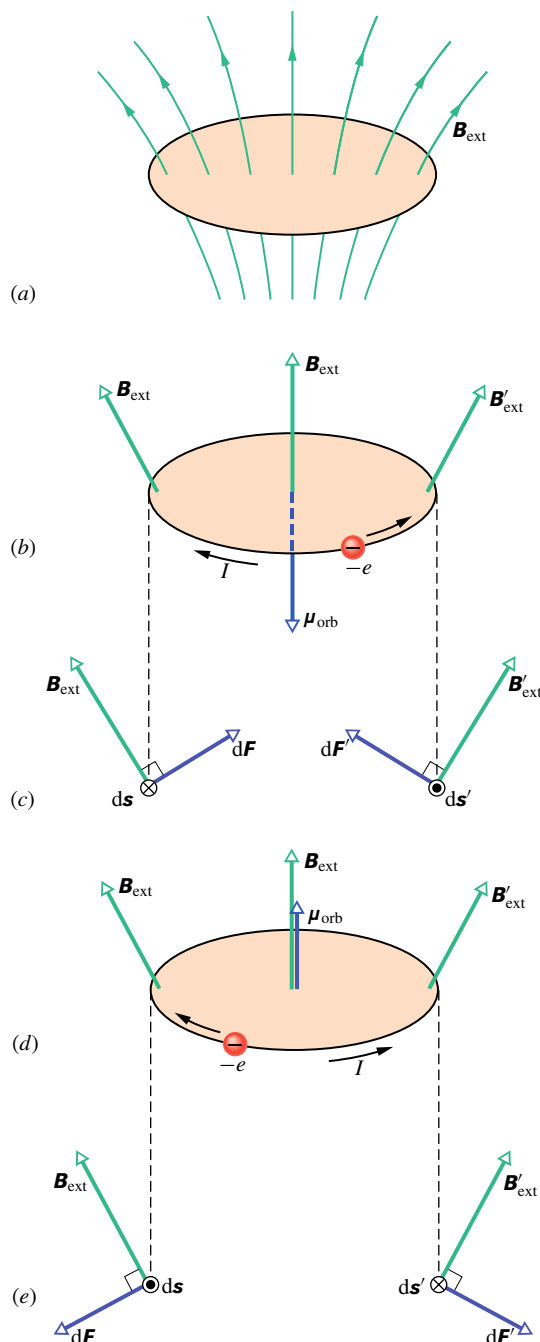
Takové odvození by šlo provést i pro elektron pohybující se uvnitř atomu a analogický výsledek by byl také správný. Taková představa by však vedla k dalším, nesprávným důsledkům. Proto jsme se omezili jen na dráhy podstatně větší.

Smyčka v nehomogenním poli

V dalším výkladu budeme považovat dráhu elektronu za (nedeforovatelnou) proudovou smyčku podle obr. 32.8. Budeme se však zabývat nehomogenním magnetickým polem $\mathbf{B}_{\text{ext}}$, jaké je naznačeno v obr. 32.9a. (Toto pole je podobné poli v okolí severního pólu magnetu v obr. 32.3, kde se indukční čáry také podobně rozbíhají. Připomeňme, že pole je silnější tam, kde jsou indukční čáry hustší, a je slabší tam, kde jsou řidší. Pole tedy slábne ve směru, v němž se indukční čáry rozbíhají a sílí ve směru, v němž se sbíhají.) Tím si připravíme podklady pro studium sil, působících na magnetické materiály v nehomogenních polích.

Předpokládáme vnější pole podle obr. 32.9b, d: vektory magnetické indukce podél celé kruhové dráhy elektronu mají stejnou velikost, jsou k ní kolmé a svírají se svislou osou stejný úhel. Také předpokládáme, že každý elektron v atomu se pohybuje buď proti směru (obr. 32.9b), nebo po směru (obr. 32.9d) otáčení hodinových ručiček. Obr. 32.9c, e ukazují tyto situace v řezu rovinou dráhy elektronu. Obrázky ukazují i dohodu přiřazený směr proudu I tekoucího proudovou smyčkou a orbitální magnetický dipólový moment μ_{orb} proudu I .

Sledujme nejprve levou část obr. 32.9c. Je zakreslen element $d\mathbf{s}$ smyčky orientovaný souhlasně se směrem proudu I , pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ a magnetická síla $d\mathbf{F}$ působící na ele-



Obr. 32.9 (a) Smyčkový model elektronu obíhajícího po kruhové dráze v atomu, který je v nehomogenním magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. (b) Náboj $-e$ obíhá proti směru otáčení hodinových ručiček, a proto má jemu odpovídající proud opačný směr. (c) Magnetické síly $d\mathbf{F}$ a $d\mathbf{F}'$ působící na levou a pravou stranu smyčky. Výsledná síla působící na smyčku směřuje nahoru. (Pohled v rovině smyčky.) (d) Opačný směr pohybu náboje. (e) Výsledná síla působící na smyčku směřuje dolů. (Pohled v rovině smyčky.)

ment $d\mathbf{s}$. Připomeňme, že na proudový element $I d\mathbf{s}$ v magnetickém poli o indukci $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ působí magnetická síla podle rov. (29.27), tj.

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}_{\text{ext}}. \quad (32.17)$$

V levé části obr. 32.9c směřuje tedy síla $d\mathbf{F}$ nahoru a doprava. Vzhledem k symetrii problému (otočení kolem svislé osy o 180°) má síla $d\mathbf{F}'$ na pravé straně obr. 32.9c stejnou velikost, směřuje rovněž nahoru, ale tentokrát doleva. Součtem sil $d\mathbf{F}$ a $d\mathbf{F}'$ se jejich vodorovné složky zruší, zatímco svislé se zdvojnásobí. Totéž platí pro každou symetricky umístěnou dvojici elementů smyčky. Výsledná síla na smyčku tedy bude podle obr. 32.9b působit nahoru. Úplně stejně odvodíme, že výsledná síla působící na smyčku v obr. 32.9e směřuje dolů. Toho použijeme dále při studiu chování materiálů v nehomogenním magnetickém poli.

32.5 MAGNETICKÉ LÁTKY

Každý elektron v atomu má orbitální dipólový magnetický moment a spinový magnetický dipólový moment, které se vektorově skládají. Výslednice těchto dvou vektorů se vektorově skládá s výslednicemi ostatních elektronů v atomu. A takto získaná výslednice pro jeden atom se skládá s výslednicemi všech ostatních atomů ve vzorku látky. Pokud součet všech těchto magnetických dipólových momentů vytváří makroskopické magnetické pole, je látka magnetická. Existují tři hlavní typy magnetismu: diamagnetismus, paramagnetismus a feromagnetismus.

1. **Diamagnetismus** vykazují všechny látky. Je ale tak slabý, že je překryt, když látka vykazuje také paramagnetismus nebo feromagnetismus. Umístíme-li jakoukoli látku do vnějšího magnetického pole, indukují se v jejích atomech slabé magnetické dipólové momenty orientované *proti vnějšímu poli*. Výsledné působení všech indukovaných dipólů je však zdrojem pouze slabého magnetického pole. Dipólové momenty, a tedy i jejich slabé pole zmizí, jestliže vnější pole odstraníme. Výraz *diamagnetická* látka se obvykle užívá pro materiály, které vykazují pouze diamagnetismus.

2. **Paramagnetismus** vykazují všechny látky, jejichž atomy mají nenulový moment hybnosti (např. všechny atomy s lichým počtem elektronů), a zejména látky obsahující přechodové prvky, prvky vzácných zemin a aktinidy (viz dodatek G). Každý atom takovéto látky má tedy i bez vnějšího působení svůj magnetický dipólový moment. Tyto momenty jsou však v látce náhodně orientovány, takže látka jako celek nemá výsledné magnetické pole. Vnější magnetické pole může částečně uspořádat atomové magnetické momenty *souhlasně* s vnějším polem a tím se v látce

vytvoří magnetické pole. Vzniklé uspořádání však zanikne poté, co vnější pole odstraníme. Termín *paramagnetická* látka se obvykle užívá pro materiály, které vykazují paramagnetismus, ale nikoli feromagnetismus.

3. **Feromagnetismus** je vlastnost např. železa, niklu a několika málo dalších prvků (a jejich sloučenin a slitin). Některé elektrony v těchto materiálech seřadí souhlasně své výsledné magnetické dipólové momenty a vytvoří oblasti (domény) se silnými výslednými magnetickými dipólovými momenty. Vnější magnetické pole může pak seřadit magnetické momenty těchto oblastí a vytvořit tak silné magnetické pole látky jako celku. Toto pole se částečně udrží, i když je vnější pole odstraněno. Termín *feromagnetická* látka (a zpravidla jen *magnetická látka*) se obvykle užívá jen pro materiály, které vykazují převážně feromagnetismus.

Následující tři články zkoumají uvedené tři druhy magnetismu blíže.

32.6 DIAMAGNETISMUS

Třebaže magnetické vlastnosti látek lze vyčerpávajícím způsobem vyložit jen kvantově, můžeme diamagnetismus přiblížit i klasicky, použijeme-li smyčkový model z čl. 32.4. Protože nám jde jen o hlavní ideu, použijeme model co nejjednodušší: zvolíme osu z v očekávaném směru vnějšího magnetického pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ a v atomu látky se budeme zabývat jen elektrony obíhajícími kolem jádra jedním (obr. 32.9b) či druhým (obr. 32.9d) směrem po kružnicích ležících v rovinách kolmých k ose z . Budeme také předpokládat, že počet elektronů obíhajících jedním i druhým směrem je stejný, takže výsledný magnetický dipólový moment celého atomu je roven nule (spin jádra lze pro náš účel zanedbat).

Přiložme na uvažovanou látku vnější magnetické pole tak, že je zesílíme z nuly až do jisté (koncové) hodnoty; při tom se magnetický indukční tok tohoto pole plochami ohraničenými proudovými smyčkami mění. Na elektron tedy působí tři síly: Coulombova síla, kterou je elektron vázán k jádru, Lorentzova síla, kterou na elektron působí přiložené magnetické pole, a síla od indukovaného elektrického pole vyvolaného změnou indukčního magnetického toku proudovou smyčkou. Zatímco první dvě síly udržují elektron na kruhové dráze, třetí síla zvyšuje nebo snižuje velikost jeho rychlosti; všimněme si této síly blíže. Změna indukčního toku během zesilování přiloženého magnetického pole vyvolá (podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce) elektrické pole, jehož intenzita má směr tečny k proudové smyčce. Toto indukované elektrické pole urychluje elektrony na obr. 32.9b obíhající proti směru otáčení hodinových ručiček a zpomaluje elektrony obíhající na

obr. 32.9d v opačném směru. Velikost magnetického dipólového momentu smyčky na obr. 32.9b tedy roste a smyčky na obr. 32.9d tedy klesá. Výsledný dipólový magnetický moment atomu vloženého do magnetického pole bude tedy nenulový a bude mířit *proti směru* vnějšího magnetického pole. (To, že indukovaný magnetický moment míří proti směru přiloženého magnetického pole, můžeme kvalitativně pochopit jako důsledek Lenzova zákona.) Zdůrazňeme, že indukovaný magnetický dipólový moment získaný během změny vnějšího magnetického pole pak trvá, a to po celou dobu, kdy se látka v magnetickém poli nachází.

Je-li vnější pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ homogenní, nepůsobí na vzorek diamagnetika žádná výsledná síla. Je-li však $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ nehomogenní, pak odvodíme stejně jako v čl. 32.4, že vzorek je „vytlačován z pole ven“:

Je-li diamagnetická látka umístěna do vnějšího magnetického pole, vyvolá se v ní magnetický dipólový moment směřující proti tomuto poli. Pokud vnější pole není homogenní, je diamagnetická látka vytlačována „z pole ven“, tj. z oblasti s větší magnetickou indukcí do oblasti s menší indukcí.

KONTROLA 3: Na obrázku jsou dvě diamagnetické kuličky, umístěné v blízkosti jižního pólu tyčového magnetu. Jsou (a) magnetické síly působící na kuličky a (b) magnetické dipólové momenty kuliček orientovány směrem k tyčovému magnetu, nebo od něho? (c) Je magnetická síla na kuličku 1 větší, menší, nebo stejná jako síla působící na kuličku 2?



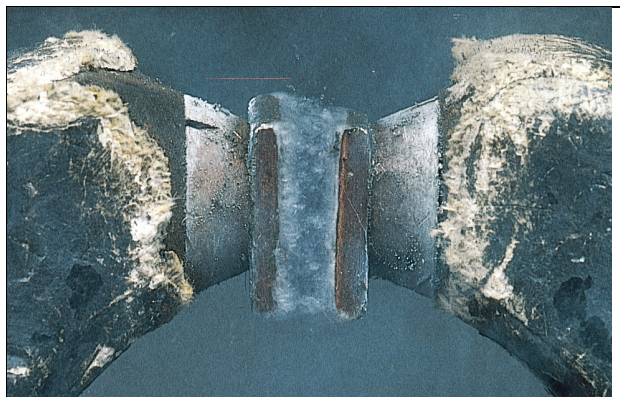
32.7 PARAMAGNETISMUS

V paramagnetických látkách se spinové a orbitální magnetické momenty elektronů v každém atomu při vektorovém skládání nevyruší, takže atomu zbude jistý výsledný (a trvalý) magnetický dipólový moment μ . Za nepřítomnosti vnějšího pole jsou jednotlivé atomové magnetické momenty náhodně orientovány a výsledný moment je tedy nulový. Jestliže však vzorek látky vložíme do vnějšího magnetického pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$, snaží se magnetické dipólové momenty orientovat ve směru pole, takže vzorek získá výsledný nenulový magnetický moment. Jeho orientace je opačná, než se kterou jsme se setkali při diamagnetismu.

Je-li paramagnetická látka umístěna do vnějšího magnetického pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$, vytvoří se v ní magnetický dipólový moment ve směru tohoto pole. Není-li vnější magnetické pole homogenní, je paramagnetický materiál vtahován „do pole“, tj. z oblasti s menší magnetickou indukcí do oblasti s větší indukcí.

V případě, že by všechny atomové magnetické dipóly μ byly souhlasně seřazeny, měl by paramagnetický vzorek s N atomy mít magnetický dipólový moment o velikosti $N\mu$. Náhodné srážky atomů v důsledku neuspořádaného tepelného pohybu atomů však narušují jejich seřazení a zmenšují velikost výsledného magnetického dipólového momentu vzorku.

Vliv tepelného pohybu lze posoudit porovnáním dvou energií. První je (viz rov. (20.20)) střední kinetická energie posuvného pohybu $E_k = \frac{3}{2}kT$ atomů při teplotě T ; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ je Boltzmannova konstanta. Druhá je (viz rov. (29.37)) rozdíl energie $\Delta E_p = 2\mu B_{\text{ext}}$ mezi souhlasnou a nesouhlasnou orientací magnetického dipólového momentu atomu vzhledem k vnějšímu magnetickému poli. Jak ukážeme níže, při obvyklých teplotách a velikostech magnetické indukce je $E_k \gg \Delta E_p$. Proto se uspořádání atomových dipólových momentů snadno naruší srážkami mezi atomy. To vede ke zmenšení magnetického momentu vzorku na hodnotu mnohem menší, než je maximální možná hodnota $N\mu$.



Kapalný kyslík se vznáší mezi dvěma čely magnetu, neboť je paramagnetický a je do magnetického pole vtahován.

Míru zmagnetování látky můžeme vyjádřit vektorem **magnetizace** $\mathbf{M}$. Ten udává magnetický dipólový moment jednotkového objemu látky:

$$\mathbf{M} = \frac{\text{magnetický moment}}{\text{objem}}. \quad (32.18)$$

Jednotkou $\mathbf{M}$ je $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$. Úplné seřazení atomárních dipólo-

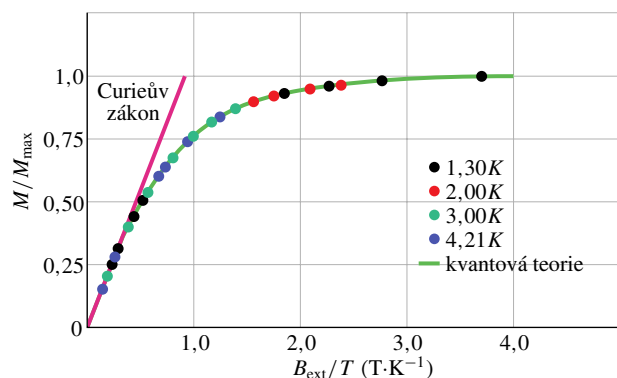
vých momentů, nazývané *saturace* vzorku, odpovídá maximální hodnotě $M_{\max} = N\mu/V$.

Pierre Curie v r. 1895 objevil experimentálně, že magnetizace paramagnetické látky je přímo úměrná indukci B_{ext} vnějšího magnetického pole a nepřímo úměrná absolutní teplotě T , tj.

$$M = C \frac{B_{\text{ext}}}{T} \quad (\text{Curieův zákon}). \quad (32.19)$$

Rov. (32.19) se nazývá *Curieův zákon* a C je *Curieova konstanta*. Curieův zákon vyjadřuje to, co intuitivně chápeme: při zvětšení B_{ext} se seřadí atomové dipólové momenty, a tedy M se zvětší, zatímco při zvýšení T se poruší seřazení v důsledku tepelného pohybu, a tedy M se zmenší. Tento zákon je pouze přiblížením a platí jen pro slabá pole a vyšší teploty. Uvedený vztah byl později odvozen teoreticky (viz též úlohu 27).

Obr. 32.10 ukazuje magnetizační křivku, tj. poměr $M/M_{\max}$ jako funkci B_{ext}/T pro síran chromito-draselný, ve kterém jsou ionty chromu paramagnetickou substancí. Lineární závislost podle Curieova zákona souhlasí s experimentálními daty v levé části grafu cca pro $B_{\text{ext}}/T < 0,5 \text{ T} \cdot \text{K}^{-1}$. Křivka, která odpovídá naměřeným hodnotám v celém rozsahu, odpovídá výkladu na základě kvantové fyziky. Hodnoty v pravé části grafu poblíž nasycení se získávají velmi obtížně, neboť vyžadují velmi silná magnetická pole (asi 100 000krát silnější než zemské pole), a to i za velmi nízkých teplot vyznačených v obr. 32.10.



Obr. 32.10 Magnetizační křivka pro paramagnetickou látku (síran chromito-draselný). Poměr magnetizace M látky k maximální magnetizaci $M_{\max}$ je zobrazen jako funkce podílu magnetické indukce B_{ext} a teploty T . Curieův zákon souhlasí s hodnotami v levé části grafu; kvantová teorie uspokojivě vysvětluje hodnoty v celém intervalu. Podle W. E. Henryho.

PŘÍKLAD 32.2

Paramagnetický plyn při pokojové teplotě 300 K se nachází ve vnějším homogenním magnetickém poli s $B = 1,5 \text{ T}$.

Atomy plynu mají magnetický dipólový moment velikosti $\mu = 1,0\mu_B$. Vypočítejte střední kinetickou energii posuvného pohybu E_k atomu plynu a rozdíl energie ΔE_p mezi souhlasnou a nesouhlasnou orientací magnetického dipólového momentu atomu vzhledem k vnějšímu poli.

ŘEŠENÍ: Z rov. (20.20) vypočteme

$$E_k = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})(300 \text{ K}) = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,039 \text{ eV}. \quad (\text{Odpověď})$$

Z rov. (29.37) a (32.5) dostaneme

$$\Delta E_p = 2\mu B = 2(9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1})(1,5 \text{ T}) = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ J} = 0,00017 \text{ eV}. \quad (\text{Odpověď})$$

Energie E_k je asi 230krát větší než ΔE_p , takže výměnou energie mezi atomy během vzájemných srážek se snadno mění směr magnetických momentů, které by jinak byly orientovány ve směru vnějšího magnetického pole. Magnetický moment vykazovaný plynem je pak slabým uspořádáním atomových momentů.

KONTROLA 4: Na obrázku jsou dvě paramagnetické kuličky, umístěné v blízkosti jižního pólu tyčového magnetu. Jsou (a) magnetické síly působící na kuličky a (b) magnetické momenty kuliček orientovány směrem k magnetu, nebo od něj? (c) Je magnetická síla na kuličku (1) větší, menší, nebo stejná jako síla působící na kuličku (2)?



32.8 FEROMAGNETISMUS

Když mluvíme o magnetismu v běžném významu tohoto slova, máme spíše na mysli představu tyčového nebo malého knoflíkového magnetu (přidrží cího např. vzkaz na chladniče). Představujeme si tedy feromagnetický materiál se silným permanentním magnetismem, a ne diamagnetickou nebo paramagnetickou látku se slabými a dočasnými magnetickými vlastnostmi.

Železo, kobalt, nikl, gadolinium, dysprozium a slitiny těchto i některých jiných (i neferomagnetických) prvků vykazují feromagnetismus v důsledku čistě kvantového jevu, nazývaného *výměnná interakce*. Při tomto procesu se spiny elektronů jednoho atomu vzájemně ovlivňují se spiny sousedních atomů. Výsledkem je souhlasná orientace magnetických momentů atomů, která překonává rušivý vliv náhodných vzájemných srážek.

Pokud zvýšíme teplotu feromagnetického materiálu nad jistou kritickou hodnotu nazývanou *Curieova teplota*, výměnná interakce již k uspořádání momentů nepostačí a materiál se stane paramagnetickým. Dipóly sice stále jeví snahu seřadit se podle vnějšího pole, ale mnohem slaběji. Tepelný pohyb pak může snáze porušit jejich uspořádání. Curieova teplota pro železo je $1\,043\text{ K} \doteq 770\text{ °C}$.

Magnetizaci feromagnetických materiálů (jako je železo) můžeme studovat v uspořádání nazývaném *Rowlandův prstenec* (obr. 32.11). Měřený materiál má tvar tenkého prstencového jádra kruhového průřezu. Primární cívka P s n závitů na jednotku délky je rovnoměrně navinuta po obvodu prstence a prochází jí proud I_P . Bez železného jádra by magnetická indukce pole uvnitř cívky měla podle rov. (30.25) velikost

$$B_0 = \mu_0 n I_P. \quad (32.20)$$

Je-li v cívce železné jádro, je velikost magnetické indukce B uvnitř cívky obvykle mnohonásobně větší než B_0 . Můžeme ji zapsat jako součet

$$B = B_0 + B_M, \quad (32.21)$$

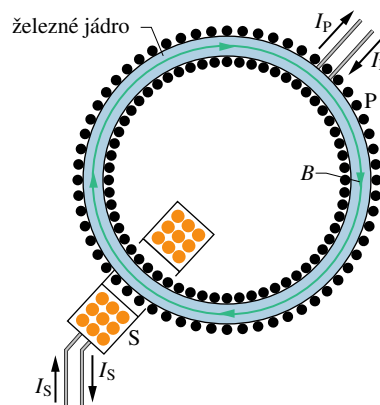
kde B_M je příspěvek k magnetickému poli od železného jádra. Tento příspěvek je způsoben souhlasným uspořádáním atomových dipólových momentů v železe díky výměnné interakci a vlivem magnetického pole B_0 .

Abychom stanovili B_M , je nutné znát B_0 a B ; B_0 vypočteme z rov. (32.20) a B změříme takto: Proud primární cívky P prudce zvýšíme z nuly na hodnotu I_P . Během tohoto děje se mění B a magnetický indukční tok v jádru toroidu tvořeném měřeným materiálem. Indukované emn v sekundární cívce S vyvolá krátký proudový pulz $I_S(t)$, který projde balistickým galvanometrem* (na obr. 32.11 není zakreslen). Balistickým galvanometrem změříme celkový náboj, který jím projde a který je (jak se dá vypočítat) úměrný nárůstu velikosti magnetické indukce v měřeném materiálu, tedy hledané hodnotě B .

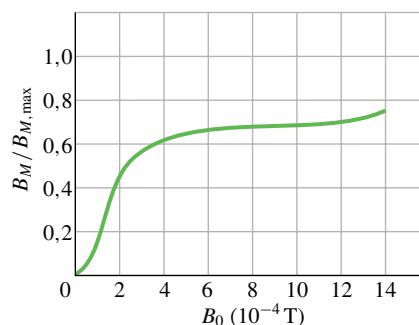
Obr. 32.12 ukazuje magnetizační křivku pro feromagnetický materiál v Rowlandově prstenci, tj. závislost podílu $B_M/B_{M,\max}$ na B_0 ($B_{M,\max}$ je nejvyšší možná hodnota B_M odpovídající saturaci). Křivka je podobná závislosti v obr. 32.10, tj. magnetizační křivce pro paramagnetickou látku. Obě křivky ukazují, jak dalece je pole B_0 úspěšné při tomto uspořádávání.

Pro feromagnetické jádro z obr. 32.12 jsou dipóly seřazeny na 70 % pro $B_0 \doteq 1 \cdot 10^{-3}\text{ T}$. Pokud bychom B_0 zvýšili na 1 T, uspořádání by bylo téměř úplné (dosáhnout hodnoty $B_0 = 1\text{ T}$ je však velmi obtížné).

* Nyní se k sekundární cívce S připojuje místo klasického galvanometru elektronický integrátor napětí, který přímo udává hodnotu B .



Obr. 32.11 Rowlandův prstenec; užívá se k měření B ve feromagnetických materiálech.

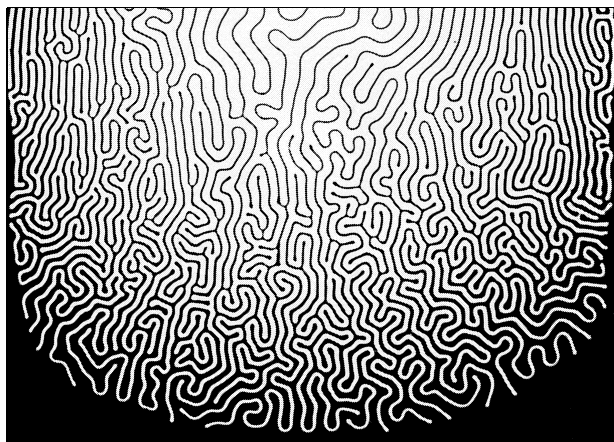


Obr. 32.12 Magnetizační křivka pro feromagnetické jádro v Rowlandově prstenci z obr. 32.11. Hodnota 1,0 na svislé ose odpovídá úplnému seřazení (saturaci) atomárních dipólů v materiálu.

Magnetické domény

Výměnná interakce vytváří při teplotě pod Curieovým bodem výrazné uspořádání sousedních atomárních dipólů ve feromagnetických materiálech. Proč tedy není materiál přirozeně saturován v případě, kdy není použito žádné vnější magnetické pole B_0 ? Proč není každý kus železa, jako je např. hřebík, sám od sebe silným magnetem?

K pochopení tohoto jevu uvažujme monokrystalický vzorek feromagnetického materiálu, jako je např. železo. V monokrystalech jsou atomy, ze kterých je vzorek sestaven, zcela pravidelně uspořádány v celém objemu vzorku. I takový krystal se však bude v normálním stavu skládat z určitého počtu *magnetických domén*. Domény jsou oblasti krystalu, ve kterých jsou atomové dipóly úplně seřazeny. V krystalu jako celku jsou však jednotlivé domény orientovány celkem náhodně, takže pole domén se navzájem navenek z velké části ruší.

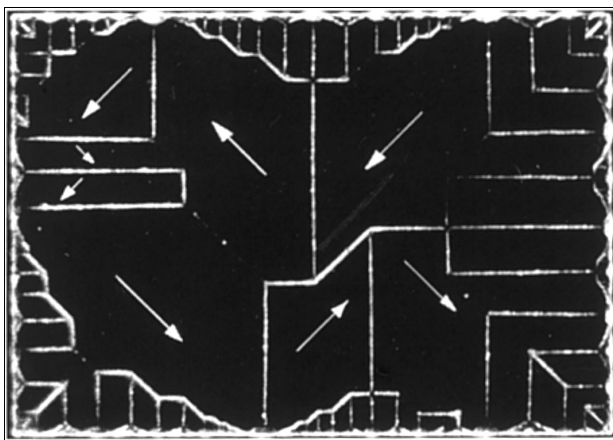


Neprůhledná magnetická tekutina (suspenze jemného prášku magnetitu v petroleji) a průhledná nemagnetická tekutina jsou nalaty do tenké skleněné kyvety. Když je kyveta ve svislé poloze, magnetická tekutina (v obrázku černě), která má větší hustotu, klesne ke dnu kyvety. Přiložíme-li nyní magnetické pole kolmo ke stěně kyvety, magnetická kapalina se vymrští hadovitě směrem do nemagnetické kapaliny a vytvoří půvabné bludiště.

Obr. 32.13 představuje zvětšenou fotografii uspořádání domén v monokrystalu niklu. Zviditelnění bylo dosaženo postříkáním povrchu krystalu koloidní suspenzí jemného železného prachu. Na hranici domén, tedy tam, kde se mění orientace elementárních dipólů, je silné, ostře lokalizované a nehomogenní magnetické pole. Suspendované koloidní částice jsou přitahovány k těmto hranicím a jsou vidět jako bílé čáry. Ačkoli jsou atomární dipóly v každé oblasti zcela seřazeny v jednom směru (jak ukazují šipky), má krystal jako celek navenek velmi malý výsledný magnetický moment.

Obyčejný kus železa, se kterým se obvykle setkáme, není monokrystal, ale seskupení mnoha maličkých krystalků, které jsou náhodně uspořádané. Takové těleso nazýváme polykrystalické. Každý malý krystal však má své vlastní pole různě orientovaných magnetických domén stejně jako na obr. 32.13. Pokud magnetizujeme takový vzorek postupně narůstajícím magnetickým polem, vyvoláme dva procesy, které spolu určují průběh magnetizační křivky podle obr. 32.12: jednak se zvětšují ty domény, které jsou orientovány ve směru vnějšího pole na úkor ostatních, jednak se v rámci jedné domény přeorientují všechny dipóly jako celek do směru bližšího směru vnějšího pole.

Ve feromagnetickém materiálu se vytvoří vnějším magnetickým polem výrazný magnetický dipólový moment ve směru $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Pokud je pole nehomogenní, feromagnetický materiál je vtahován „do pole“, tj. z oblasti s menší magnetickou indukcí směrem do oblasti s větší indukcí.



Obr. 32.13 Fotografie obrazce domén v monokrystalu niklu; bílé čáry ukazují hranice domén. Bílé šipky (dokreslené na fotografii dodatečně) ukazují orientace magnetických dipólů uvnitř oblastí, a tedy orientace výsledných magnetických dipólů domén. Krystal jako celek je nemagnetický, pokud výsledné magnetické pole (vyjádřené vektorovým součtem přes všechny domény) je nulové.

Posun domén můžeme dokonce slyšet. Postačí, když přepneme kazetový přehrávač bez kazety do módu přehrávání, nastavíme hlasitost na maximum a potom přiložíme silný magnet k přehrávací hlavě; ta je feromagnetická. Pole magnetu způsobí, že se domény v přehrávací hlavě přeorientovávají, čímž se mění magnetické pole v cívice, která je na hlavě navinutá. Výsledné napětí indukované onou změnou pole se pak zesiluje a přivádí na reproduktor, ze kterého slyšíme praskavé zvuky.

Magnetismus dávných pecí

Jíl ve stěnách a na dně dávných pecí se chová podobně jako železo, neboť obsahuje oxidy železa — magnetit a hematit. V jednom zrnku magnetitu je mnoho velmi malých domén velikosti okolo $3 \cdot 10^{-7}$ m. Naproti tomu každé zrnko hematitu tvoří jedinou doménu velikosti až 1 mm. Když je jíl zahřát na teplotu několika set stupňů Celsia (a to je v pecích běžné), změní se domény v zrnkách obou typů. V magnetitu se doménové stěny posunou tak, že se zvětší ty domény, které jsou více orientované ve směru zemského magnetického pole, zatímco domény orientované v jiných směrech se zmenší. V hematitu se domény pootočí tak, aby byly více orientovány ve směru magnetického pole Země. Oba procesy pak vedou k tomu, že jíl má magnetické pole, které je rovnoběžné s polem Země. Když pec po použití vychladne, zůstane uspořádání domén, a tím i magnetické pole v jílu zachováno. Tento jev nazýváme *termoremanentní magnetismus* (TRM).

K určení směru magnetického pole Země v daném místě v době posledního vyhřátí a zchlazení pece vymezí archeolog malý vzorek dna pece, pečlivě změří jeho orientaci vůči vodorovné rovině a zeměpisnému severu a vyjme ho ze dna pece. Pak určí směr magnetického pole samotného vzorku, neovlivněného stávajícím magnetickým polem Země. Tím určí směr magnetického pole Země v době, kdy byla pec naposledy použita. Je-li známo stáří pece, např. radiouhlíkovou metodou, je tím určeno, kdy mělo pole zjištěný směr.

PŘÍKLAD 32.3

Střelka kompasu z čistého železa (o hustotě $7\,900\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) má délku $L = 3,0\text{ cm}$, šířku $1,0\text{ mm}$ a tloušťku $0,5\text{ mm}$. Velikost dipólového momentu spojeného s atomem železa je $\mu_{\text{Fe}} = 2,1\cdot 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$.

(a) Kdyby mělo 10 % atomů ve střelce orientováno svůj magnetický moment ve směru pole, jaký by byl její dipólový moment μ ?

ŘEŠENÍ: Seřazení všech N atomů ve střelce by vyvolalo magnetický dipólový moment $N\mu_{\text{Fe}}$. Pro 10 % seřazených atomů dostaneme

$$\mu = 0,10N\mu_{\text{Fe}}. \quad (32.22)$$

Počet atomů ve střelce je

$$N = \frac{\text{hmotnost střelky}}{\text{hmotnost atomu železa}}. \quad (32.23)$$

Hmotnost střelky m je součinem její hustoty $7\,900\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a jejího objemu $1,50\cdot 10^{-8}\text{ m}^3$, tedy $1,185\cdot 10^{-4}\text{ kg}$. Hmotnost atomu železa je poměr molární hmotnosti železa $m_{\text{m}} = 55,847\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ (dodatek F) a Avogadrovy konstanty $N_{\text{A}} = 6,02\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$. Dosazením rov. (32.23) do rov. (32.22) a použitím výše uvedených veličin a číselných údajů nalezneme

$$\begin{aligned} \mu &= 0,10 \left(\frac{mN_{\text{A}}}{m_{\text{m}}} \mu_{\text{Fe}} \right) = \\ &= 0,10 \frac{(1,185\cdot 10^{-4}\text{ kg})(6,02\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1})}{(55,847\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1})(10^{-3}\text{ kg/g})} \cdot \\ &\quad \cdot (2,1\cdot 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1}) = \\ &= 2,682\cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1} \doteq 2,7\cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

(b) Pokud střelku kompasu lehce vychýlíme z její (vodorovné) severojižní rovnovážné polohy, kmitá kolem ní. Jaká je vodorovná složka indukce zemského magnetického pole, je-li perioda těchto kmitů $2,2\text{ s}$?

ŘEŠENÍ: Dipólový moment μ střelky směřuje od jejího jižního pólu k severnímu. Když střelku pootočíme z rovnovážné polohy o úhel θ , pootočí se tím i μ . Zemské magnetické pole

pak vyvolá silový moment M vzhledem k ose otáčení, který vrací střelku zpět, aby byl směr μ (a střelka) znovu rovnoběžný s vodorovnou složkou pole. (Připomeňme, že střelka je volně otáčivá pouze ve vodorovné rovině, takže uvažujeme pouze složku B_{h} .) Podle rov. (29.34) je

$$M = -\mu B_{\text{h}} \sin \theta, \quad (32.24)$$

kde znaménko minus ukazuje, že M má opačnou orientaci než θ . Protože je úhlová výchylka velmi malá, můžeme psát $\sin \theta \approx \theta$, takže

$$M = -\mu B_{\text{h}} \theta. \quad (32.25)$$

Protože μ a B_{h} jsou konstanty, je moment síly, vracející střelku do její ustálené polohy, úměrný záporně vzaté úhlové výchylce. Tento vztah je charakteristický pro harmonický pohyb, jak jsme viděli v čl. 16.5. Z rovnic (16.24) a (16.25) plyne pro periodu kmitů

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{\mu B_{\text{h}}}},$$

odkud

$$B_{\text{h}} = \frac{J}{\mu} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2, \quad (32.26)$$

kde J je moment setrvačnosti střelky vzhledem k ose jejího otáčení. Považujeme-li střelku za homogenní tenkou tyč a použijeme-li tab. 11.2e, dostaneme

$$\begin{aligned} J &= \frac{mL^2}{12} = \frac{(1,185\cdot 10^{-4}\text{ kg})(0,030\text{ m})^2}{12} = \\ &= 8,888\cdot 10^{-9}\text{ kg}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

Dosazením za J , T a μ do rov. (32.26) obdržíme výsledek

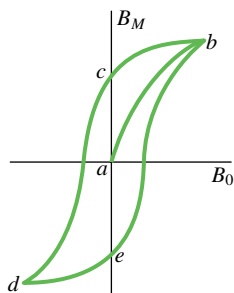
$$\begin{aligned} B_{\text{h}} &= \frac{(8,888\cdot 10^{-9}\text{ kg}\cdot\text{m}^2)}{(2,682\cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1})} \left(\frac{2\pi}{2,2\text{ s}} \right)^2 = \\ &= 2,7\cdot 10^{-5}\text{ T}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

To je přibližně stejná hodnota, kterou jsme použili v př. 32.1 pro Tucson. Vidíme, že dokonce i s levným kompasem můžeme měřit místní magnetické pole (vodorovnou složku magnetické indukce) změřením doby kmitu střelky po jejím malém vychýlení.

Hystereze

Magnetizační křivky feromagnetických materiálů nemají stejný průběh v procesu zesilování a v procesu zeslabování vnějšího magnetického pole B_0 . Obr. 32.14 znázorňuje závislost B_{M} na B_0 během následujícího postupu magnetizace Rowlandova prstence: (1) Začneme s nezmagnetovaným železem (bod a) a zvyšujeme proud v toroidu, až

$B_0 = \mu_0 n I$ má hodnotu odpovídající bodu b . (2) Snižujeme proud ve vinutí toroidu zpět k nule (bod c). (3) Obrátíme směr proudu a zvyšujeme jeho velikost, až B_0 má hodnotu odpovídající bodu d . (4) Proud znovu snižujeme až na nulovou hodnotu (bod e). (5) Změníme směr proudu na původní, až znovu dosáhneme bodu b .



Obr. 32.14 Magnetizační křivka (ab) pro feromagnetický vzorek a příslušná hysterezní smyčka ($bcdeb$).

Nejednoznačná závislost B_M na B_0 podle obr. 32.14, tedy to, že B_M závisí nejen na hodnotě B_0 , ale i na tom, jakou cestou k magnetizaci došlo, se nazývá **hystereze** a křivka $bcdeb$ se nazývá magnetická **hysterezní smyčka**. Poznamenejme, že v bodech c a e je železné jádro zmagnetováno, i když je proud ve vinutí nulový. To je dobře známý jev, nazývaný **permanentní magnetismus**.

Hysterezi můžeme vyložit pomocí magnetických domén. Pohyby hranic domén a změna orientace jejich směru nejsou zřejmě děje zcela vratné. Jestliže vnější magnetické pole B_0 zesílíme a poté zeslabíme na původní hodnotu, nevrátí se domény zcela do původního stavu, ale částečně si „zapamatují“ směr, do něhož byly natočeny předchozí změnou. Tato paměť magnetických materiálů je zásadní pro magnetické uchování informace např. na magnetických páskách kazet nebo na discích počítačů.

Paměť daná seřazením domén se může vyskytovat i v přírodě. Když udeří blesk, tekou elektrické proudy mnohočetnými křivolakými cestami v zemi a vytvoří silné magnetické pole, které může zmagnetovat jakýkoli feromagnetický materiál v blízké skále. Takový materiál zachová v důsledku hystereze jistou magnetizaci i po úderu blesku, tj. poté, co proud zmizí. Kusy skály, později vystavené vlivu počasí, se rozpadají na přírodní magnetovec, o kterém jsme hovořili v úvodu této kapitoly.

32.9 INDUKOVANÉ MAGNETICKÉ POLE

Dosud jsme viděli, že magnetické pole lze vytvořit elektrickým proudem (viz kap. 30) nebo magnetickými materiály.

Existuje i třetí způsob, jak je vytvořit — magnetoelektrickou indukcí.

V kap. 31 jsme viděli, že časová změna toku magnetické indukce vytváří elektrické pole, což vyjadřuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce (rov. (31.22)):

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(Faradayův zákon elektromagnetické indukce).} \quad (32.27)$$

Zde $\mathbf{E}$ je intenzita elektrického pole indukovaného podél orientované uzavřené křivky časovou změnou toku Φ_B magnetické indukce plochou, která je touto křivkou ohraničena. Protože se ve fyzice často uplatňuje princip symetrie, pokusíme se zjistit, zda se uvedený jev indukce nevyskytuje také obráceně. Jinými slovy: může změna toku elektrické intenzity (elektrického toku) indukovat pole magnetické?

Odpověď je kladná; navíc rovnice, která popisuje indukovaní magnetického pole (jev **magnetoelektrické indukce**), má téměř stejnou strukturu jako rov. (32.27):

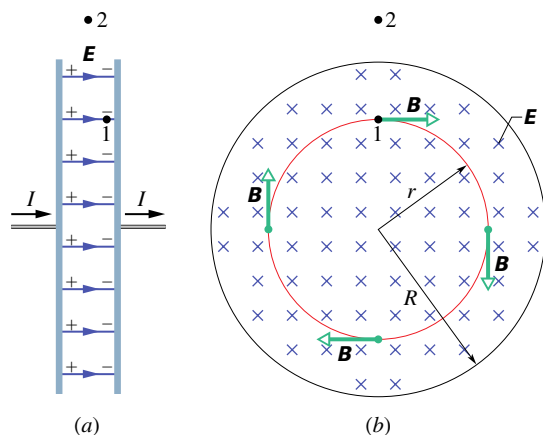
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{(Maxwellův zákon magnetoelektrické indukce),} \quad (32.28)$$

kroužek na integrálu opět ukazuje, že se integruje po uzavřené křivce. Její orientace je svázána s orientací vektoru $d\mathbf{s}$ v plošném integrálu vyjadřujícím elektrický tok Φ_E pravidlem pravé ruky stejně jako u Faradayova zákona.

Jako příklad tohoto typu indukce uvažujme nabíjení kondenzátoru s rovnoběžnými kruhovými elektrodami podle obr. 32.15a. (I když se dále soustředíme na toto konkrétní uspořádání, zdůrazněme, že časově proměnný elektrický tok indukuje magnetické pole vždy.) Předpokládejme, že náboj na kondenzátoru narůstá rovnoměrně s časem tím, že přitéká konstantní proud přírodními vodiči. Potom i velikost intenzity elektrického pole mezi deskami rovnoměrně narůstá s časem.

Na obr. 32.15b je pohled na pravou elektrodu z prostoru mezi deskami. Elektrické pole $\mathbf{E}$ směřuje od nás. Uvažujme kružnici procházející bodem 1 v obr. 32.15 soustřednou s kruhovými elektrodami kondenzátoru a s poloměrem menším než poloměr desek. Protože elektrické pole v prostoru mezi elektrodami se s časem mění, mění se s časem i elektrický tok Φ_E . Podle rov. (32.28) tento proměnný elektrický tok indukuje magnetické pole podél uzavřené křivky — kružnice.

Experiment potvrzuje, že se magnetické pole podél této kružnice *skutečně* indukuje a jeho indukce $\mathbf{B}$ má směr vyznačený na obrázku. Ta má konstantní velikost v každém bodě kružnice, a proto má toto magnetické pole válcovou symetrii vůči středové ose desek kondenzátoru.



Obr. 32.15 (a) Kondenzátor s rovnoběžnými kruhovými elektrodami, nakreslený v bočním pohledu, je nabíjen konstantním proudem I . (b) Pohled z prostoru mezi deskami směrem k pravé desce. Elektrické pole $\mathbf{E}$ je homogenní a směřuje kolmo do nákresny (směrem k desce), velikost $\mathbf{E}$ roste spolu s narůstajícím nábojem na kondenzátoru. Magnetické pole $\mathbf{B}$, indukované tímto proměnným elektrickým polem, je naznačeno ve čtyřech bodech na kružnici s poloměrem r menším, než je poloměr elektrod R .

Pokud nyní uvažujeme větší kružnici, procházející např. bodem 2 mimo desky, shledáme, že podél této kružnice se také indukuje magnetické pole. Můžeme říci, že mění-li se elektrické pole v čase, indukuje se magnetické pole jak mezi elektrodami, tak i vně. Když se elektrické pole přestane měnit v čase, zmizí i indukované magnetické pole.

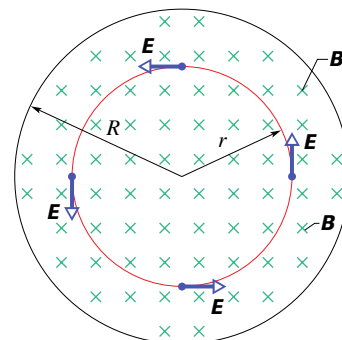
Ačkoli jsou si rov. (32.28) a (32.27) podobné, liší se od sebe dvojím: (1) Rov. (32.28) obsahuje dva symboly navíc, μ_0 a ϵ_0 , ale ty jsou důsledkem volby jednotek v SI. (2) Rov. (32.28) nemá znaménko minus, které je v rov. (32.27). Tento rozdíl ve znaménkách znamená, že intenzita $\mathbf{E}$ indukovaného elektrického pole a indukce $\mathbf{B}$ indukovaného magnetického pole mají opačné směry, jsou-li vytvořena stejnými změnami svých budících polí.

Abychom viděli tento rozdíl ve směrech indukovaných polí, sledujme obrázek 32.16, na kterém rostoucí magnetické pole $\mathbf{B}$ směřující od nás indukuje elektrické pole $\mathbf{E}$. Jeho intenzita $\mathbf{E}$ má směr proti otáčení hodinových ručiček, zatímco indukce $\mathbf{B}$ magnetického pole (indukovaného na obr. 32.15b narůstajícím elektrickým polem $\mathbf{E}$ směřujícím od nás) má směr opačný.

Připomeňme nyní, že levá strana rov. (32.28), tj. cirkulace vektoru $\mathbf{B}$, se vyskytuje i v jiné rovnici, a to v Ampérově zákonu (30.16):

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \quad (\text{Ampérov zákon}), \quad (32.29)$$

kde I_c je proud obepnutý uzavřenou orientovanou křiv-



Obr. 32.16 Homogenní magnetické pole $\mathbf{B}$ v kruhové oblasti. Pole směřuje kolmo do nákresny a jeho velikost rovnoměrně narůstá s časem. Elektrické pole $\mathbf{E}$, indukované změnou magnetického pole, je naznačeno ve čtyřech bodech na kružnici souosé s kruhovými deskami. Porovnejte tento stav s obr. 32.15b.

kou (Ampérovou křivkou). Obě rovnice (32.28) a (32.29), které určují magnetické pole $\mathbf{B}$ pocházející od elektrického proudu a od proměnného elektrického pole, můžeme spojit v rovnici jedinou:

$$\frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I_c \quad (\text{Ampérův-Maxwellův zákon}). \quad (32.30)$$

Je-li proud I_c nenulový a elektrický tok se nemění v čase (jako v případě vodiče, kterým protéká stejnosměrný proud), je první člen na pravé straně rov. (32.30) nulový a rov. (32.30) se redukuje na rov. (32.29) — Ampérův zákon. Pokud se s časem mění elektrický tok při nulovém proudu (tak jako uvnitř nebo vně elektrod kondenzátoru), je druhý člen na pravé straně rov. (32.30) nulový a rov. (32.30) se redukuje na rov. (32.28) vyjadřující magnetoelektrickou indukci.

PŘÍKLAD 32.4

Nabíjíme kondenzátor s rovnoběžnými kruhovými elektrodami o poloměru R , obr. 32.15a.

(a) Jaké magnetické pole se indukuje v bodech ve vzdálenosti r od osy elektrod pro $r \leq R$?

ŘEŠENÍ: Mezi elektrodami neprotéká proud, proto v rovnici (32.30) je $I_c = 0$ a zůstane

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32.31)$$

Pro kružnici o poloměru $r \leq R$ orientovanou ve směru otáčení hodinových ručiček je levá strana rov. (32.31) rovna $(B)(2\pi r)$. Elektrický tok Φ_E plochou ohraničenou touto kružnicí (tj. kruhem orientovaným podle pravidla pravé ruky v souladu s orientací kružnice a majícím obsah S) je

$E \cos 0^\circ = \pi r^2 E$, kde E je velikost intenzity elektrického pole mezi elektrodami. Rov. (32.31) dává

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} (\pi r^2 E) = \mu_0 \varepsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}.$$

Odtud plyne

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} \quad (\text{pro } r \leq R). \quad (\text{Odpověď})$$

Vidíme, že $B = 0$ ve středu kondenzátoru, kde $r = 0$, a že B lineárně roste s r směrem k okraji kruhové elektrody.

(b) Vypočítejte velikost magnetické indukce B pro $r = R/5 = 11,0 \text{ mm}$, je-li $dE/dt = 1,50 \cdot 10^{12} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

ŘEŠENÍ: Z odpovědi na (a) víme, že

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \mu_0 \varepsilon_0 r \frac{dE}{dt} = \\ &= \frac{1}{2} \left(4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right) \left(8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \right) \cdot \\ &\quad \cdot (11,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \left(1,50 \cdot 10^{12} \frac{\text{V}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right) = \\ &= 9,18 \cdot 10^{-8} \text{ T}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

(c) Odvoďte magnetickou indukci pro případ $r \geq R$.

ŘEŠENÍ: Vně elektrody o poloměru R je elektrické pole nulové, takže elektrický tok kruhem o poloměru $r \geq R$ je nenulový pouze v oblasti o obsahu πR^2 a je roven $\Phi_E = \pi R^2 E$. Pak rov. (32.31) dává

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} (\pi R^2 E) = \mu_0 \varepsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt}.$$

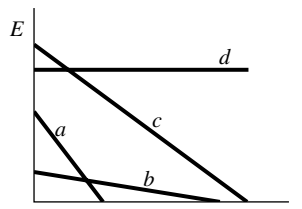
Odtud vypočteme B :

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad \text{pro } r \geq R. \quad (\text{Odpověď})$$

Poznamenejme, že oba výrazy odvozené pro B dávají, jak jsme očekávali, stejné hodnoty pro $r = R$. Tato hodnota B je maximální.

Hodnota B vypočtená v (b) je tak malá, že je téměř neměřitelná běžnými měřicími přístroji. To je v ostrém kontrastu k indukovanému elektromotorickému napětí (Faradayův zákon), které můžeme zjistit snadno. Tento rozdíl je částečně dán tím, že indukované $\mathcal{E}$ lze snadno znásobit použitím cívky s mnoha závitů. Nemáme však žádný postup srovnatelné jednoduchosti pro znásobení indukovaných magnetických polí. Přesto bylo při velmi pečlivém provedení pokusu magnetické pole indukované nabíjením kondenzátoru spolehlivě naměřeno; výsledek souhlasil s teorií.

elektrická pole v kondenzátoru (obr. 32.15). Seřadte v sestupném pořadí tato elektrická pole podle velikosti B indukovaného magnetického pole v bodě 1 na obr. 32.15b.



32.10 MAXWELLŮV PROUD

Z pravé strany rov. (32.30) vidíme, že její první člen $\varepsilon_0 (d\Phi_E/dt)$ musí mít rozměr proudu. Nazýváme jej **Maxwellův proud** I_M :

$$I_M = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{Maxwellův proud}). \quad (32.32)$$

(Dříve se nazýval posuvný proud v souvislosti s tehdejšími představami o světelném éteru a jeho pohybu.) Rov. (32.30) můžeme s užitím rov. (32.32) zapsat ve tvaru

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{M,c} + I_c) \quad (\text{Ampérův-Maxwellův zákon}), \quad (32.33)$$

ve kterém $I_{M,c}$ je Maxwellův proud procházející plochou ohraničenou uzavřenou orientovanou křivkou. Zákon Ampérův-Maxwellův nazýváme často **zákon celkového proudu**.

Uvažujme znovu nabíjení kondenzátoru s kruhovými elektrodami podle obr. 32.17a. Proud I , který nabíjí elektrody, mění elektrické pole $\mathbf{E}$ mezi nimi. Maxwellův proud I_M mezi deskami je spojen se změnami pole $\mathbf{E}$. Porovnejme oba proudy.

V každém okamžiku je náboj Q na elektrodách spojen s velikostí intenzity E mezi nimi rov. (26.4):

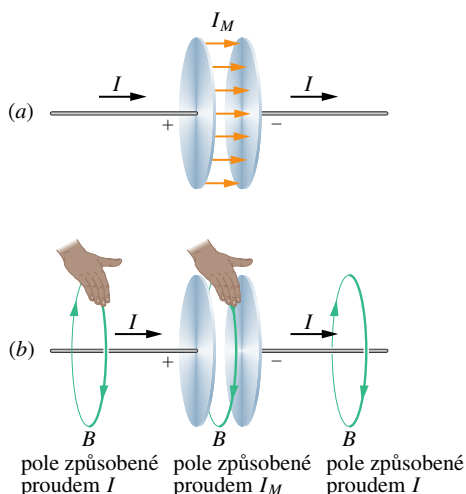
$$Q = \varepsilon_0 S E, \quad (32.34)$$

kde S je obsah elektrody. Abychom dostali proud I , derivujeme rov. (32.34) podle času, čímž dostaneme

$$\frac{dQ}{dt} = I = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}. \quad (32.35)$$

Maxwellův proud I_M získáme z rov. (32.32). Za předpokladu, že elektrické pole $\mathbf{E}$ mezi dvěma deskami je homogenní (zanedbáme-li rozptyl na okraji), můžeme vyjádřit elektrický tok Φ_E v této rovnici součinem ES . Potom

KONTROLA 5: Obrázek znázorňuje závislost velikosti elektrické intenzity E na čase t pro čtyři homogenní



Obr. 32.17 (a) Maxwellův proud I_M mezi deskami kondenzátoru nabíjeného proudem I . (b) Pravidlo pravé ruky pro určení směru magnetického pole okolo vodiče s kondukčním (vodičným) proudem (vlevo) dává stejný směr i pro magnetické pole Maxwellova proudu (uprostřed).

z rov. (32.32) plyne

$$I_M = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(ES)}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}. \quad (32.36)$$

Porovnáním rov. (32.35) a (32.36) vidíme, že vodičový proud I , který nabíjí kondenzátor, a Maxwellův proud I_M mezi elektrodami mají stejnou velikost:

$$I_M = I \quad (\text{Maxwellův proud v kondenzátoru}). \quad (32.37)$$

Maxwellův proud I_M můžeme proto považovat za pokračování vodičového proudu I z jedné elektrody přes mezeru kondenzátoru k druhé elektrodě. Protože elektrické pole je mezi deskami homogenní, je i Maxwellův proud I_M mezi nimi rozložen rovnoměrně, jak ukazují proudové šipky na obr. 32.17a. Uvažme, že mezi deskami je vakuum, kde není žádný náboj, který by se pohyboval a vytvářel tak jakýkoli proud. Přesto je zde nenulový Maxwellův proud, který vytváří magnetické pole, které, jak poznáme dále, snadno určíme.

Určení indukovaného magnetického pole

V kap. 30 jsme použili pro určení směru indukce $\mathbf{B}$ magnetického pole, které je vyvolané vodičovým proudem I , pravidlo pravé ruky podle obr. 30.4. Totéž pravidlo můžeme také použít k tomu, abychom určili směr $\mathbf{B}$ indukovaného magnetického pole vytvořeného Maxwellovým proudem I_M , jak je naznačeno uprostřed obr. 32.17b pro kondenzátor. Také můžeme I_M využít k tomu, abychom stanovili velikost indukovaného magnetického pole při nabíjení kondenzátoru s rovnoběžnými kruhovými elektrodami

o poloměru R . Považujme prostě prostor mezi deskami za pomyslný kruhový vodič poloměru R , kterým prochází Maxwellův proud I_M . Potom je podle rov. (30.22) velikost magnetické indukce v bodech uvnitř kondenzátoru ve vzdálenosti r od jeho osy ($r \leq R$)

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_M}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{uvnitř kondenzátoru s kruhovými elektrodami}). \quad (32.38)$$

Podobně podle rov. (30.19) je velikost magnetické indukce pole v bodě mimo kondenzátor ($r \geq R$)

$$B = \frac{\mu_0 I_M}{2\pi r} \quad (\text{mimo kondenzátor s kruhovými elektrodami}). \quad (32.39)$$

PŘÍKLAD 32.5

Deskový kondenzátor s rovnoběžnými kruhovými elektrodami z př. 32.4 je nabíjen proudem I .

(a) Vyjádřete $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ve vzdálenosti $r = R/5$ od osy kondenzátoru pomocí μ_0 a I .

ŘEŠENÍ: Magnetické pole v kondenzátoru je vytvořeno Maxwellovým proudem mezi elektrodami. Užijeme-li Ampérův zákon pro kružnici o poloměru r souosou s kruhovými elektrodami kondenzátoru, dostáváme

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_{M,c}. \quad (32.40)$$

Předpokládáme, že Maxwellův proud je stejnoměrně rozložen mezi deskami. Potom je proud $I_{M,c}$ obepnutý kružnicí úměrný obsahu plochy ohraničené touto křivkou, tj.

$$\frac{I_{M,c}}{I_M} = \frac{\text{obsah plochy obepnuté kružnicí}}{\text{obsah celé elektrody}},$$

odkud plyne

$$I_{M,c} = I_M \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

Výsledek dosadíme do rov. (32.40) a dostaneme

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_M \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (32.41)$$

Nyní podle rov. (32.37) položíme $I_M = I$ a dosadíme $r = R/5$ do rov. (32.41). Dostaneme

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_M \frac{\pi (R/5)^2}{\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{25}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Vyjádřete velikost magnetické indukce ve vzdálenosti $r = R/5$ od osy kondenzátoru pomocí maximální velikosti magnetické indukce $B_{\max}$.

ŘEŠENÍ: Protože kondenzátor má rovnoběžné elektrody, můžeme ke stanovení velikosti B použít rov. (32.38). Pro $r = R/5$ dostaneme z této rovnice

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_M}{2\pi R^2} \right) r = \frac{\mu_0 I_M (R/5)}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 I_M}{10\pi R}. \quad (32.42)$$

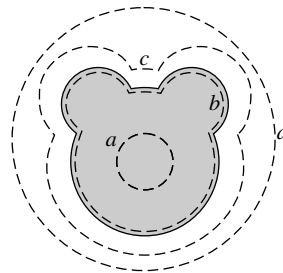
Největší velikost indukce $B_{\max}$ v kondenzátoru je na kružnici o poloměru $r = R$, a to

$$B_{\max} = \left(\frac{\mu_0 I_M}{2\pi R^2} \right) R = \frac{\mu_0 I_M R}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 I_M}{2\pi R}. \quad (32.43)$$

Podíl rov. (32.42) a (32.43) dává

$$B = \frac{B_{\max}}{5}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tento výsledek jsme mohli dostat snadněji též následující úvahou: Podle rov. (32.38) roste velikost B uvnitř kondenzátoru lineárně s r , a proto magnetická indukce ve vzdálenosti $R/5$ má velikost $B_{\max}/5$.



32.11 MAXWELLOVY ROVNICE

Rov. (32.30) je poslední ze čtyř základních rovnic elektromagnetismu, nazývaných *Maxwellovy rovnice*; jsou uvedeny (v integrálním tvaru) v tab. 32.1. Tyto čtyři rovnice vysvětlují všechny kategorie elektromagnetických jevů, počínaje tím, proč směřuje stříška kompasu k severu, až po důvody, proč nastartujeme automobil, otočíme-li klíčkem zapalování. Jsou teoretickým základem pro vysvětlení funkce elektromagnetických zařízení, jako jsou například elektromotory, cyklotrony, televizní vysílače a přijímače, telefony, faxy, radary nebo mikrovlnné trouby.

Maxwellovy rovnice jsou fundamentální rovnice pro elektromagnetické pole. Můžeme z nich odvodit všechny rovnice, se kterými jsme se setkali počínaje kap. 22, a které popisují elektrické, magnetické nebo elektromagnetické pole. Jsou ale také základem mnoha dalších rovnic, se kterými se setkáme v kap. 34 až 37, tedy v optice i v teorii optických přístrojů, ať už jde o složité teleskopy nebo obyčejné brýle.

KONTROLA 6: Obrázek představuje pohled zevnitř na jednu elektrodu deskového kondenzátoru. Čárkované čáry představují čtyři integrační cesty (cesta b sleduje okraj desky). Seřadte v sestupném pořadí tyto cesty podle velikosti $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél jednotlivých cest během vybíjení kondenzátoru. Rozptýl pole na okraji kondenzátoru zanedbejte.

Tabulka 32.1 Maxwellovy rovnice

NÁZEV	ROVNICE	
Gaussův zákon pro elektrické pole (rov. (24.7))	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	vyjadřuje souvislost mezi tokem intenzity elektrického pole $\mathbf{E}$ uzavřenou plochou a celkovým elektrickým nábojem uvnitř této plochy.
Gaussův zákon pro magnetické pole (rov. (32.1))	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$	vyjadřuje poznatek, že tok magnetické indukce $\mathbf{B}$ libovolnou uzavřenou plochou je roven nule (tj. neexistuje magnetický náboj).
Faradayův zákon (rov. (21.22))	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	vyjadřuje souvislost mezi cirkulací intenzity elektrického pole $\mathbf{E}$ podél uzavřené orientované křivky a časovou změnou indukčního magnetického toku $\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ plochou ohraničenou touto křivkou.
Ampérův-Maxwellův zákon (rov. (32.33))	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I_c \right)$	vyjadřuje souvislost mezi cirkulací magnetické indukce $\mathbf{B}$ podél uzavřené orientované křivky a časovou změnou toku elektrické intenzity $\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ plochou ohraničenou touto křivkou a celkovým proudem procházejícím touto plochou.

Rovnice jsou uvedeny ve tvaru platném pro vakuum, tedy v nepřítomnosti magnetických materiálů nebo dielektrik.

PŘEHLED & SHRNUÍ

Gaussův zákon pro magnetické pole

Nejjednodušší magnetickou strukturou je magnetický dipól. Magnetický monopol („magnetický náboj“), pokud zatím víme, neexistuje. *Gaussův zákon* pro magnetické pole

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (32.1)$$

říká, že celkový magnetický tok jakoukoli uzavřenou plochou je nulový. Vystihuje poznatek, že magnetické monopóly neexistují.

Zemské magnetické pole

Zemské magnetické pole lze aproximovat polem magnetického dipólu, který svírá úhel 11° s osou zemské rotace (spojující zemské póly). Jeho jižní pól nazýváme *severní geomagnetický pól*, protože leží na severní polokouli. Směr místního magnetického pole v kterémkoli místě na Zemi popisujeme jeho *deklinací* (úhel nalevo nebo napravo od zeměpisného severu) a *inklinací* (úhel nahoru nebo dolů od vodorovné roviny).

Spinový magnetický dipólový moment

Elektron má vlastní, vnitřní moment hybnosti, nazývaný *spinový moment hybnosti* (neboli *spin*) $\mathbf{S}$. S ním je spojen vlastní *spinový magnetický dipólový moment* $\boldsymbol{\mu}_s$

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e}{m}\mathbf{S}. \quad (32.2)$$

Spin $\mathbf{S}$ nemůžeme měřit, ale můžeme měřit jeho složku ve zvoleném směru. Orientujeme-li podle něj souřadnicovou osu z , může mít složka S_z pouze hodnoty vyjádřené vztahem

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{pro } m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (32.3)$$

kde $\hbar \doteq 1,05 \cdot 10^{-34}$ J·s je redukovaná Planckova konstanta. Podobně nelze měřit samotný spinový magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}_s$ elektronu, avšak lze měřit jeho složku ve zvoleném směru z :

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B, \quad (32.6, 32.4)$$

kde μ_B je *Bohrův magneton*:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}. \quad (32.5)$$

Potenciální energie E_p spinového magnetického dipólového momentu ve vnějším poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ je

$$E_p = -\boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mu_{s,z} B_{\text{ext}}. \quad (32.7)$$

Orbitální magnetický dipólový moment

Je-li elektron součástí atomu, má také moment hybnosti nazývaný *orbitální moment hybnosti* $\mathbf{L}$, se kterým je spojen *orbitální magnetický dipólový moment*:

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m}\mathbf{L}. \quad (32.8)$$

Orbitální moment hybnosti je kvantován a jeho složka nabývá pouze hodnot

$$L_z = m_l \hbar \quad \text{pro } m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (32.9)$$

kde l je vedlejší kvantové číslo. Tomu odpovídá složka orbitálního magnetického dipólového momentu

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \frac{e\hbar}{2m} = -m_l \mu_B. \quad (32.10, 32.11)$$

Potenciální energie E_p orbitálního magnetického dipólového momentu ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ je

$$E_p = -\boldsymbol{\mu}_{\text{orb}} \cdot \mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}}. \quad (32.12)$$

Diamagnetismus

Diamagnetické látky nevykazují magnetické vlastnosti, pokud nejsou vloženy do vnějšího magnetického pole. Ve vnějším poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ se v nich indukuje dipólový magnetický moment orientovaný opačně, než je směr $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Jestliže je pole nehomogenní, je diamagnetická látka vytlačována z oblasti s větší magnetickou indukcí.

Paramagnetismus

V *paramagnetické látce* má každý atom permanentní magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}$, avšak tyto momenty jsou orientovány nahodile, takže látka jako celek magnetické pole nemá. Vnější magnetické pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ ale může částečně uspořádat atomární dipólové momenty do svého směru. Jestliže je pole nehomogenní, je paramagnetická látka vtahována do oblasti s větší magnetickou indukcí.

Stupeň seřazení atomových dipólových momentů se zvyšuje s růstem $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ a klesá s růstem teploty T látky. Mírou zmag-netizování látky je *magnetizace*:

$$\mathbf{M} = \frac{\text{magnetický moment}}{\text{objem vzorku}}. \quad (32.18)$$

Úplné seřazení všech N atomárních magnetických dipólů ve vzorku, nazývané *saturace* vzorku, by odpovídalo nejvyšší možné hodnotě magnetizace $M_{\text{max}} = N\mu/V$. Pro slabá pole a vyšší teploty platí přibližný vztah

$$M = C \frac{B_{\text{ext}}}{T} \quad (\text{zákon Curieův}), \quad (32.19)$$

kde C je *Curieova konstanta* daného materiálu.

Feromagnetismus

I za nepřítomnosti vnějšího magnetického pole mají některé elektrony ve feromagnetickém materiálu magnetické dipólové

momenty seřazeny díky kvantově-mechanickému jevu, nazývanému *výměnná interakce*. Tou vznikají uvnitř materiálu oblasti (domény) s výraznými magnetickými dipólovými momenty. Vnější pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ může *uspořádat* tyto domény a vytvořit tak velký výsledný magnetický dipólový moment materiálu jako celku, a to ve směru $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Ten může částečně přetrvávat, i když je pole $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ odstraněno. Je-li $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ nehomogenní, je feromagnetický materiál vtahován do oblastí s větší magnetickou indukcí. Výměnné interakce se přestanou projevovat, přesáhne-li teplota vzorku jeho *Curieovu teplotu*. Pak vzorek vykazuje pouze paramagnetismus.

Maxwellovo rozšíření Ampérova zákona

Proměnný tok elektrické intenzity indukuje magnetické pole $\mathbf{B}$, pro které platí

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32.28)$$

Tato rovnice spojuje magnetické pole indukované podél uzavřené orientované křivky a změnu elektrického toku Φ_E plochou ohraničenou touto křivkou. Ampérův zákon

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \quad (\text{Ampérův zákon}), \quad (32.29)$$

spojuje magnetické pole vytvářené elektrickým proudem I_c procházejícím plochou, kterou ohraničuje Ampérova křivka. Před-

chozí dvě rovnice mohou být zapsány rovnicí jedinou:

$$\frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I_c \quad (\text{Ampérův-Maxwellův zákon}). \quad (32.30)$$

Maxwellův proud

Maxwellův proud I_M , svázaný s měnícím se elektrickým polem, je

$$I_M = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{Maxwellův proud}). \quad (32.32)$$

Rov. (32.30) pak píšeme

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{M,c} + I_c) \quad (\text{Ampérův-Maxwellův zákon}), \quad (32.33)$$

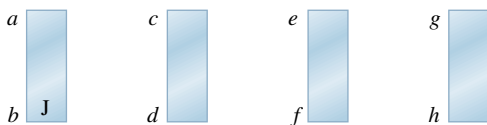
kde $I_{M,c}$ je celkový Maxwellův proud tekoucí plochou obepnutou Ampérovou křivkou. Idea Maxwellova proudu dovoluje zachovat představu, že proud protéká souvisle celým obvodem — i kondenzátorem (bez dielektrika). Žádný náboj se však mezi elektrodami nepohybuje.

Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice, uvedené v tab. 32.1, shrnují poznatky elektromagnetismu a představují základní zákony pro elektromagnetické pole.

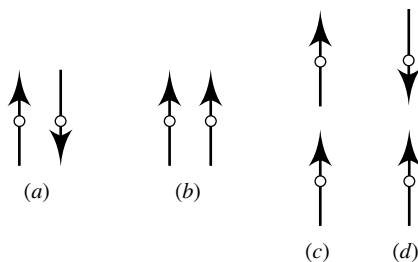
OTÁZKY

1. Na obr. 32.18 jsou čtyři ocelové tyče; tři z nich jsou permanentní magnety. Jeden z pólů je označen. Pokusem sledáme, že konce *a* a *d* se navzájem přitahují, konce *c* a *f* odpuzují, konce *e* a *h* přitahují a konce *a* a *h* přitahují. (a) Které konce jsou severní póly? (b) Která tyč není magnetem?



Obr. 32.18 Otázka 1

2. Obr. 32.19 znázorňuje čtyři uspořádání dvojic kompasových střepek v oblasti bez vnějšího magnetického pole. Šipky ukazují

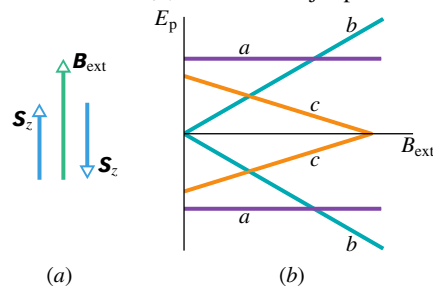


Obr. 32.19 Otázka 2

směry střepek, a tedy i směry magnetických dipólových momentů. Které dvojice jsou ve stabilní rovnováze?

3. Elektron má ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ průmět spinu $\mathbf{S}_z$ antiparalelní s $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Musíme elektronu dodat, nebo odebrat energii k tomu, aby změnil *orientaci spinu*, tj. aby pak byl $\mathbf{S}_z$ paralelní s $\mathbf{B}_{\text{ext}}$?

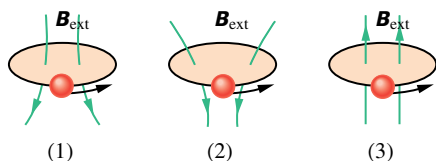
4. Obr. 32.20a ukazuje opačné orientace spinů elektronu ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Obr. 32.20b nabízí tři možné volby závislosti potenciální energie spinových magnetických momentů na velikosti $\mathbf{B}_{\text{ext}}$. Která z nich je správná?



Obr. 32.20 Otázka 4

5. Obr. 32.21 ukazuje smyčkové modely elektronů obíhajících v magnetickém poli proti směru otáčení hodinových ručiček.

Pole je nehomogenní pro model (1) a (2) a homogenní pro model (3). Kam směřují: (a) magnetické dipólové momenty smyček, (b) magnetické síly působící na smyčku: nahoru, dolů, nebo jsou nulové?



Obr. 32.21 Otázky 5, 7 a 8

6. Co se stane s výslednou silou, která působí na smyčku podle obr. 32.9a, b, jestliže zvětšíme (a) velikost vnějšího pole B_{ext} , (b) jeho nehomogenitu (rozbíhavost indukčních čar): vzroste, poklesne, nebo zůstane stejná?

7. Nahraďte proudové smyčky v otázce 5 a v obr. 32.21 diamagnetickými koulemi. Rozhodněte pro každé z polí, zda (a) magnetický dipólový moment koule a (b) síla působící na kouli směřují nahoru, dolů, nebo jsou nulové.

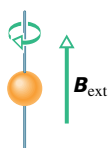
8. Nahraďte proudové smyčky v otázce 5 a v obr. 32.21 paramagnetickými koulemi. Rozhodněte pro každé z polí, zda (a) magnetický dipólový moment koule a (b) síla působící na kouli směřují nahoru, dolů, nebo jsou nulové.

9. V uspořádání podle obr. 32.22 je mezi dvěma póly magnetu nehomogenní magnetické pole. Do tohoto pole vletí elektron kolmo do roviny stránky v místě tečky. Kam směřuje síla působící na elektron vyvolaná interakcí jeho spinu s polem (směrem vlevo, napravo, nebo je nulová), je-li průmět spinu elektronu S_z orientován (a) nalevo, (b) napravo? (Tip: Elektron modelujte kuličkou se záporným nábojem na povrchu, takže představuje proudovou smyčku podobně jako na obr. 32.9.)



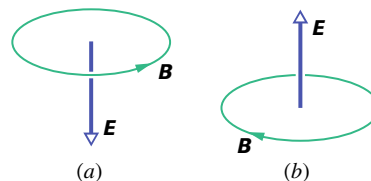
Obr. 32.22 Otázka 9

10. Obr. 32.23 ukazuje feromagnetickou kouli, která byla původně bez výsledného magnetického dipólového momentu. Kouli držíme v naznačené poloze dvěma tenkými napjatými drátky. Jestliže se vytvoří vnější magnetické pole B_{ext} směřující vzhůru, získá koule magnetický dipólový moment orientovaný směrem nahoru. Jestliže nyní pole odstraníme, bude se koule otáčet okolo vodiče ve směru otáčení hodinových ručiček (jak je naznačeno), nebo opačně? (Tip: Uvažujte orientaci spinového momentu hybnosti elektronů a zákon zachování momentu hybnosti.)



Obr. 32.23 Otázka 10

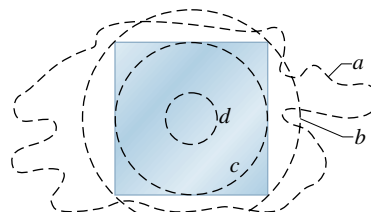
11. Obr. 32.24 ukazuje ve dvou situacích intenzitu elektrického pole E a příslušnou indukční čáru indukovaného magnetického pole. Zvyšuje se, nebo se snižuje v jednotlivých případech velikost E ?



Obr. 32.24 Otázka 11

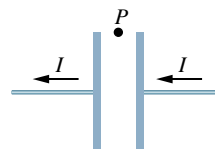
12. V obr. 32.15b směřuje elektrická intenzita E od nás a její velikost roste. Jaký směr má indukce B magnetického pole (ve směru, nebo proti směru otáčení hodinových ručiček), jestliže vektor E mří k nám a (a) roste, (b) klesá? (c) Jaký má směr B , jestliže E mří k nám a s časem se nemění?

13. Na obr. 32.25 je čelní pohled na jednu ze dvou čtvercových elektrod deskového kondenzátoru a na čtyři křivky, které se nalézají mezi deskami. Kondenzátor se vybíjí. Zanedbejte rozptyl elektrického pole na okraji elektrod. (a) Seřadte křivky sestupně podle velikosti integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél křivek. (b) Podél které křivky (jestli taková vůbec existuje) je úhel mezi $\mathbf{B}$ a $d\mathbf{s}$ konstantní (takže lze snadno vypočítat skalární součin obou vektorů)? (c) Podél které křivky (jestli taková vůbec existuje) je B konstantní, takže lze B vytknout před integrál v rov. (32.28)?



Obr. 32.25 Otázka 13

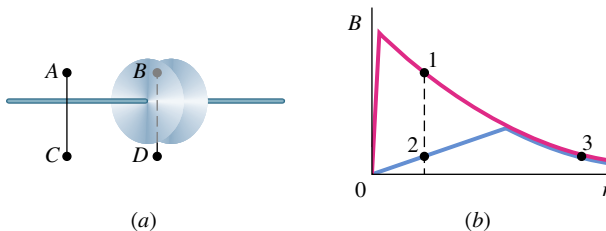
14. Na obr. 32.26 je naznačen kondenzátor s rovnoběžnými elektrodami a proud v připojených vodičích, který kondenzátor vybíjí. Směřuje (a) E , (b) I_M nalevo, nebo napravo? (c) Směřuje magnetické pole v bodě P k nám, nebo od nás?



Obr. 32.26 Otázka 14

15. Kondenzátor s rovnoběžnými obdélníkovými elektrodami ($2L \times 4L$) se vybíjí. Myšlený obdélník ($L \times 2L$) se stranami rovnoběžnými s elektrodami leží uvnitř něj. Jaká část celkového Maxwellova proudu jím prochází?

16. Kondenzátor se nabíjí podle obr. 32.27a. Bod A (poblíž jednoho z přírodních vodičů) i bod B (mezi deskami kondenzátoru) jsou stejně vzdáleny od osy. Také bod C (poblíž vodiče) a bod D (mezi deskami, ale vně kondenzátoru) jsou od osy stejně vzdáleny. V obr. 32.27b udává jedna křivka schematicky závislost velikosti magnetické indukce na poloměru r uvnitř přírodního vodiče a mimo něj, druhá pak mezi deskami kondenzátoru. Obě křivky se částečně překrývají. Který ze tří bodů na křivkách odpovídá některému ze čtyř bodů na obr. 32.27a?

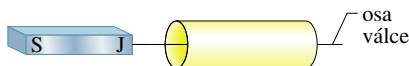


Obr. 32.27 Otázka 16

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 32.2 Gaussův zákon pro magnetické pole

1C. Jižní pól magnetu umístíme poblíž válce ze stočeného listu papíru podle obr. 32.28. (a) Načrtněte indukční čáry magnetického pole, které procházejí povrchem válce. (b) Co lze říci o znaménku součinu $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ pro každou plošku $d\mathbf{S}$ na tomto povrchu? (c) Odporuje výsledek Gaussovu zákonu pro magnetické pole? Vysvětlete.

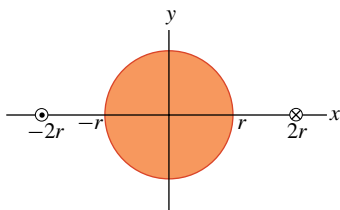


Obr. 32.28 Cvičení 1

2C. Velikost magnetického toku každou z prvních pěti stěn hrací kostky je číselně roven počtu ok. Toky o sudé velikosti jsou kladné, o liché záporné. Jaký je tok šestou stěnou kostky?

3Ú. Gaussova plocha má tvar povrchu válce s poloměrem základny 12,0 cm a o výšce 80,0 cm. Magnetický indukční tok dolní základnou je 25,0 μWb . Na horní základně je homogenní magnetické pole o indukci 1,60 mT kolmé k povrchu směřující ven z objemu válce. Jaký je výsledný magnetický indukční tok pláštěm válce?

4Ú*. Dvěma vodiči rovnoběžnými s osou z a vzdálenými 4r od sebe teče stejně velký proud I v opačných směrech podle obr. 32.29. Uprostřed mezi nimi leží válec o poloměru r a délce L s osou splývající s osou z . Použijte Gaussův zákon pro magnetické pole k výpočtu výsledného magnetického indukčního toku polovinou válcového povrchu, ležícího nad osou x . (Tip: Určete tok tou částí roviny xz , která je uvnitř válce.)

Obr. 32.29
Úloha 4

ODST. 32.3 Zemský magnetismus

5C. V New Hampshire byla v roce 1912 vodorovná složka magnetické indukce zemského magnetického pole 16 μT a inklinace 73°. Jaká byla velikost magnetické indukce?

6C. Podle školních Tabulek je v Brně deklinace 0,15° západně a inklinace 65,4° dolů. Brno má (v r. 2000) rozlohu 230 km². Jak velký je magnetický tok zbytkem zemského povrchu? Je kladný, nebo záporný?

7C. Země má magnetický dipólový moment 8,0 · 10²² J · T⁻¹. (a) Jaký proud by musel protékat jedním závitem umístěným na geomagnetickém rovníku, aby vytvořil stejný magnetický moment? Kdybychom nechali téci tento proud obráceně, zrušili bychom magnetické pole spíše (b) dále od Země, (c) u povrchu Země?

8Ú. Zemské magnetické pole lze aproximovat polem magnetického dipólu. V bodě ve vzdálenosti r od středu Země má složku vodorovnou B_h a svislou B_v :

$$B_h = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m, \quad B_v = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin \lambda_m,$$

kde λ_m je *magnetická zeměpisná šířka* (měřená od geomagnetického rovníku směrem k severnímu nebo jižnímu geomagnetickému pólu). Zemský magnetický dipólový moment je $\mu = 8 \cdot 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. (a) Ukažte, že závislost zemského magnetického pole na zeměpisné šířce λ_m je

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}.$$

(b) Ukažte, že inklinace φ_i magnetického pole je vzhledem k magnetické šířce λ_m určena vztahem

$$\tan \varphi_i = 2 \tan \lambda_m.$$

9Ú. Použijte výsledky v úloze 8 k výpočtu zemského magnetického pole (jak velikost B , tak i inklinace φ_i) (a) na geomagnetickém rovníku, (b) v bodě s geomagnetickou šířkou 60°, (c) na severním geomagnetickém pólu.

10Ú. S použitím aproximace uvedené v úloze 8 stanovte (a) výšku nad zemským povrchem, ve které má velikost zemské magnetické indukce 50 % hodnoty na zemském povrchu a na téže šířce, (b) největší velikost magnetické indukce na plášti jádra Země 2 900 km pod zemským povrchem a (c) velikost a inklinaci magnetické indukce na severním zeměpisném pólu. Vysvětlete, proč se vypočtené hodnoty pro (c) liší od naměřených hodnot.

ODST. 32.4 Magnetismus a elektrony

11C. Elektron je ve vnějším magnetickém poli s indukcí $\mathbf{B}$, která má velikost 0,25 T a je rovnoběžná s osou z . Jaký je rozdíl energií při souhlasné a nesouhlasné orientaci průmětu $\mathbf{S}_z$ jeho spinu vůči vnějšímu poli $\mathbf{B}$?

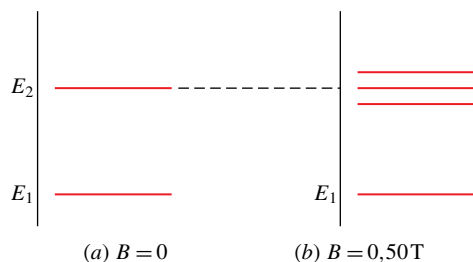
12C. Jakou hodnotu naměříme pro složku orbitálního magnetického dipólového momentu elektronu, když (a) $m_l = 1$ a (b) $m_l = -2$?

13C. V nejnižším energiovém stavu vodíkového atomu je podle kvantové mechaniky nejpravděpodobnější vzdálenost elektronu od jádra $5,2 \cdot 10^{-11}$ m. (a) Vypočítejte velikost intenzity elektrického pole protonu v této vzdálenosti. Složka $\mu_{s,z}$ spinového magnetického dipólového momentu protonu je $1,4 \cdot 10^{-26}$ J·T $^{-1}$. (b) Vypočítejte velikost B magnetického pole protonu na ose z ve vzdálenosti $5,2 \cdot 10^{-11}$ m. (Tip: Použijte rov. (30.29).) (c) Jaký je poměr spinového magnetického dipólového momentu elektronu a protonu?

14C. Elektron v atomu má orbitální magnetické kvantové číslo $m_l = 0$. Jaké jsou složky (a) L_z a (b) $\mu_{orb,z}$? Nechť je atom ve vnějším magnetickém poli o indukci $\mathbf{B}$ velikosti 35 mT směřující ve směru osy z . Jaká je potenciální energie (c) orbitálního magnetického dipólového momentu elektronu a (d) spinového magnetického dipólového momentu elektronu v tomto poli? (e) Opakujte úkoly (a) až (d) pro $m_l = -3$.

15C. Nechť má elektron v atomu orbitální moment hybnosti s hodnotami m_l pro $l = 3$. Kolika hodnot může nabýt (a) L_z a (b) $\mu_{orb,z}$? Jaká je největší a nejmenší dovolená velikost (výjádřená pomocí h , m a e) složek (c) L_z a (d) $\mu_{orb,z}$? (e) Jaká je největší dovolená velikost z -ové složky jeho výsledného momentu hybnosti (orbitálního plus spinového)? (f) Kolika různých hodnot (kladných, záporných či nuly) může nabýt z -ová složka výsledného momentu hybnosti?

16Ú. Obr. 32.30 představuje energiové spektrum; na svislou osu vynášíme energiové hladiny atomu (jako v obr. 8.17). V nepřítomnosti pole má atom dvě hladiny E_1 a E_2 (obr. 32.30a). Je-li atom umístěn do magnetického pole 0,50 T, energiové spektrum se změní tak, jak ukazuje obr. 32.30b. (Zanedbejte spinový magnetický moment a uvažujte pouze potenciální energii $\mu_{orb} \cdot \mathbf{B}$.) Hladina E_1 se nezmění, ale hladina E_2 se rozštěpí na trojici blízkých hladin. Jaké jsou hodnoty m_l spojené s energiovou hladinou (a) E_1 a (b) E_2 ? (c) Jaká je vzájemná vzdálenost energiových hladin v tripletu na obr. 32.30b?

**Obr. 32.30** Úloha 16

17Ú. Náboj Q je stejnoměrně rozložen podél prstence poloměru r . Prstenec rotuje s úhlovou rychlostí ω kolem osy symetrie kolmé k jeho rovině. (a) Dokažte, že magnetický moment v důsledku rotace náboje je

$$\mu = \frac{1}{2} Q \omega r^2.$$

(b) Jaký je směr příslušného magnetického momentu v případě, že je náboj kladný?

ODST. 32.6 Diamagnetismus

18C. Obr. 32.31 ukazuje smyčkový model (smyčka K) pro diamagnetickou látku. (a) Načrtněte indukční čáry magnetického pole procházející smyčkou a v okolí smyčky vyvolaného tyčovým magnetem. (b) Jaký je směr výsledného magnetického dipólového momentu μ a směr odpovídajícího proudu I ve smyčce? (c) Jaký je směr magnetické síly působící na smyčku?

**Obr. 32.31** Cvičení 18 a 22

19Ú*. Předpokládejme, že elektron s hmotností m a nábojem velikosti e se pohybuje po kružnici o poloměru r okolo jádra. Dále předpokládejme, že je zapnuto homogenní magnetické pole o indukci $\mathbf{B}$, která je kolmá k rovině dráhy. Za předpokladu, že se poloměr dráhy nezmění a že změna velikosti rychlosti elektronu v důsledku přiloženého pole $\mathbf{B}$ je malá, určete vztah pro orbitální magnetický dipólový moment elektronu.

ODST. 32.7 Paramagnetismus

20C. Paramagnetický plyn, jehož atomy mají vlastní magnetický dipólový moment $1,0 \cdot 10^{-23}$ J·T $^{-1}$, se nalézá v magnetickém poli o indukci 0,50 T. Při jaké teplotě bude střední kinetická energie translačního pohybu atomů plynu rovna energii potřebné na překlopení magnetického dipólu jednoho atomu plynu v daném magnetickém poli?

21C. Permanentní tyčový válcový magnet má délku 5,00 cm, průměr 1,00 cm a konstantní magnetizaci $5,30 \cdot 10^3$ A·m $^{-1}$. Jaký je jeho magnetický dipólový moment?

22C. Opakujte cvič. 18 pro případ, kdy smyčka je z paramagnetického materiálu.

23C. Zkoumáme, zda vzorek paramagnetické soli s magnetizační křivkou podle obr. 32.10 splňuje Curieův zákon. Vzorek je umístěn do homogenního magnetického pole o indukci 0,50 T, která je během experimentu konstantní. Magnetizaci M pak měříme za teplot v rozmezí 10 K až 300 K. Platí za těchto podmínek Curieův zákon?

24C. Vzorek paramagnetické soli s magnetizační křivkou podle obr. 32.10 má pokojovou teplotu 300 K. V jak silném magnetickém poli bude stupeň saturace (a) 50 %, (b) 90 %? Jsou pole o této magnetické indukci běžně dosažitelná v laboratorních podmínkách?

25C. Vzorek paramagnetické soli s magnetizační křivkou podle obr. 32.10 se nalézá v homogenním magnetickém poli o indukci 2,0 T. Za jaké teploty bude stupeň magnetické saturace vzorku (a) 50 % a (b) 90 %?

26Ú. Elektron s kinetickou energií E_k obíhá po kružnici v rovině kolmé k homogennímu magnetickému poli. Elektron podléhá pouze síle tohoto pole. (a) Dokažte, že magnetický dipólový moment v důsledku orbitálního pohybu má velikost $\mu = E_k/B$ a má opačný směr než $\mathbf{B}$. (b) Jaká je velikost a směr magnetického dipólového momentu kladného iontu s kinetickou energií E_k za stejných podmínek? (c) V 1 m^3 ionizovaného plynu je $5,3 \cdot 10^{21}$ elektronů a stejný počet kladných iontů. Předpokládejte, že střední kinetická energie* elektronu je $6,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ a střední kinetická energie iontu je $7,6 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. Vypočítejte velikost magnetizace plynu, nalézá-li se v magnetickém poli o indukci 1,2 T.

27Ú. Uvažujte tuhé těleso obsahující N atomů v jednotkovém objemu. Každý atom má magnetický dipólový moment μ . Předpokládejte, že směr μ může být pouze paralelní nebo antiparalelní s vnějším polem $\mathbf{B}$ (to bude případ, kdy μ pochází od spinu pouze jednoho elektronu). Pomocí statistické mechaniky lze dokázat, že pravděpodobnost výskytu atomu ve stavu s energií E je úměrná $e^{-E/kT}$, kde T je absolutní teplota a k je Boltzmannova konstanta. Protože platí $E = -\mu \cdot \mathbf{B}$, je počet atomů, jejichž dipólový moment je paralelní s $\mathbf{B}$, úměrný $e^{\mu B/kT}$ a počet atomů, jejichž dipólový moment je antiparalelní s $\mathbf{B}$, je úměrný $e^{-\mu B/kT}$. (a) Ukažte, že magnetizace tohoto tělesa je $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$, kde $\tanh$ je hyperbolický tangens, definovaný vztahem $\tanh(x) = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$. (b) Ukažte, že výsledky uvedené v (a) se redukují na vztah $M = N\mu^2 B/(kT)$ pro $\mu B \ll kT$. (c) Ukažte, že výsledky uvedené v (a) se redukují na vztah $M = N\mu$ pro $\mu B \gg kT$. (d) Ukažte, že výsledky (b) i (c) kvalitativně souhlasí s obr. 32.10.

ODST. 32.8 Feromagnetismus

28C. Měření v dolech a hloubkových vrtech ukazuje, že teplota uvnitř Země vzrůstá s hloubkou průměrně o 30°C na 1 km. Určete, v jaké hloubce ztratí železo feromagnetismus za předpokladu, že na zemském povrchu je teplota 10°C . (Curieova teplota železa se s tlakem mění velmi málo, proto tuto závislost neberte v úvahu.)

29C. Výměnná interakce, kterou se v čl. 32.8 objasňuje feromagnetismus, je něco úplně jiného než magnetická interakce mezi dvěma magnetickými dipóly. Abyste se o tom přesvědčili, vypočítejte (a) velikost magnetické indukce, kterou vytváří atom kobaltu (s magnetickým dipólovým momentem $1,5 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$) v bodě C, který je ve vzdálenosti 10 nm od něj ve směru osy dipólu; (b) nejmenší energii potřebnou k překlopení sousedního atomu kobaltu, který se v bodě C nachází. K jakému závěru dojdete porovnáním tohoto výsledku s výsledky př. 32.2?

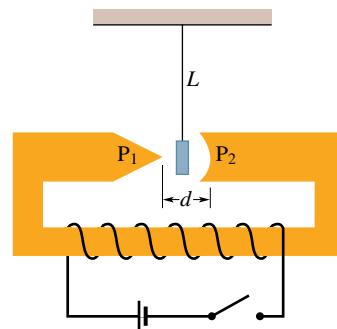
30C. Saturační magnetizace $M_{\max}$ feromagnetického niklu je $4,70 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$. Vypočítejte magnetický moment jednoho atomu

niklu. (Hustota niklu je $8,90 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ a jeho molární hmotnost je $58,71 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.)

31C. Magnetický dipólový moment atomu železa v železné tyči je $2,1 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$. Předpokládejme, že všechny atomy v tyči délky 5,0 cm a příčného průřezu $1,0 \text{ cm}^2$ mají dipólové momenty seřazeny ve stejném směru. (a) Jaký je dipólový moment tyče? (b) Jak velký moment síly musí působit, aby se magnet udržel v poloze kolmé k vnějšímu magnetickému poli o indukci 1,5 T? Hustota železa je $7900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

32Ú. Magnetický dipólový moment Země je $8,0 \cdot 10^{22} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$. (a) Pokud by zdrojem tohoto magnetismu byla zmagnetovaná železná koule ve středu Země, jaký by byl její poloměr? (b) Jakou část objemu Země by koule zaujímala? Předpokládejte úplné uspořádání všech dipólů. Hustota vnitřního jádra Země je $14000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Magnetický atomový moment atomu železa je $2,1 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$. (Tip: O vnitřním jádru Země se předpokládá, že má část tuhou a část kapalnou a že je zčásti železné; přesto je však permanentní magnet jako zdroj zemského magnetismu vyloučen z několika příčin. Jedním z důvodů je, že teplota jádra Země zcela určitě převyšuje teplotu Curieovu.)

33Ú. Obr. 32.32 ukazuje zařízení používané při přednášce k demonstraci paramagnetismu a diamagnetismu. Vzorek magnetické látky je zavěšen na dlouhém vlákně v nehomogenním poli (šířky $d = 2 \text{ cm}$) mezi póly silného elektromagnetu. Pól P_1 je ostře zašpičatěn a pól P_2 je vyhlouben, jak je naznačeno v obrázku. Jakékoli vychýlení vlákna ze svislého směru sledují posluchači optickou projekční soustavou (není zakreslena). (a) Nejprve je použit bismutový (diamagnetický) vzorek. Po zapnutí elektromagnetu se vzorek poněkud vychýlí (asi o 1 mm) k jednomu z pólů. Jaký je směr této výchylky? (b) Jako další je použit hliníkový (paramagnetický a vodivý) vzorek. Po zapnutí elektromagnetu pozorujeme, že se vzorek znatelně (asi o 1 cm) vychýlí asi na dobu jedné sekundy směrem k jednomu pólu a potom se mírně vychýlí ke druhému pólu. Vysvětlíte to a určete, ke kterému z pólů se vzorek vychyluje. (Tip: Hliníkový vzorek je vodič; použijte Lenzův zákon.) (c) Co by se stalo v případě feromagnetického vzorku?



Obr. 32.32
Úloha 33

34Ú. Magnetický kompas má střelku (o hmotnosti 0,050 kg a délce 4,0 cm) orientovanou ve směru vodorovné složky zemského magnetického pole. V místě kompasu je tato složka $B_h = 16 \mu\text{T}$. Poté, co do kompasu zlehka klepneme, kmitá

* V nízkoteplotním plazmatu mohou mít systém elektronů a systém iontů podstatně různé teploty.

volně otáčivá stříška ve vodorovné rovině s úhlovou frekvencí $45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Stanovte magnetický dipólový moment stříšky za předpokladu, že stříška je homogenní tenká tyč uchycená ve svém středu.

35Ú. Rowlandův prstenec je tvořen feromagnetikem. Má kruhový průřez s vnitřním poloměrem $5,0 \text{ cm}$, s vnějším poloměrem $6,0 \text{ cm}$ a jeho primární vinutí má 400 závitů. (a) Jaký proud musí téci vinutím, abychom uvnitř toroidu vytvořili pole $B_0 = 0,20 \text{ mT}$? (b) Sekundární cívka navinutá okolo toroidu má 50 závitů a odpor $8,0 \Omega$. Jak velký náboj prošel sekundární cívkou po zapnutí proudu do primárního vinutí, je-li $B_M = 800 B_0$?

ODST. 32.9 Indukované magnetické pole

36C. Při jakém poloměru r je indukované magnetické pole rovno 50% své nejvyšší hodnoty podle zadání z př. 32.4?

37C. Ve vzdálenosti $6,0 \text{ mm}$ od osy deskového kondenzátoru s kruhovými elektrodami má mít v prostoru mezi elektrodami indukované magnetické pole velikost $2,0 \cdot 10^{-7} \text{ T}$. Elektrody mají poloměr $3,0 \text{ mm}$. Jaká je k tomu potřebná rychlost změny intenzity elektrického pole dE/dt mezi elektrodami?

38Ú. Deskový kondenzátor s kruhovými elektrodami o poloměru $R = 16 \text{ mm}$ a vzdálenosti elektrod $d = 5,0 \text{ mm}$ vytváří v prostoru mezi nimi homogenní elektrické pole. Napětí mezi elektrodami je pro $t \geq 0$ vyjádřeno funkcí $U = (100 \text{ V})e^{-t/\tau_C}$ s časovou konstantou $\tau_C = 12 \text{ ms}$. Určete magnetické pole v mezeře kondenzátoru v radiální vzdálenosti $r = 0,80R$ od jeho osy (a) jako funkci času pro $t \geq 0$ a (b) v čase $t = 3\tau_C$.

39Ú. Uvažujme deskový kondenzátor s kruhovými elektrodami o poloměru $R = 30 \text{ mm}$ ve vzdálenosti $5,0 \text{ mm}$. Předpokládejme dále, že na elektrody přivedeme obvyklé síťové napětí, tj. sinusové napětí o kmitočtu 50 Hz s amplitudou 325 V :

$$U = (325 \text{ V}) \sin(2\pi(50 \text{ Hz})t).$$

(a) Vypočítejte amplitudu indukovaného magnetického pole $B_{\max}(r)$ pro $r = R$. (b) Zobraďte $B_{\max}(r)$ pro $0 < r < 10 \text{ cm}$.

ODST. 32.10 Maxwellův proud

40C. Dokažte, že pro Maxwellův proud v deskovém kondenzátoru o kapacitě C platí vztah $I_M = C(dU/dt)$, kde U je napětí na elektrodách.

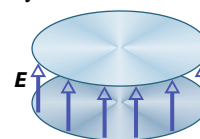
41C. Jaká musí být rychlost změny napětí na elektrodách kondenzátoru s kapacitou $2,0 \mu\text{F}$, aby vyvolala Maxwellův proud $1,5 \text{ A}$?

42C. Pro zadání z př. 32.4 ukažte, že hustota Maxwellova proudu má pro $r \leq R$ velikost $J_M = \epsilon_0(dE/dt)$.

43C. Vybíjíme deskový kondenzátor s kruhovými elektrodami o poloměru $0,10 \text{ m}$. Kružnice o poloměru $0,20 \text{ m}$ je soustředná s elektrodami kondenzátoru a leží uprostřed mezery mezi elektrodami. Maxwellův proud plochou ohraničenou kružnicí je $2,0 \text{ A}$. Jaká je rychlost změny intenzity elektrického pole mezi deskami?

44C. Při vybíjení deskového kondenzátoru s kruhovými elektrodami o poloměru R je Maxwellův proud středovou kruhovou oblastí o poloměru $R/2$ a rovnoběžnou s elektrodami roven $2,0 \text{ A}$. Jak velký je vybíjecí proud?

45Ú. Velikost intenzity elektrického pole mezi dvěma kruhovými elektrodami deskového kondenzátoru na obr. 32.33 je $E = 4,0 \cdot 10^5 - 6,0 \cdot 10^4 t$, kde E i t jsou v jednotkách SI. V čase $t = 0$ směřuje pole $\mathbf{E}$ svisle vzhůru. Plocha elektrody je $0,04 \text{ m}^2$. Pro $t \geq 0$ určete (a) velikost a směr Maxwellova proudu mezi elektrodami, (b) zda směr magnetické indukce $\mathbf{B}$ vzhledem k elektrodám (podle obrázku) je ve směru, nebo proti směru otáčení hodinových ručiček.

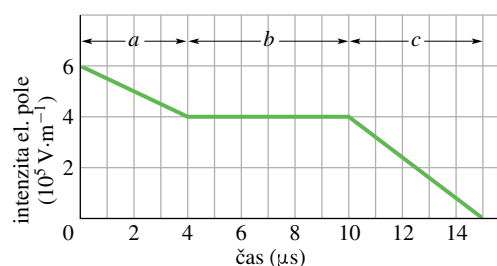


Obr. 32.33
Úloha 45

46Ú. Deskový kondenzátor s kruhovými elektrodami o poloměru R se vybíjí proudem $6,0 \text{ A}$. (a) V jaké vzdálenosti od jeho osy má indukované magnetické pole velikost 75% své největší hodnoty? (b) Jaká je maximální velikost magnetické indukce, je-li $R = 0,040 \text{ m}$?

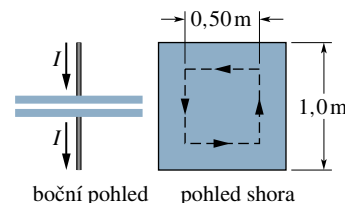
47Ú. Při vybíjení deskového kondenzátoru s kruhovými elektrodami o průměru 20 cm je hustota Maxwellova proudu v celém prostoru mezi elektrodami konstantní a má velikost $20 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$. (a) Vypočítejte velikost B indukce magnetického pole ve vzdálenosti $r = 50 \text{ mm}$ od osy kondenzátoru. (b) Vypočítejte dE/dt v prostoru mezi elektrodami.

48Ú. Homogenní elektrické pole o počáteční intenzitě $6,0 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ zaniká během $15 \mu\text{s}$ podle obr. 32.34. Vypočítejte velikost Maxwellova proudu plochou $1,6 \text{ m}^2$ kolmou ke směru pole v jednotlivých intervalech a , b , c naznačených v grafu. (Nezabývejte se podrobněji chováním na koncích intervalů.)



Obr. 32.34 Úloha 48

49Ú. Deskový kondenzátor má čtvercové elektrody o straně $1,0 \text{ m}$ podle obr. 32.35. Kondenzátor je nabíjen proudem $2,0 \text{ A}$,



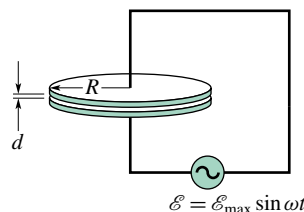
Obr. 32.35
Úloha 49

který vyvolá mezi elektrodami elektrické pole $\mathbf{E}$ kolmé k jejich povrchu. (a) Jak velký je Maxwellův proud mezi elektrodami? (b) Jaká je hodnota dE/dt v této oblasti? (c) Jaký velký je Maxwellův proud čárkovně vyznačeným čtvercem? (d) Jakou hodnotu má $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ po obvodu vyčárkovaného čtverce?

50Ú. Dlouhý přímý stříbrný vodič má rezistivitu $\rho = 1,62 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ a příčný průřez $5,00 \text{ mm}^2$. Proud je v průřezu vodiče stejnoměrně rozložen a při velikosti 100 A se mění rychlostí $2000 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$. (a) Jak velká je intenzita (homogenního) elektrického pole ve vodiči, je-li proud protékající vodičem 100 A ? (b) Jak velký je Maxwellův proud ve vodiči ve stejném okamžiku? (c) Vypočítejte poměr velikosti magnetické indukce pole vyvolaného Maxwellovým proudem k velikosti magnetické indukce pole vytvořeného vodivým proudem ve vzdálenosti r od vodiče? Permittivitu stříbra můžeme položit rovnu ε_0 .

51Ú. Deskový kondenzátor (obr. 32.36) s kruhovými elektro-

dami o poloměru $R = 18,0 \text{ cm}$ je připojen ke zdroji emf $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{max}} \sin \omega t$, kde $\mathcal{E}_{\text{max}} = 220 \text{ V}$ a $\omega = 130 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Amplituda Maxwellova proudu je $I_M = 7,60 \mu\text{A}$. Zanedbejte rozptyl elektrického pole na okraji elektrod. (a) Jaká je maximální hodnota proudu I v obvodu? (b) Jaká je maximální hodnota $d\Phi_E/dt$, kde Φ_E je tok elektrické intenzity plochou mezi elektrodami? (c) Jaká je vzdálenost d mezi elektrodami? (Permittivita mezi deskami je ε_0 .) (d) Vypočítejte největší velikost B magnetické indukce mezi elektrodami ve vzdálenosti $r = 11,0 \text{ cm}$ od středu.



Obr. 32.36
Úloha 51