

Vysokofrekvenční technika

Základní principy

Pásmo	Označení frekvenčního pásma	Frekvence	Vlnová délka
2	ELF (Extreme Low Frequency)	30 - 300 Hz	10 - 1 Mm
3	VF (Voice Frequency)	300 - 3000 Hz	1 - 0,1 Mm
4	VLF (Very Low Frequency)	3 - 30 kHz	100 - 10 km
5	LF (Low Frequency)	30 - 300 kHz	10 - 1 km
6	MF (Medium Frequency)	300 - 3000 kHz	1 - 0,1 km
7	HF (High Frequency)	3 - 30 MHz	100 - 10 m
8	VHF (Very High Frequency)	30 - 300 MHz	10 - 1 m
9	UHF (Ultra High Frequency)	300 - 3000 MHz	100 - 10 cm
10	SHF (Super High Frequency)	3 - 30 GHz	10 - 1 cm
11	EHF (Extreme High Frequency)	30 - 300 GHz	1 - 0,1 cm
12	Decimillimeter	300 - 3000 GHz	1 - 0,1 mm

Tabulka 1.1. Označení kmitočtových pásem dle IEEE.

Teorie vysokofrekvenčního vedení

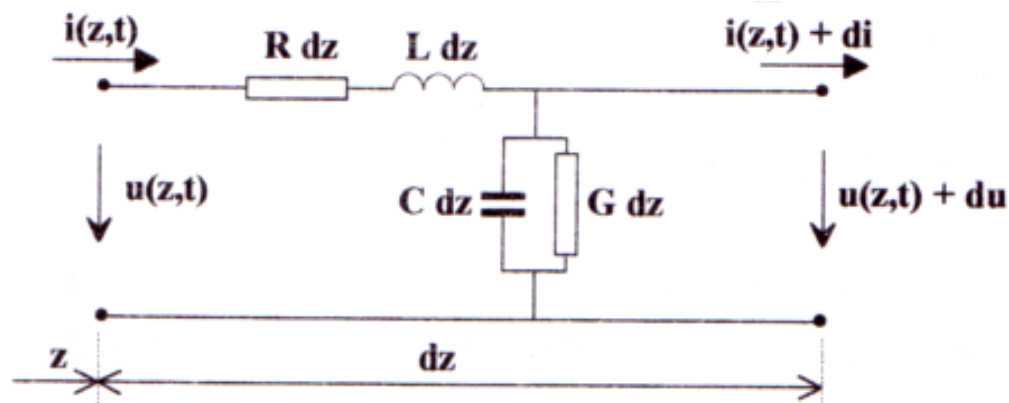
Předpoklad: a) příčné rozměry vedení $\ll \lambda_g$, vlna TEM

b) vedení je příčně homogenní

Primární parametry vedení.

R - měrný odpor	$[\Omega/\text{m}]$
L - měrná indukčnost	$[\text{H}/\text{m}]$
G - měrná příčná vodivost	$[\text{S}/\text{m}]$
C - měrná kapacita	$[\text{F}/\text{m}]$

Homogenní vedení - R, L, G, C jsou konstanty



Obr. 1.1.1

kde

$$du = \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} \cdot dz \quad \text{a} \quad di = \frac{\partial i(z,t)}{\partial z} \cdot dz \quad (1.1.1)$$

harmonický časový průběh

$$u(z, t) = U(z) \cdot e^{j\omega t} \quad (1.1.2)$$

$$i(z, t) = I(z) \cdot e^{j\omega t} \quad (1.1.3)$$

Pak

$$\frac{dU(z)}{dz} = -(R + j\omega L) \cdot I(z) = -Z_m \cdot I(z) \quad (1.1.4)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C) \cdot U(z) = -Y_m \cdot U(z), \quad (1.1.5)$$

kde Z_m resp. Y_m je tzv. podélná měrná impedance resp. příčná měrná admitance. Po derivaci lze získat tzv. telegrafní rovnice.

$$\frac{d^2 U(z)}{dz^2} = Z_m \cdot Y_m \cdot U(z) \quad (1.1.6)$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} = Z_m \cdot Y_m \cdot I(z). \quad (1.1.7)$$

Jsou to obyčejné lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními (komplexními) koeficienty.

Řešení:
$$U(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{\gamma z} \quad (1.1.8)$$

kde $\gamma = \sqrt{Z_m \cdot Y_m} = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} = \beta + j\alpha$, α a β jsou reálné.

Sekundární parametry vedení.
$$U(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{\gamma z}$$

γ - konstanta šíření

$$\gamma = \sqrt{Z_m \cdot Y_m} = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} = \beta + j\alpha$$

Z_v - charakteristická (vlnová) impedance

$$Z_v = \frac{Z_m}{\gamma} = \frac{Z_m}{\sqrt{Z_m \cdot Y_m}} = \sqrt{\frac{Z_m}{Y_m}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

Z (1.1.4) po dosazení (1.1.8) lze získat pro proud:
$$I(z) = \frac{1}{Z_v} \cdot (V^+ \cdot e^{-\gamma z} - V^- \cdot e^{+\gamma z})$$

Postupná vlna:
$$u(z, t) = V^+ \cdot e^{-\beta z} \cdot e^{j(\omega t - \alpha z)}$$

Odražená vlna:
$$u(z, t) = V^- \cdot e^{+\beta z} \cdot e^{j(\omega t + \alpha z)}$$

$$U(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_v} \cdot (V^+ \cdot e^{-\gamma z} - V^- \cdot e^{+\gamma z})$$

$$U(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_v} \cdot \left(V^+ \cdot e^{-\gamma z} - V^- \cdot e^{+\gamma z} \right)$$

- Toto jsou velmi důležité rovnice vyjadřující podélné rozdělení proudu a napětí na vedení.
- Je to obecný případ pro libovolné impedanční zakončení.
- Rovnice vyjadřují odraženou a postupnou vlnu na vedení.

Postupná vlna: $u(z, t) = V^+ \cdot e^{-\beta z} \cdot e^{j(\omega t - \alpha z)}$

Odražená vlna: $u(z, t) = V^- \cdot e^{+\beta z} \cdot e^{j(\omega t + \alpha z)}$

β je tzv. konstanta útlumu (měrný útlum), α je tzv. fázová konstanta (měrný fázový posun).

Výraz $(\omega t - \alpha z) = \Phi$ je okamžitá fáze.

Jakou rychlostí se pohybují body s konstantní fází, tj. $\Phi = \text{konst.}$?

$\Phi = \text{konst.} \Rightarrow d\Phi = 0$. Tedy $\omega \cdot dt - \alpha \cdot dz = 0$. Odtud:

Fázová rychlost: $v_f = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\alpha}$ (1.1.14)

Vlnová délka: $\lambda_g = v_f \cdot T = v_f \cdot \frac{1}{f} = \frac{\omega}{\alpha \cdot f} = \frac{2\pi}{\alpha}$ (1.1.15)

1.2. Bezeztrátové vedení

Předpoklad: $R = 0$; $G = 0$, pak:

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega \sqrt{LC} = j\alpha$$

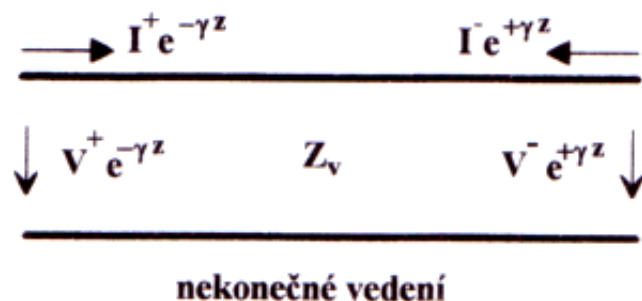
$$\Rightarrow \quad \beta = 0, \quad \alpha = \omega \cdot \sqrt{LC}$$

$$Z_v = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$v_f = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- V praxi se často používá zjednodušení zanedbáním ztrát ve vedení.
- Dostáváme reálnou vlnovou impedanci vedení.

1.4. Koeficient odrazu a impedance na vedení



Obr. 1.4.1.

Okamžité hodnoty výsledného napětí:

$$u(z, t) = V^+ \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{+\gamma z} = V^+ \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma z} \cdot \left(1 + \frac{V^- \cdot e^{\gamma z}}{V^+ \cdot e^{-\gamma z}} \right) \quad (1.4.1)$$

Napěťový **koeficient odrazu** v místě z .

$$\rho(z) = |\rho| \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{+\gamma z} = \frac{V^- \cdot e^{\gamma z}}{V^+ \cdot e^{-\gamma z}} \quad (1.4.2)$$

kde

$$|\rho| \cdot e^{j\varphi} = \frac{V^-}{V^+} \quad (1.4.3)$$

Pro $z = 0$ platí: $\rho(0) = |\rho| e^{j\varphi} e^{+2\gamma 0} = |\rho| e^{j\varphi} = V^-/V^+ \Rightarrow \rho(z) = \rho(0) e^{+2\gamma z}$

Vztah popisuje transformaci koeficientu odrazu $\rho(z)$ podél vedení.

Pak pro napětí podle (1.4.1) platí:

$$u(z, t) = V^+ \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma z} \cdot (1 + |\rho| \cdot e^{+2\gamma z} \cdot e^{j\varphi}) \quad (1.4.4)$$

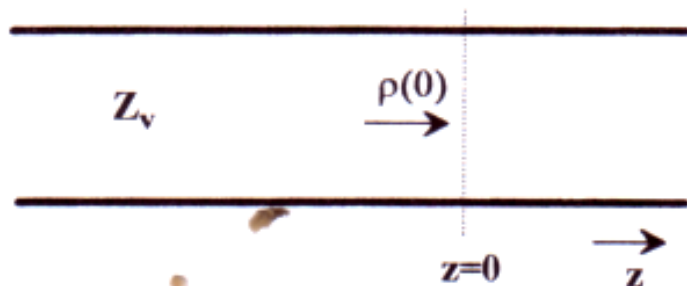
Okamžité hodnoty výsledného proudu:

$$i(z, t) = \frac{1}{Z_v} \cdot (V^+ \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma z} - V^- \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{+\gamma z}) = \frac{1}{Z_v} \cdot V^+ \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma z} \cdot (1 - |\rho| e^{j\varphi} e^{+2\gamma z}) \quad (1.4.5)$$

Impedance na vedení v místě z je pak určena:

$$Z(z) = \frac{u(z, t)}{i(z, t)} = Z_v \cdot \frac{1 + |\rho| \cdot e^{+2\gamma z} \cdot e^{j\varphi}}{1 - |\rho| \cdot e^{+2\gamma z} \cdot e^{j\varphi}} = Z_v \cdot \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} \quad (1.4.6)$$

Transformace $Z(z)$ podél vedení



Obr. 1.4.2.

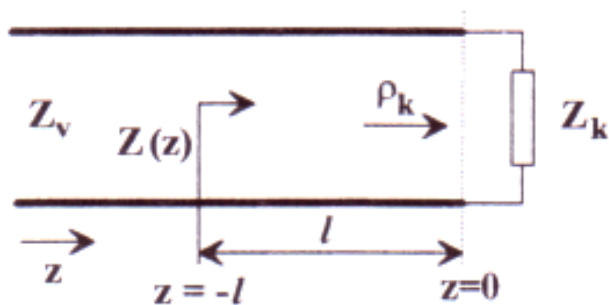
Nechť v místě $z=0$ je koeficient odrazu $\rho(0) = \rho_k$ resp. impedance:

$$Z(0) = Z_k = Z_v \cdot \frac{1 + \rho_k}{1 - \rho_k}, \quad (1.4.7)$$

tj.

$$\rho_k = \frac{Z_k - Z_v}{Z_k + Z_v}, \quad (1.4.8)$$

Impedanční poměry na vedení pro $z < 0$ se nezmění, je-li pravá část vedení se $z > 0$ nahrazena impedancí Z_k vytvářející koeficient odrazu ρ_k .



Obr. 1.4.3.

$$\rho(z) = \rho(0)e^{+2\gamma z}$$

$$\rho(z) = \rho(-l) = \rho_l$$

$$\rho(z=0) = \rho_K$$

$$\rho_l = \rho_k \cdot e^{-2\gamma l}$$

V místě z pak Z_k vytváří impedanci:

$$Z = Z_v \cdot \frac{1 + \rho_k \cdot e^{+2\gamma(-l)}}{1 - \rho_k \cdot e^{+2\gamma(-l)}} = \frac{Z_k + Z_v \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma l}}{1 + e^{-2\gamma l}}}{1 + \frac{Z_k}{Z_v} \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma l}}{1 + e^{-2\gamma l}}} = \frac{Z_k + Z_v \cdot \text{tgh}(\gamma l)}{1 + \frac{Z_k}{Z_v} \text{tgh}(\gamma l)} \quad (1.4.8)$$

$$\rho_k = \frac{Z_k - Z_v}{Z_k + Z_v}$$

$$\gamma = \beta + j\alpha$$

$$\rho_l = \rho_k \cdot e^{-2\beta l} e^{-j2\alpha l}$$

$$Z_K = Z_v \quad \rho_K = \frac{Z_K - Z_v}{Z_K + Z_v} \quad \rho_K = 0$$

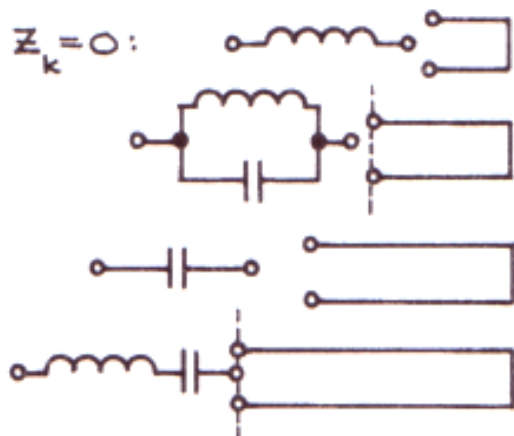
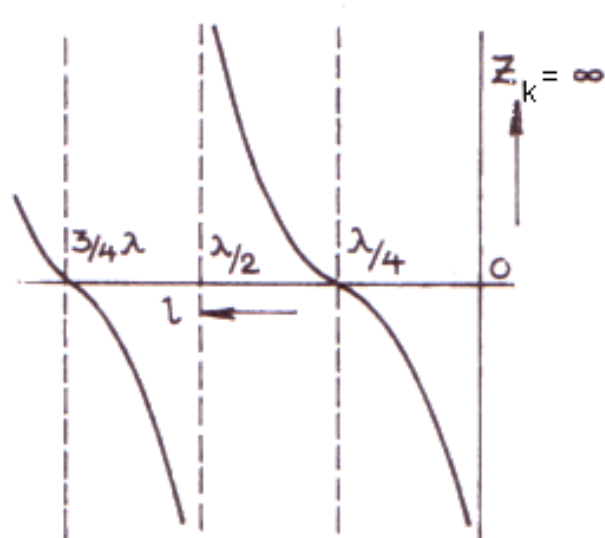
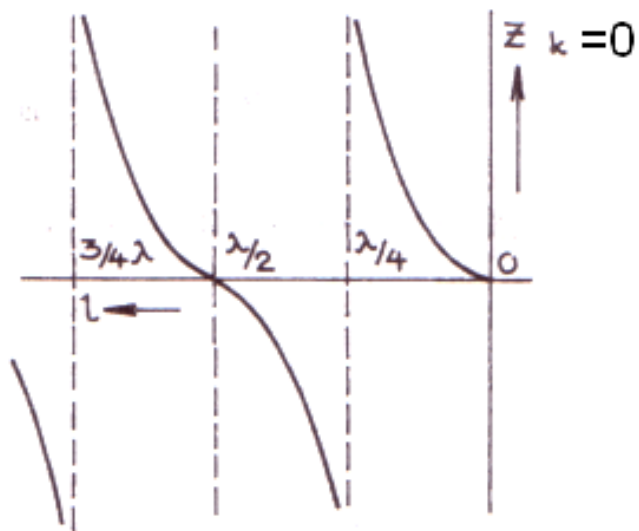
$Z(-l) = Z_v \rightarrow$ ideální přizpůsobení zakončovací impedance vedení.
Tedy není žádný odraz zpět ke generátoru.

$$Z_k = 0 \quad Z = Z_v \cdot \operatorname{tgh}(\gamma l) \quad (1.4.9)$$

$$\text{pro } \beta = 0 \quad Z = Z_v \cdot \operatorname{tgh}(j\alpha l) = j \cdot Z_v \cdot \operatorname{tg}(\alpha l) \quad (1.4.10)$$

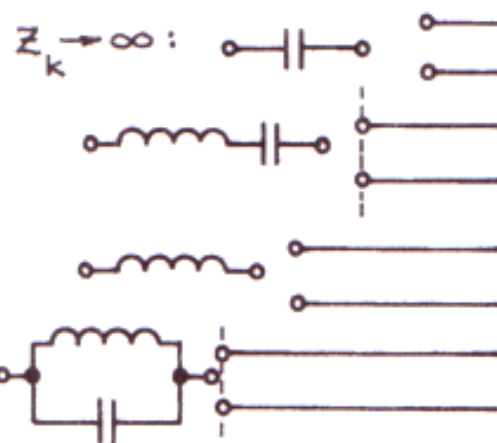
$$Z_k \rightarrow \infty \quad Z = Z_v \cdot \operatorname{cotgh}(\gamma l) \quad (1.4.11)$$

$$\text{pro } \beta = 0 \quad Z = Z_v \cdot \operatorname{cotgh}(j\alpha l) = -j \cdot Z_v \cdot \operatorname{cotgh}(\alpha l) \quad (1.4.12)$$



a)

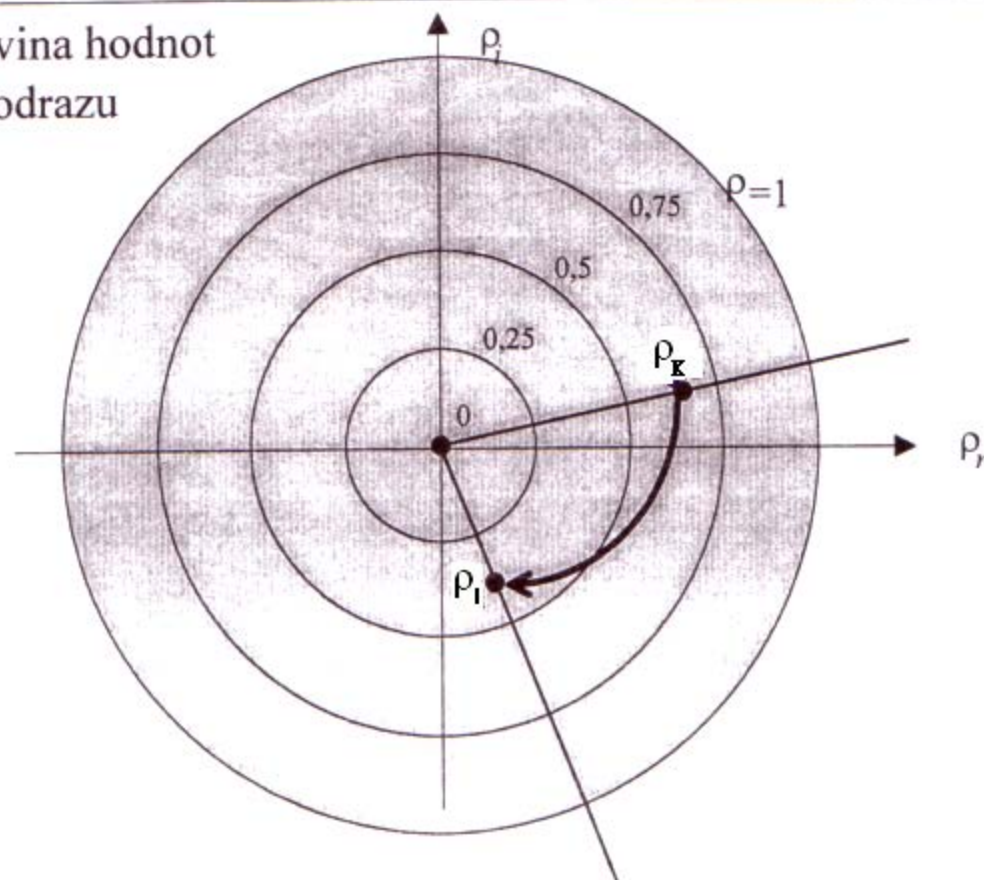
a) vf vedení nakrátko



b)

b) vf vedení naprázdno

Komplexní rovina hodnot
činitele odrazu



Obr. 3.3. Transformace modulu činitele odrazu podél vedení.

$$\rho_l = \rho_k \cdot e^{-2\beta l} e^{-j2\alpha l}$$

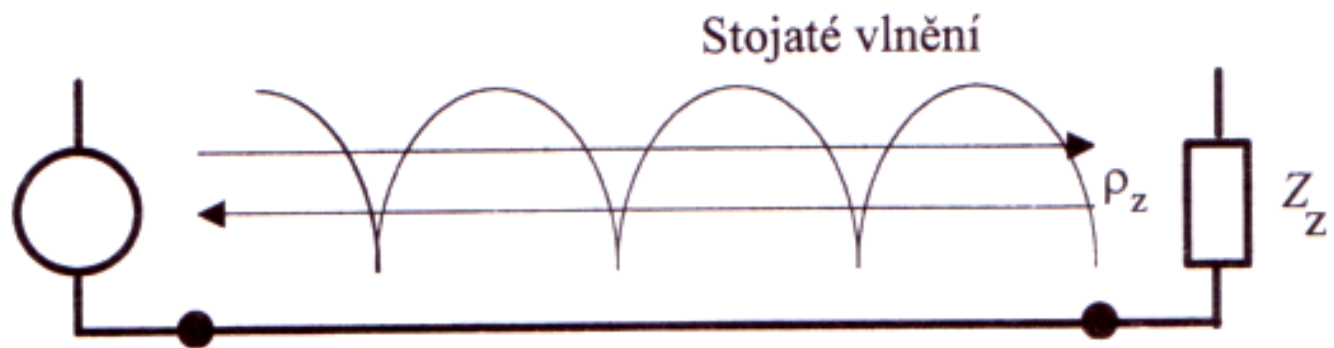
pro $l=0$ (konec vedení)

$$Z_k = Z_v \frac{1 + \rho_k}{1 - \rho_k} \quad (3.9)$$

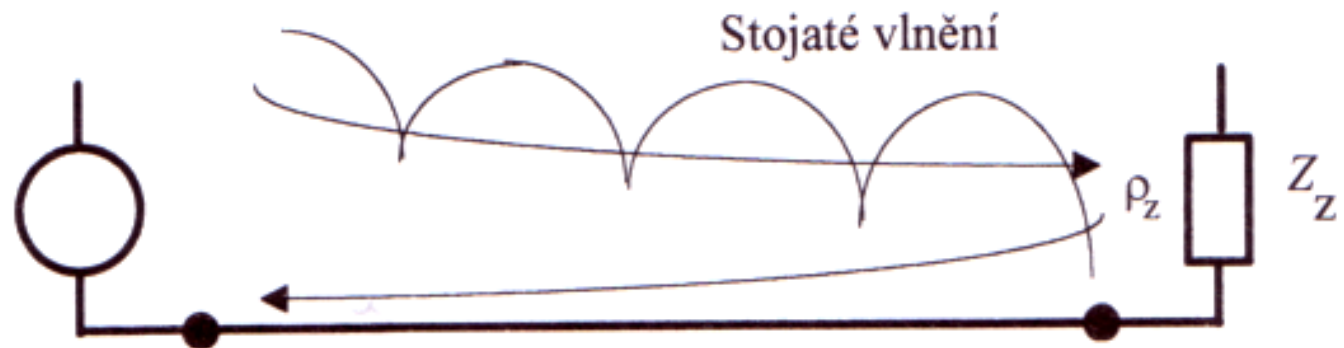
$$z_k = \frac{Z_k}{Z_v} = \frac{1 + \rho_k}{1 - \rho_k} \quad , \quad (3.10)$$

kde z_k je tzv. normovaná zakončovací impedance. Normování vlnovou impedancí Z_v definuje rovnice (3.10). Z poslední rovnice pak můžeme odvodit často užívaný vztah

$$\rho_k = \frac{Z_k - Z_v}{Z_k + Z_v} = \frac{z_k - 1}{z_k + 1} \quad . \quad (3.11)$$



a) Bezeztrátové vedení



b) Ztrátové vedení

Případ stojatých vln na bezeztrátovém vedení

$$U_{\max} = \{1 + |\rho_z|\} U^+ e^{-\gamma z} \quad , \quad (3.12)$$

$$U_{\min} = \{1 - |\rho_z|\} U^+ e^{-\gamma z} \quad . \quad (3.13)$$

V tomto případě je modul činitele odrazu ρ_z konstantní pro libovolnou hodnotu délky l . Na základě předchozích úvah pak můžeme definovat tzv. poměr stojatých vln, v české literatuře značený často symbolem p (nebo PSV)

$$p = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + |\rho_z|}{1 - |\rho_z|} \quad . \quad (3.14)$$

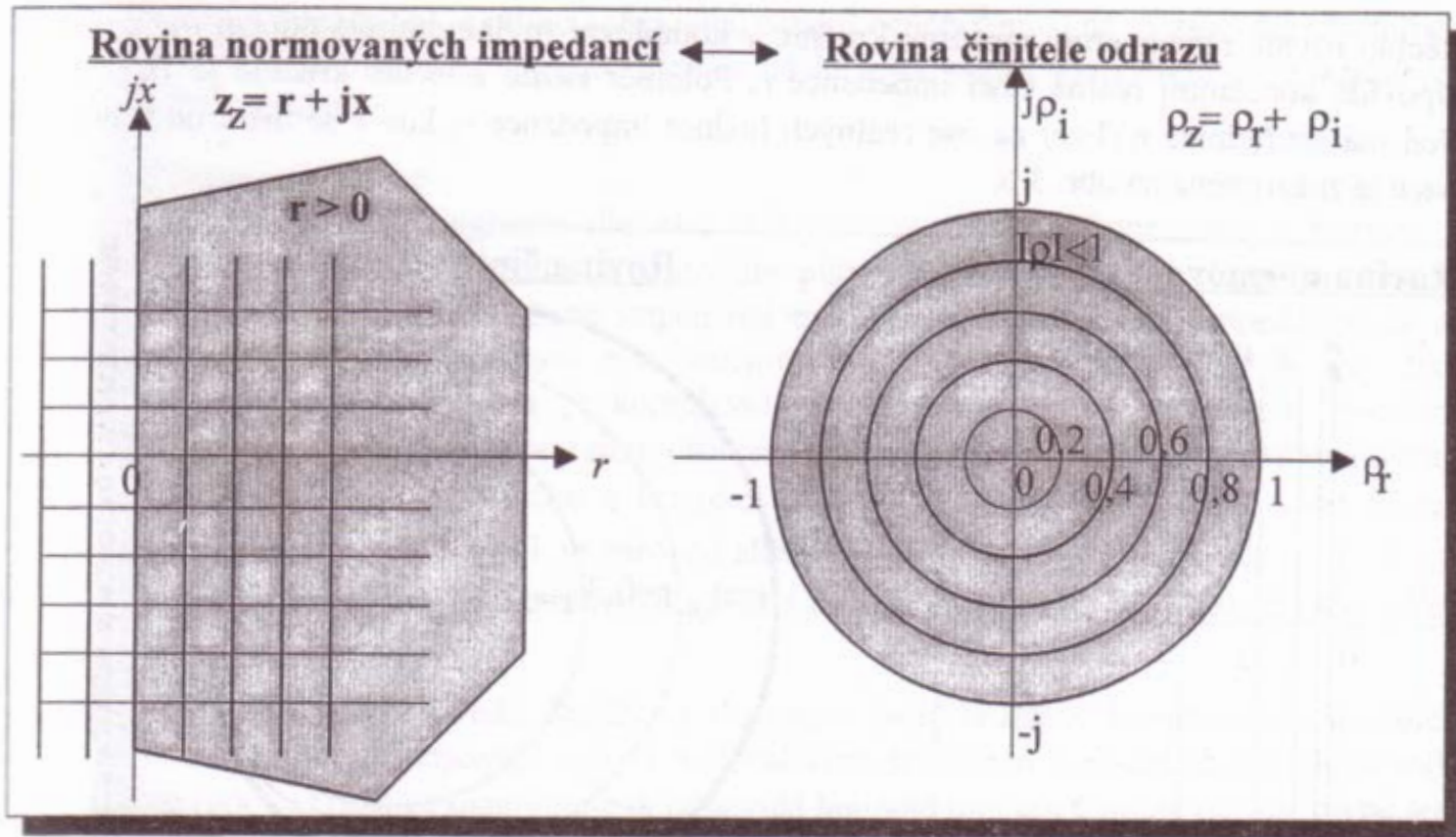
Podle své definice je hodnota poměru stojatých vln v rozmezí $1 \leq p < \infty$. Z předchozí vztahu pak lze vyjádřit i inverzní vztah mezi těmito veličinami

$$|\rho_z| = \frac{p - 1}{p + 1} \quad . \quad (3.15)$$

V případě bezeztrátového vedení je modul činitele odrazu konstantní podél celého vedení, jak jsme již uvedli v předchozím textu. Z toho pak plyne, že také poměr stojatých vln musí být podél vedení konstantní - je roven hodnotě na zakončovací impedanci. Tj. také hodnoty maxim i minim stojatých vln se podél vedení nemění. U vedení ztrátového je ale vše jinak. Hodnota poměru stojatých vln je největší na zakončovací impedanci a směrem ke generátoru neustále klesá - viz obr. 3.4b.

$$Z(z) = Z_v \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} \quad z_z(z) = \frac{Z(z)}{Z_v} = \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} \quad \rho(z) = \frac{z_z(z) - 1}{z_z(z) + 1}$$

$z_z(z)$ je normovaná impedance



Obr. 3.5. Zobrazení poloroviny impedancí do uzavřené kruhové oblasti v komplexní rovině činitele odrazu.

Smithův diagram můžeme odvodit z rovnic vyjadřující relaci mezi normovanou zakončovací impedancí vedení z_z a činitelem odrazu této impedance ρ_z

$$z_z = r + jx = \frac{1 + \rho_z}{1 - \rho_z} \quad , \quad (3.16)$$

$$\rho_z = \rho_r + j\rho_i = \frac{z_z - 1}{z_z + 1} \quad . \quad (3.17)$$

Dosazením rovnice (3.17) do (3.16) můžeme oddělit reálnou a imaginární složku normované hodnoty impedance

$$r = \frac{1 - \rho_r^2 - \rho_i^2}{(1 - \rho_r)^2 + \rho_i^2} \quad , \quad (3.18)$$

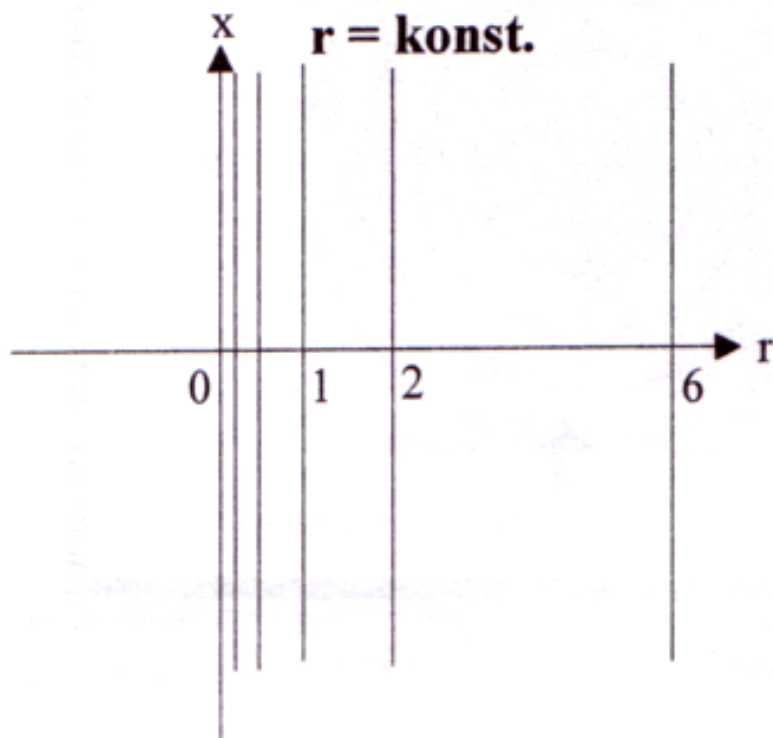
$$x = \frac{2\rho_i}{(1 - \rho_r)^2 + \rho_i^2} \quad . \quad (3.19)$$

Dvě poslední rovnice pak můžeme upravit do tvaru

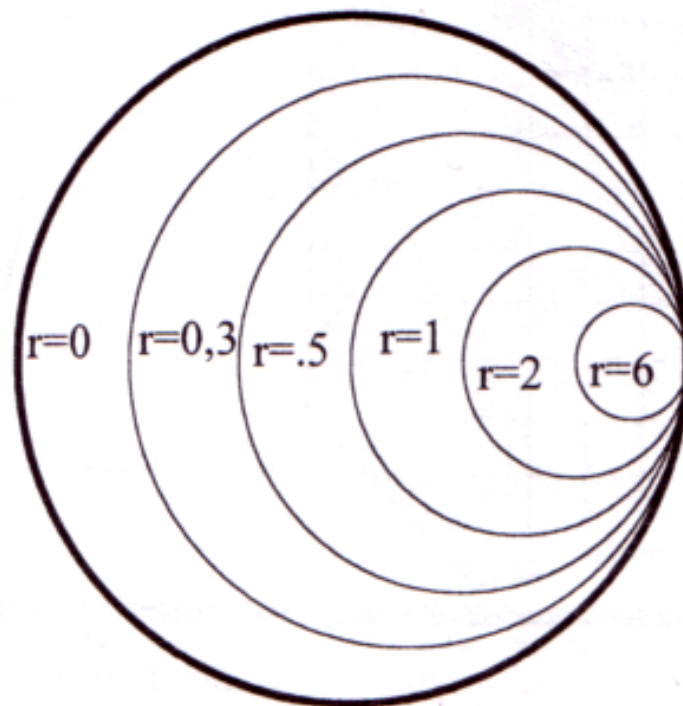
$$\left(\rho_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \rho_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad , \quad (3.20)$$

$$(\rho_r - 1)^2 + \left(\rho_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad . \quad (3.21)$$

Rovina normovaných impedancí

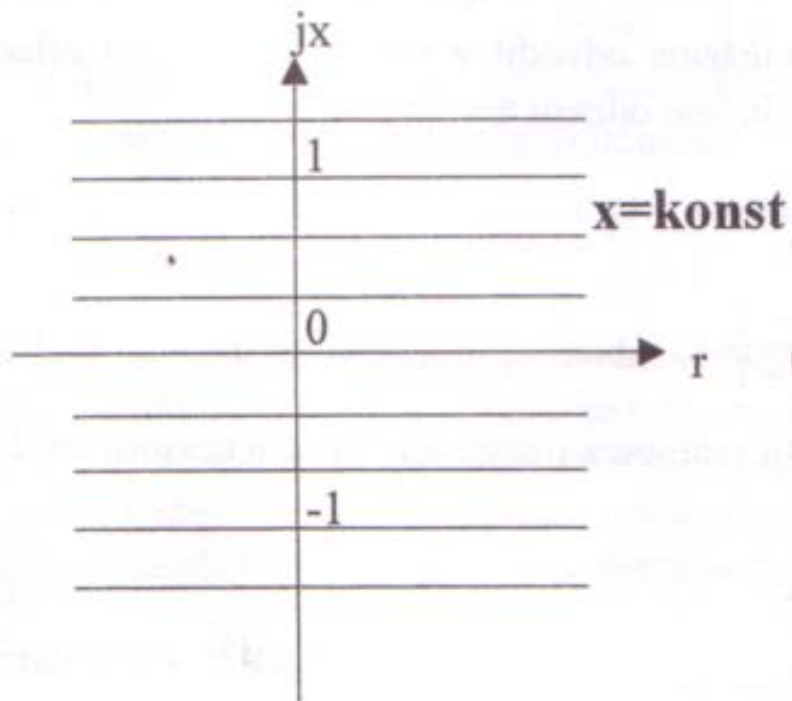


Rovina činitele odrazu

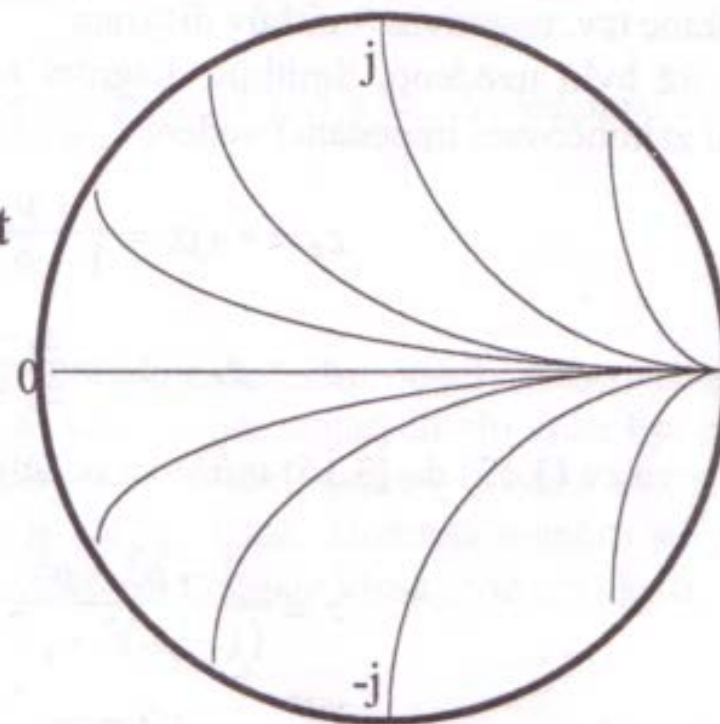


Obr. 3.6. Kružnice konstantní reálné části impedance.

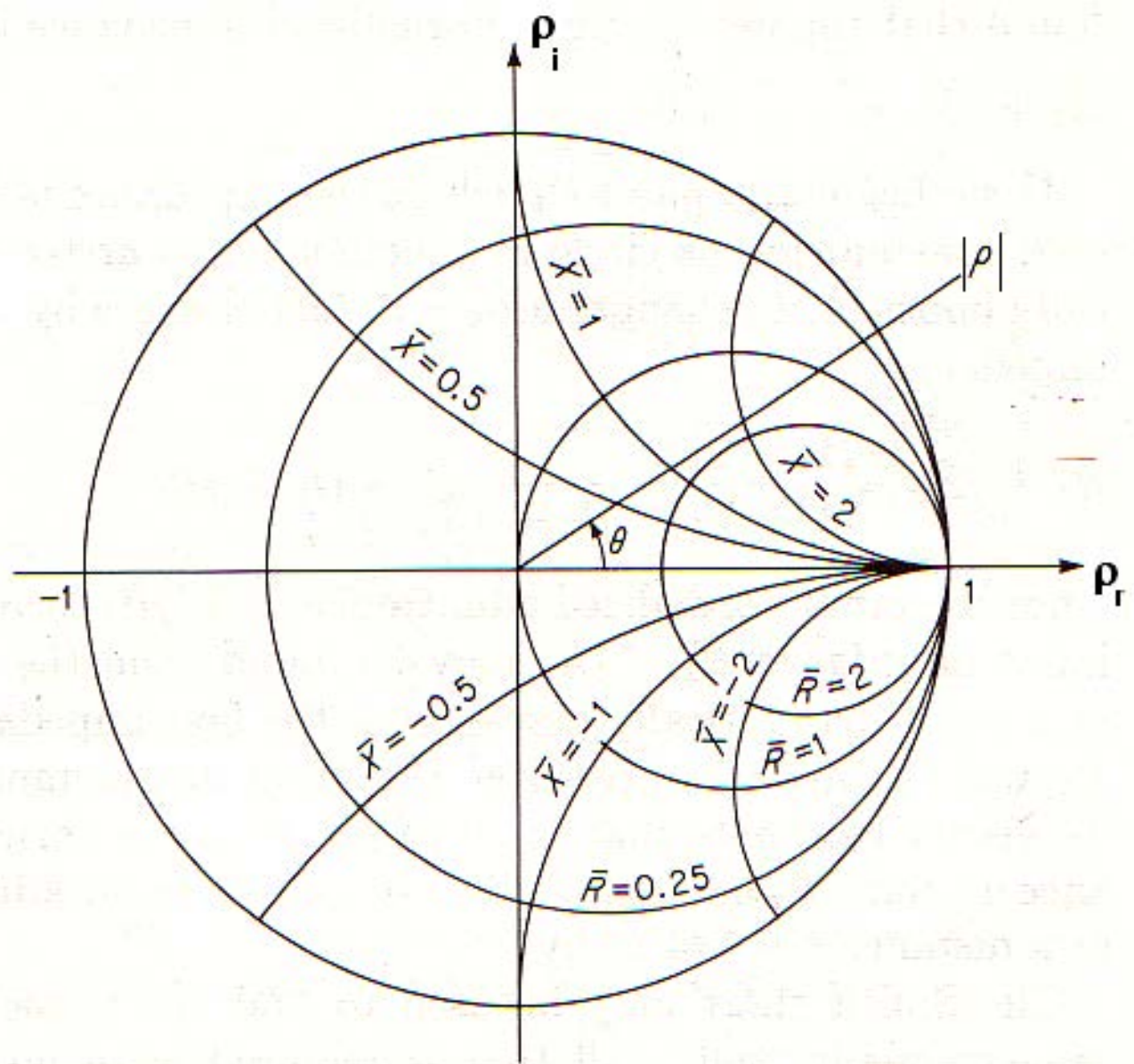
Rovina normovaných impedancí



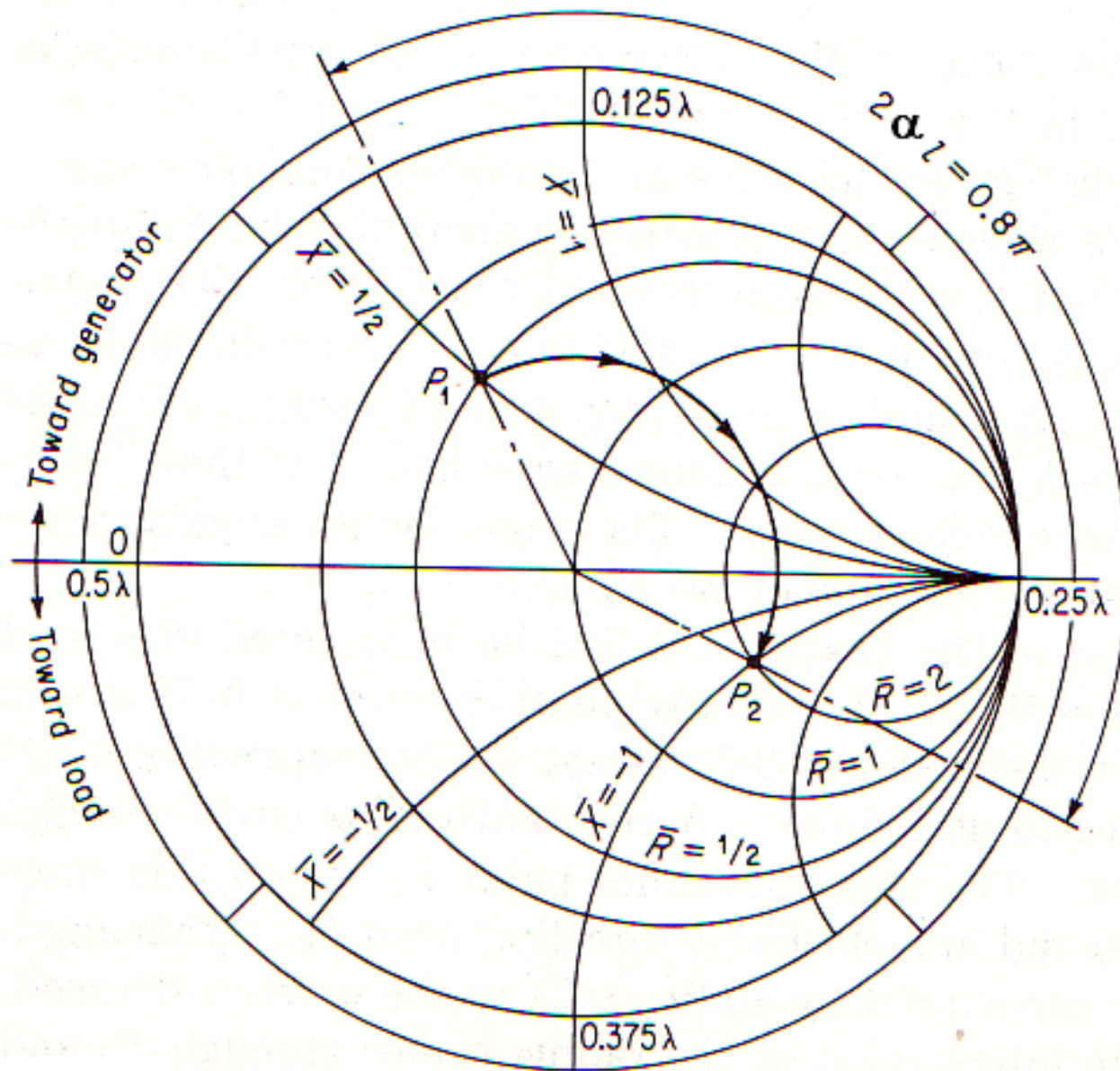
Rovina činitele odrazu



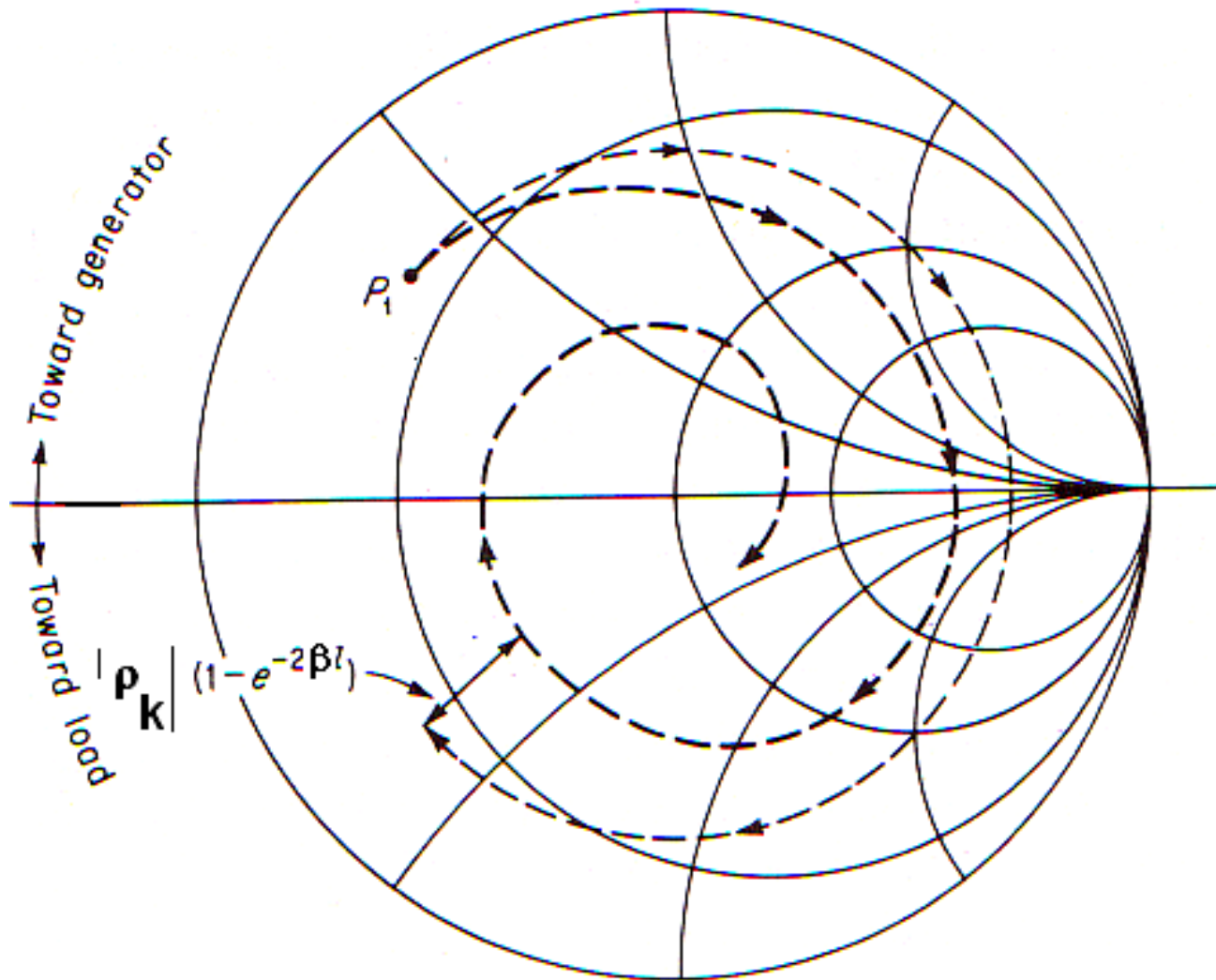
Obr. 3. 7. Kružnice konstantní imaginární části impedance.



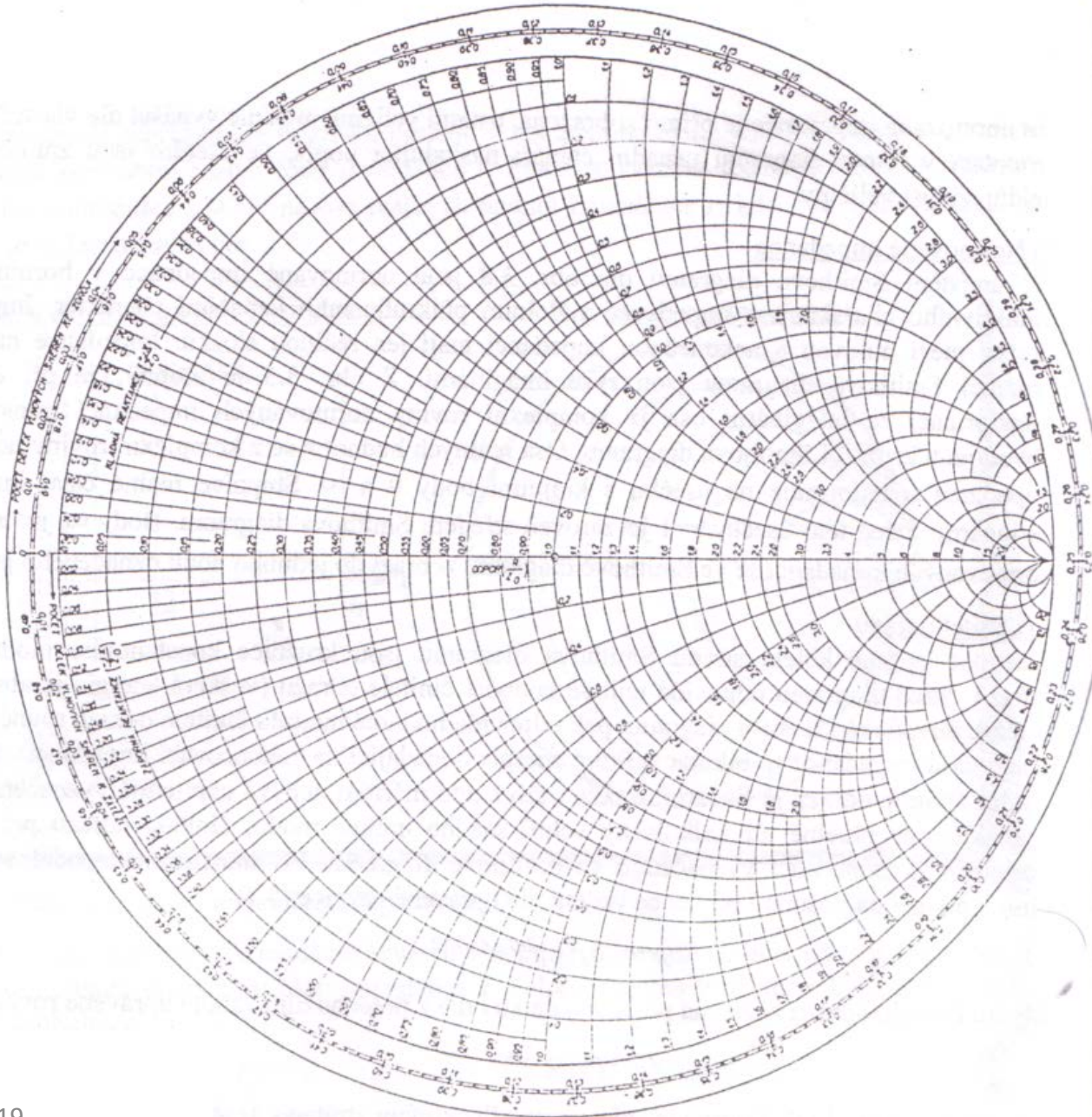
Constant $\bar{R}$ and $\bar{X}$ circles in the reflection-coefficient plane.



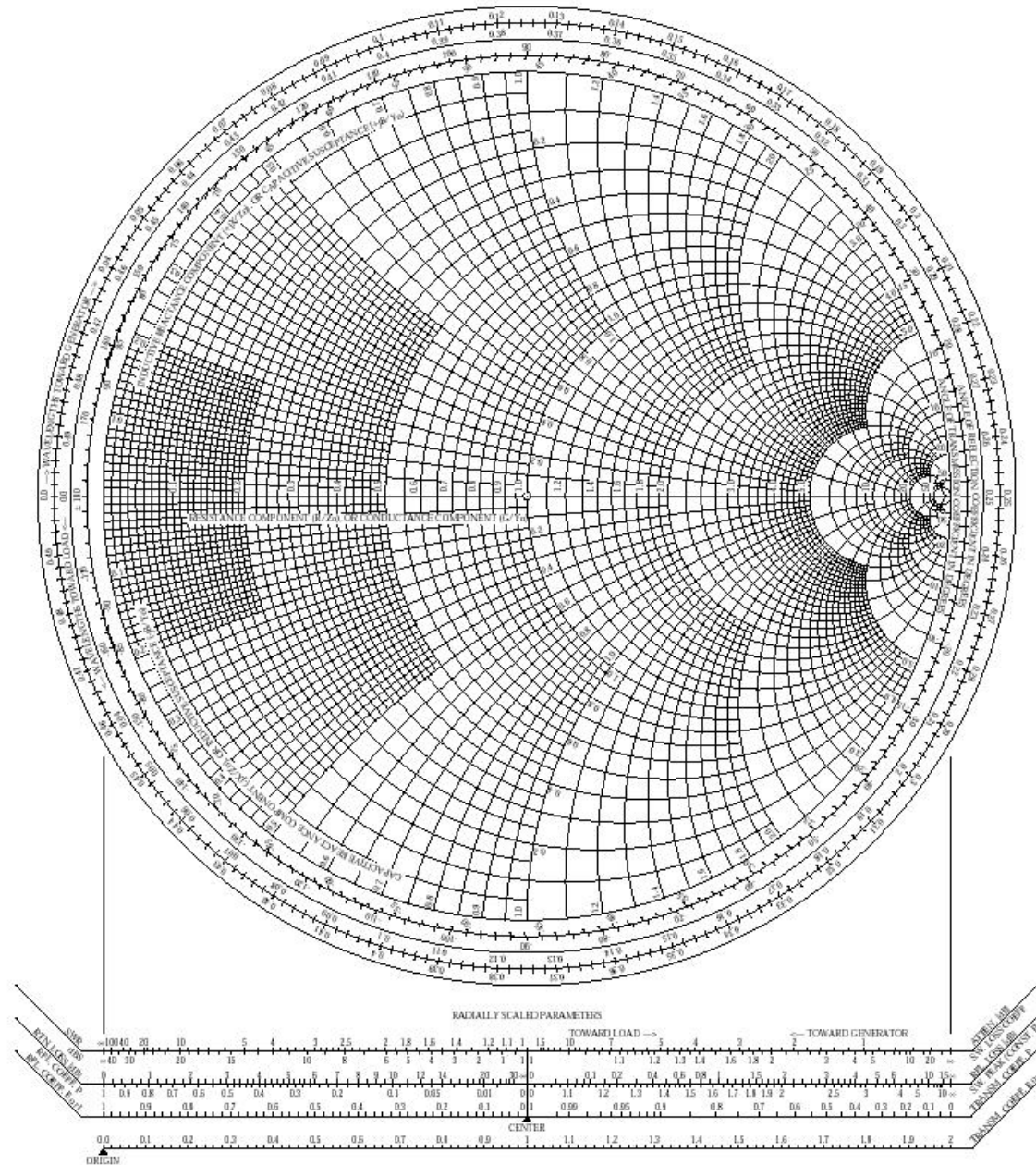
The Smith chart.



Inward spiraling of the impedance point on a Smith chart for a lossy transmission line.



Black Magic Design

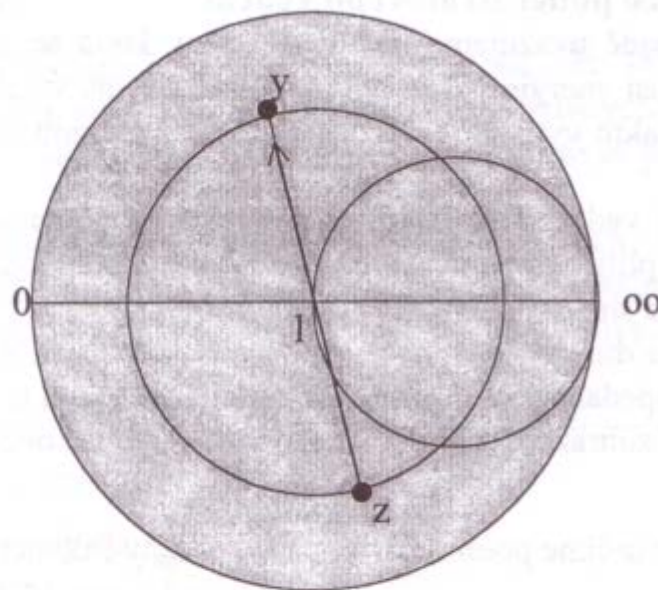


4) Admittance

Smithův impedanční diagram můžeme použít též pro práci s normalizovanou admitancí, kterou lze definovat pomocí vztahu

$$y = \frac{Y}{Y_v} = \frac{Z_v}{Z} = \frac{1}{z} = g + jb \quad (3.27)$$

Smithův admitanční diagram lze odvodit podobným způsobem, jako byl odvozen diagram impedanční. Můžeme jej však získat přímo z impedančního diagramu, a to velmi jednoduchou inverzí kolem středu Smithova diagramu, viz obr. 3.9.



Přechod od Smithova impedančního diagramu k admitančnímu diagramu.

Pro vedení s zanedbatelnými ztrátami, tj. $\beta = 0$, je při transformaci podél vedení modul činitele odrazu konstantní. Tento pohyb je po kružnici konstantního modulu činitele odrazu, tj. kružnici opsané kolem středu Smithova diagramu.

Fáze činitele odrazu může být velmi snadno odečítána v diagramu na obr. 3.3. Podobně je tomu i ve Smithově diagramu. Navíc potřebujeme stupnici pro odečítání změny fáze αl při transformaci impedance podél vedení o délku l . Lze využít jednoduchý výraz

$$\alpha l = \frac{2\pi}{\lambda_v} l \quad . \quad (3.25)$$

ze kterého plyne, že αl lze nahradit pro praktické výpočty výhodnější veličinou, poměrem l/λ_v . Pro odečítání změny fáze činitele odrazu při posunu referenční roviny podél vedení je proto vytvořena vnější obvodová stupnice, která udává poměr l/λ_v , kde l je délka vedení (podél kterého se transformuje impedance, resp. činitel odrazu) a λ_v je vlnová délka na vedení. Tato stupnice má rozsah hodnot od 0 do 0,5. To znamená, že při transformaci impedance podél vedení je perioda $\lambda_v/2$ (tj. jeden oběh kolem Smithova diagramu, pak se hodnoty transformované impedance opakují). Stupnice je orientována ve dvou směrech, tj. pro obě možnosti směru transformace impedance:

- směr ke generátoru,
- směr k zátěži.

3) Poměr stojatých vln

Na základě rovnic (3.14) a (3.15) byl definován tzv. poměr stojatých vln, v české literatuře značený často symbolem p nebo PSV, v anglické literatuře pak bývá tato veličina označována jako VSWR (Voltage Standing Wave Ratio). Zde pro jednoduchost použijeme symbol p

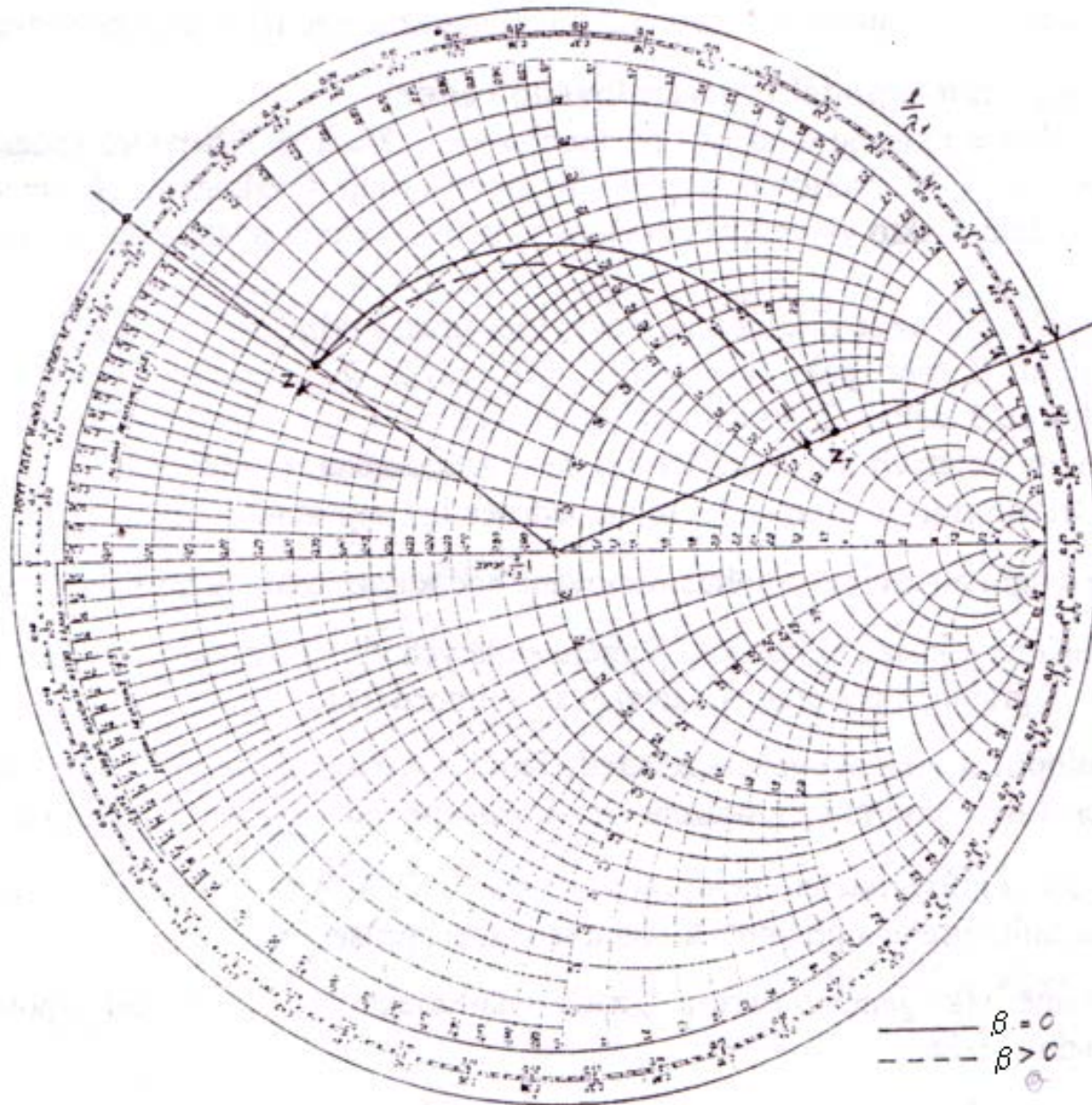
$$p = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + |\rho_z|}{1 - |\rho_z|} \quad \text{resp. inverzně} \quad |\rho_z| = \frac{p - 1}{p + 1} \quad (3.26)$$

Podle své definice je hodnota poměru stojatých vln v rozmezí $1 \leq p < \infty$. Podobně jako činitel odrazu, i poměr stojatých vln má jako křivky konstantní hodnoty kružnice opsané kolem středu Smithova diagramu. Měřítka pro hodnoty poměru stojatých vln je nelineární. Je však shodné s měřítkem pro reálnou hodnotu impedance, takže ve Smithově diagramu je měřítko hodnot poměru stojatých vln k dispozici. Proto se v základních úlohách řešených s pomocí Smithova diagramu zpravidla používá pojem kružnice konstantního poměru stojatých vln a ne z hlediska odvození Smithova diagramu důležitější pojem kružnice konstantního modulu činitele odrazu.

Pro z_z reálné $z_z = r$ platí:

$$\rho(z) = \frac{r - 1}{r + 1} \quad |\rho(z)| = \frac{p - 1}{p + 1}$$

měřítka reálné impedance na reálné ose činitele odrazu ρ je shodné s měřítkem poměru stojatých vln p

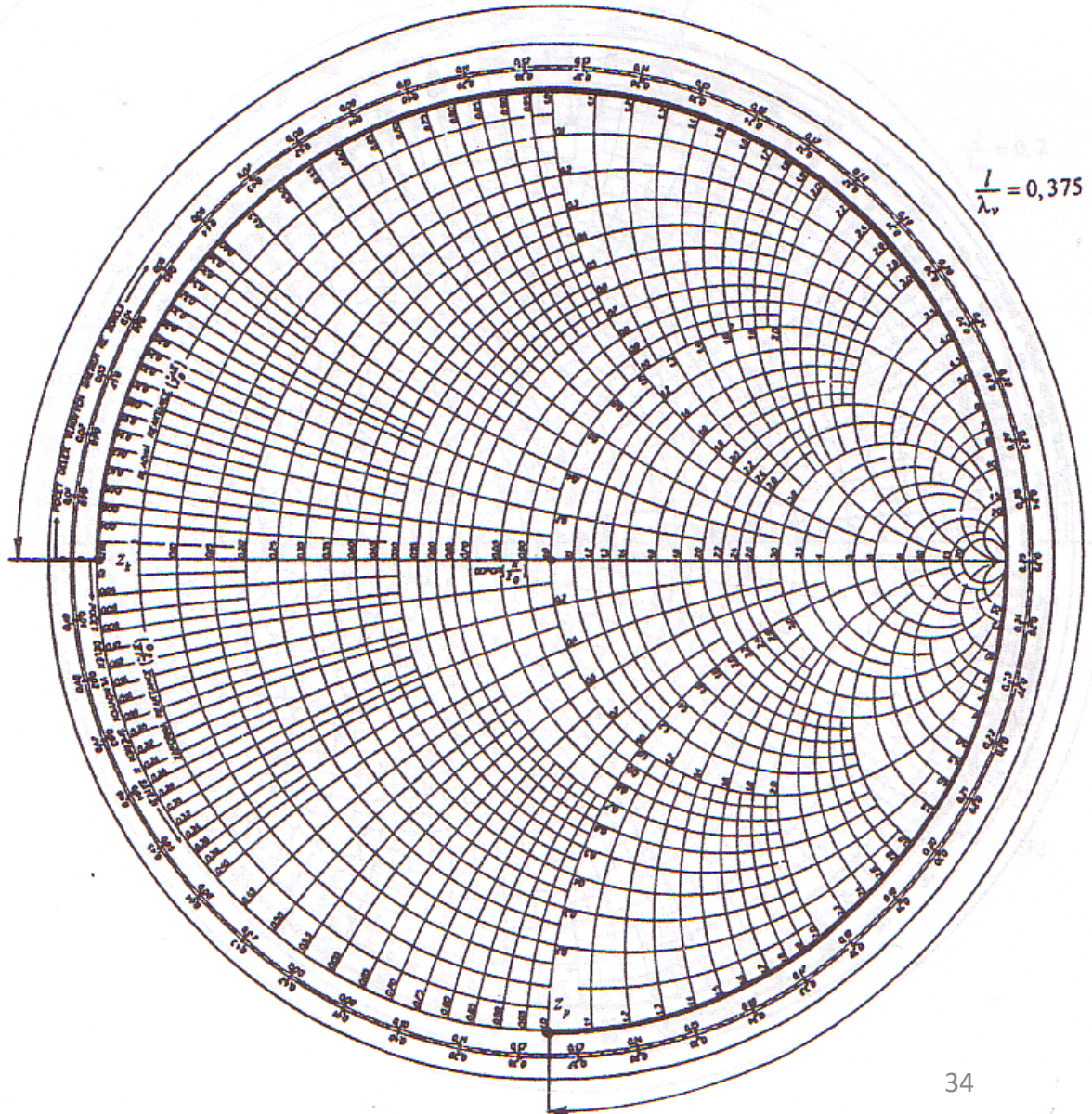
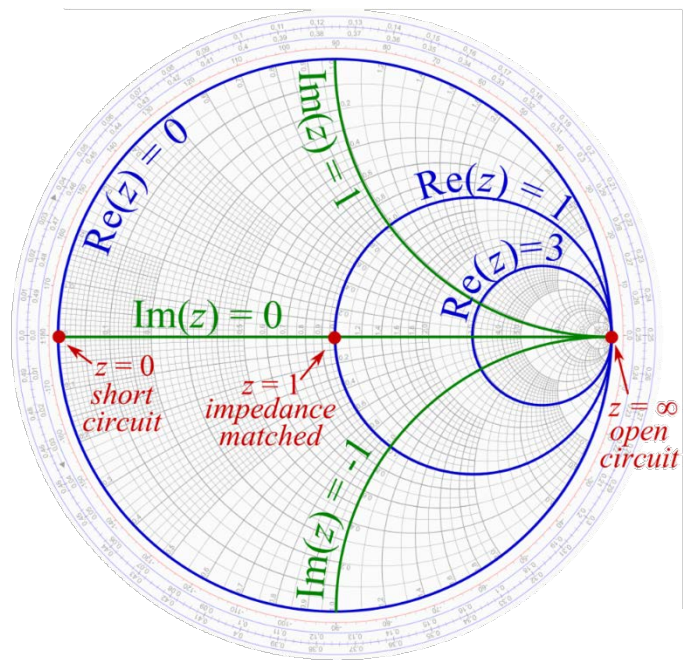


Příklad 10.1

Bezeztrátové vedení je zakončeno zkratem. Určete jeho normovanou impedanci z_p ve vzdálenosti $l = \frac{3}{8}\lambda_v$ od zkratu.

Řešení:

Zkrat je nulová impedance, takže výchozím bodem ve Smithově diagramu bude bod nulové impedance ($z_k = 0$). Z tohoto bodu se budeme pohybovat směrem ke zdroji po kružnici konstantního poměru stojatých vln až do vzdálenosti $l = \frac{3}{8}\lambda_v$, tedy $\frac{l}{\lambda_v} = 0,375$. V této vzdálenosti odečteme normovanou hodnotu impedance $z_p = 0 - j$. Vedení nakrátko má tedy při délce $l = \frac{3}{8}\lambda_v$ charakter jednotkové kapacity.

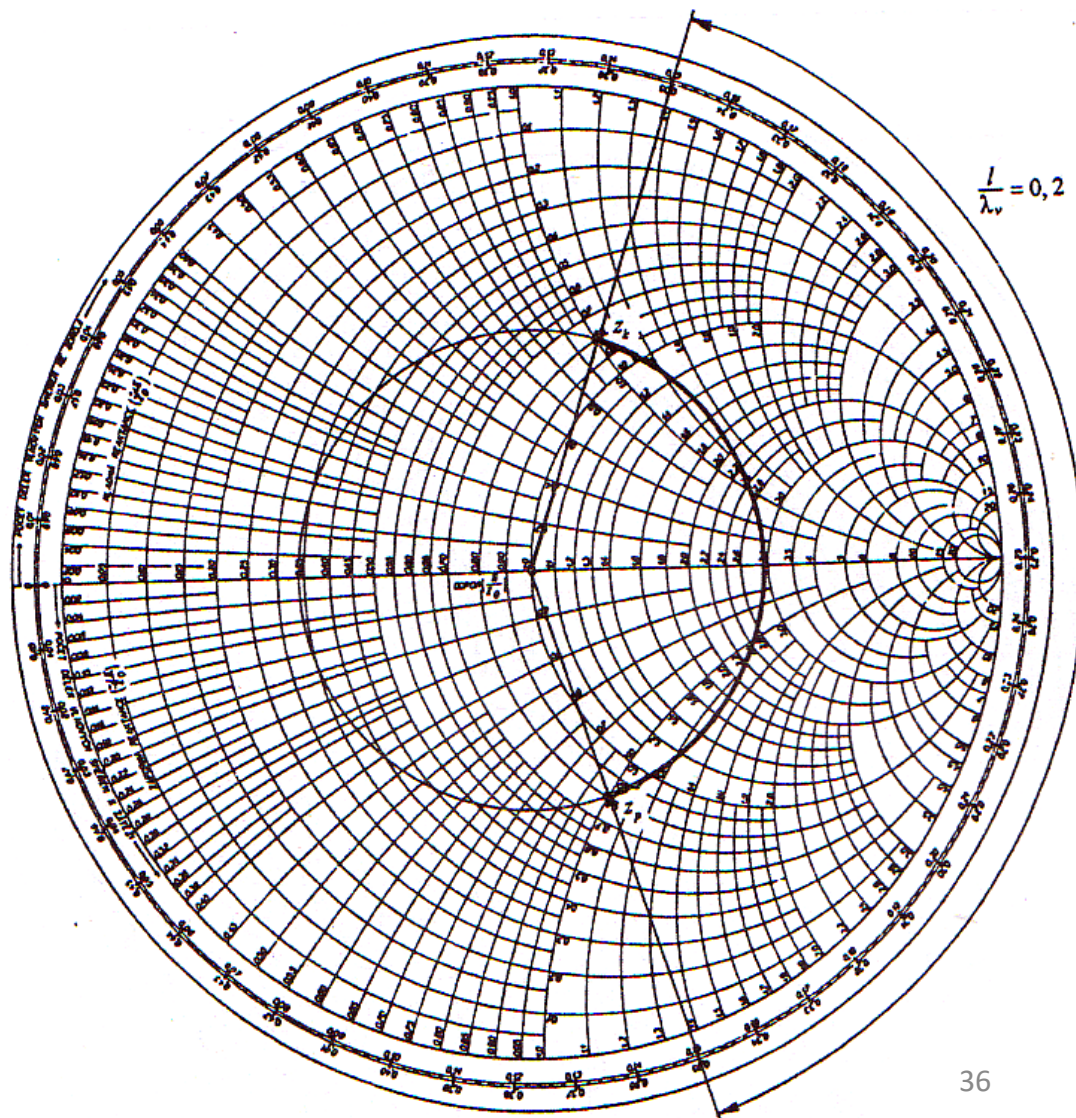
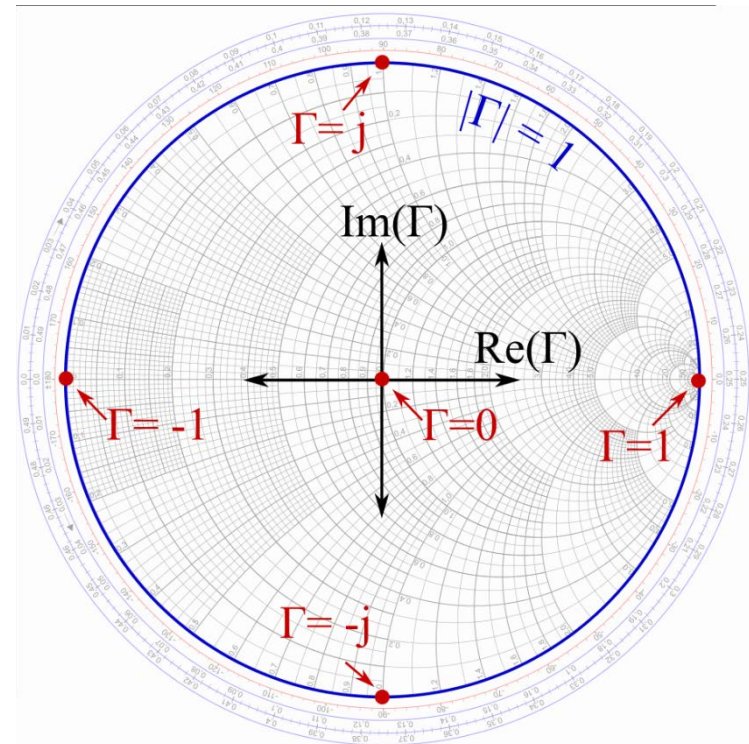


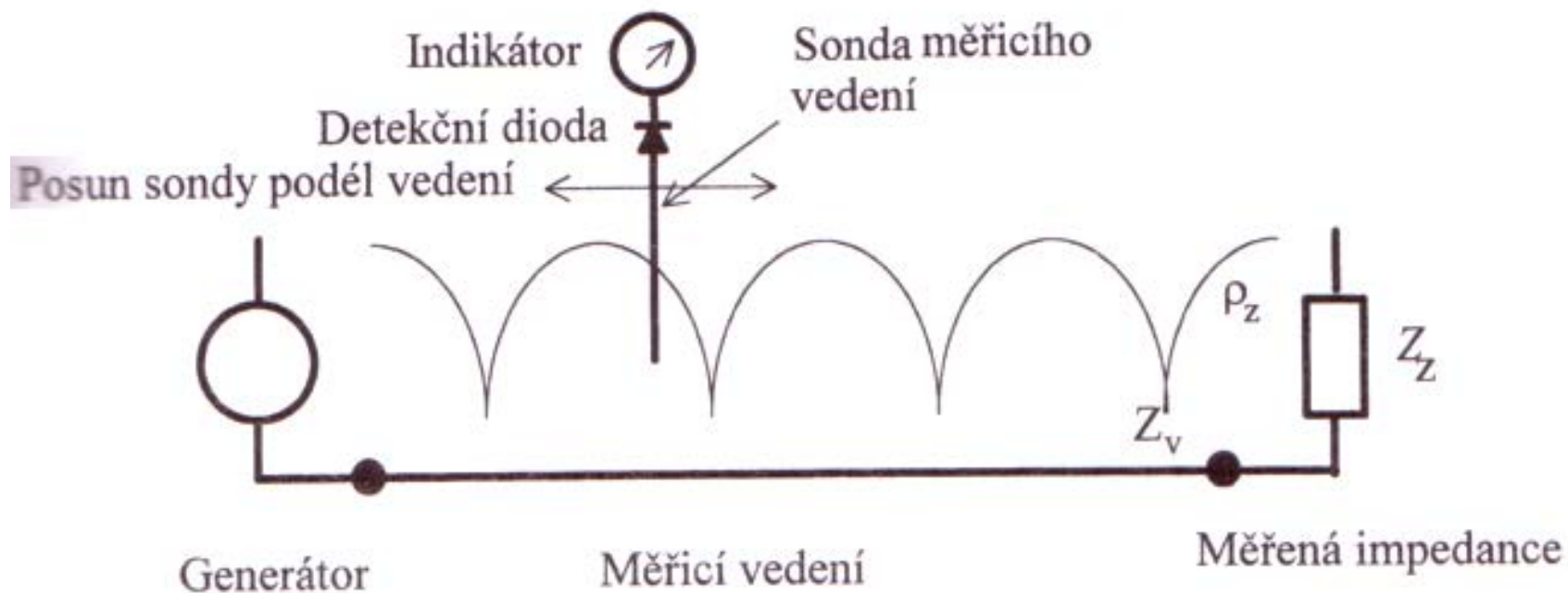
Příklad 10.3

Bezeztrátové vedení je zakončeno normovanou impedancí $z_k = 0,8 + j$. Určete normovanou impedanci z_p ve vzdálenosti $l = 2$ m, je-li vlnová délka na vedení $\lambda_v = 10$ m.

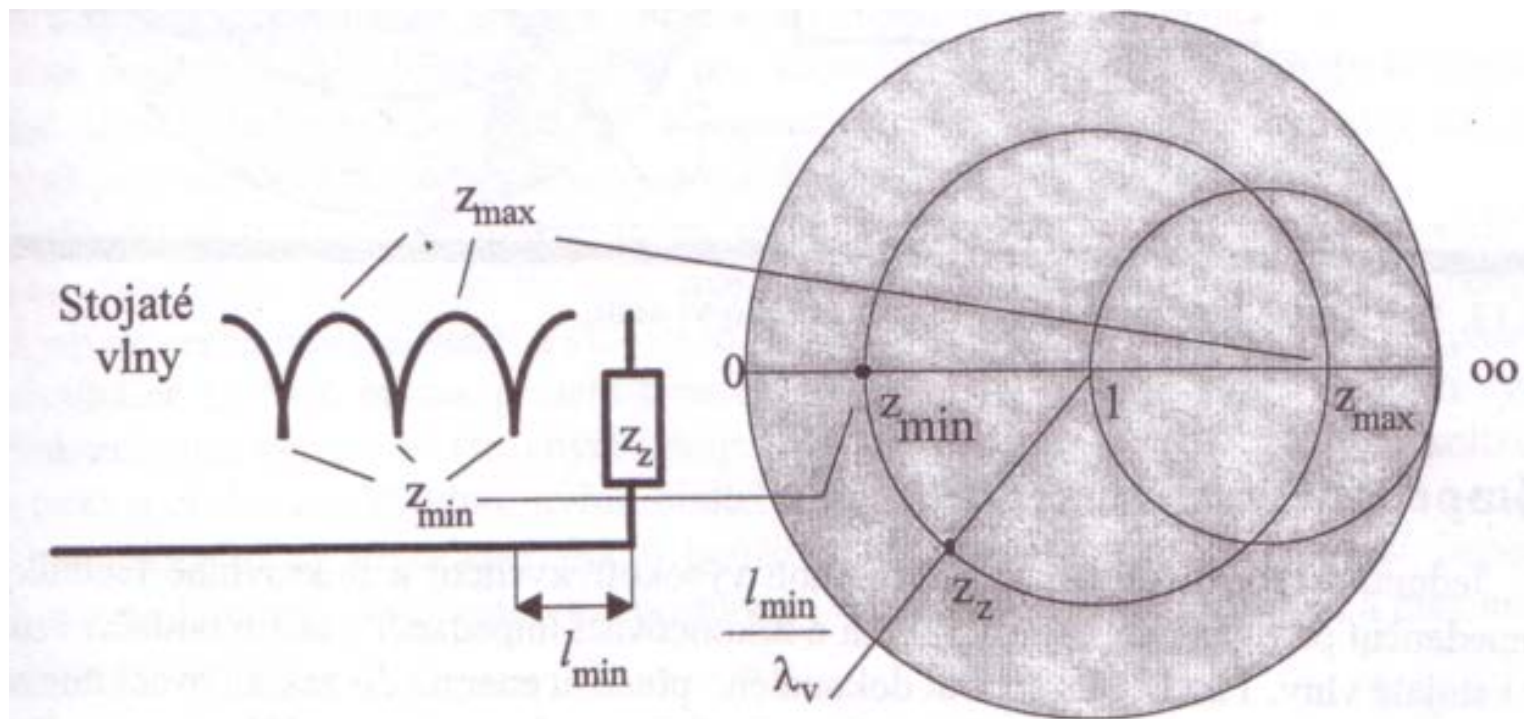
Řešení:

Do Smithova diagramu nejprve vyneseme zakončovací impedanci, tj. bod $z_k = 0,8 + j$. Tímto bodem proložíme přímku konstantní hodnoty βl a na obvodu Smithova diagramu odečteme příslušnou hodnotu $\frac{l_0}{\lambda_v}$. Z bodu z_k se budeme pohybovat směrem ke zdroji po kružnici konstantního poměru stojatých vln o $\frac{l}{\lambda_v} = \frac{2}{10} = 0,2$. V této vzdálenosti odečteme hodnotu normované impedance $z_p = 0,8 - j$.





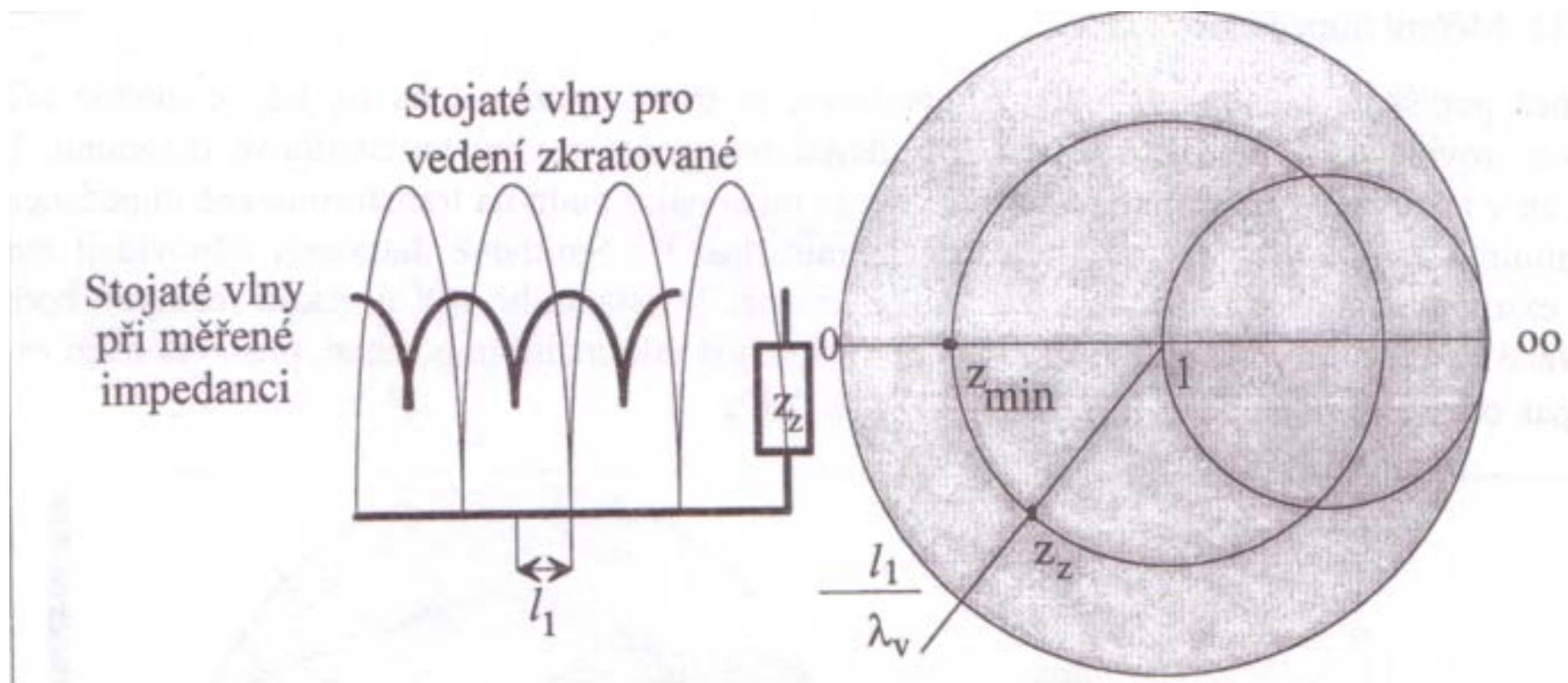
Měření impedance.



Přiřazení referenční roviny na vedení referenční rovině ve Smithově diagramu.

- Určíme poměr stojatých vln.
- $\alpha_{\max, \min}$ je signál z detekční diody.

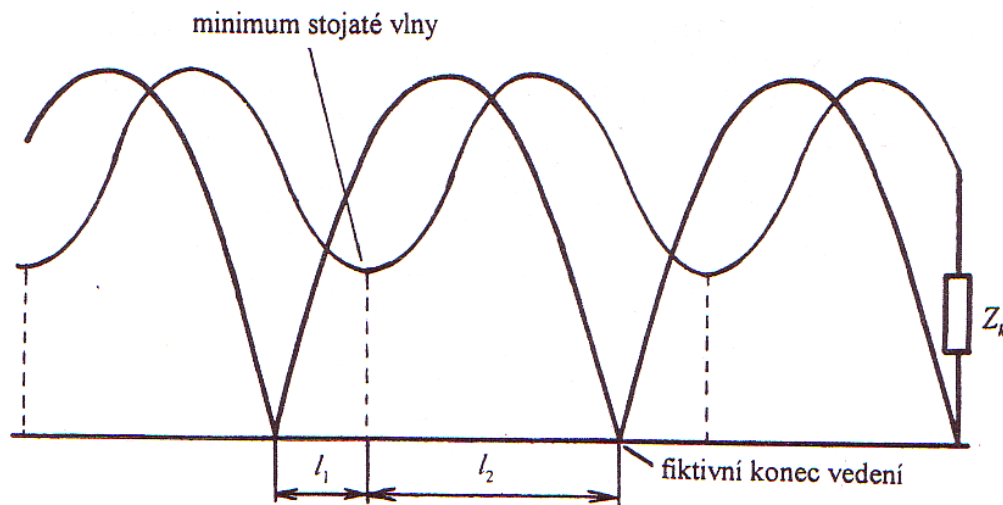
$$p = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}}}$$



Uzly stojaté vlny naměřené, když je konec vedení zkratovaný nazýváme referenční konec vedení.

Zjistěte hodnotu neznámé zakončovací impedance, byla-li zaznamenána poloha prvního referenčního konce vedení ve vzdálenosti 23 mm, poloha druhého referenčního konce ve vzdálenosti 15 mm. První referenční konec je blíže k zátěži. Po připojení neznámé impedance byl změřen poměr stojatých vln $p = 3,6$ a poloha minima stojaté vlny ve vzdálenosti 18 mm.

Řešení:



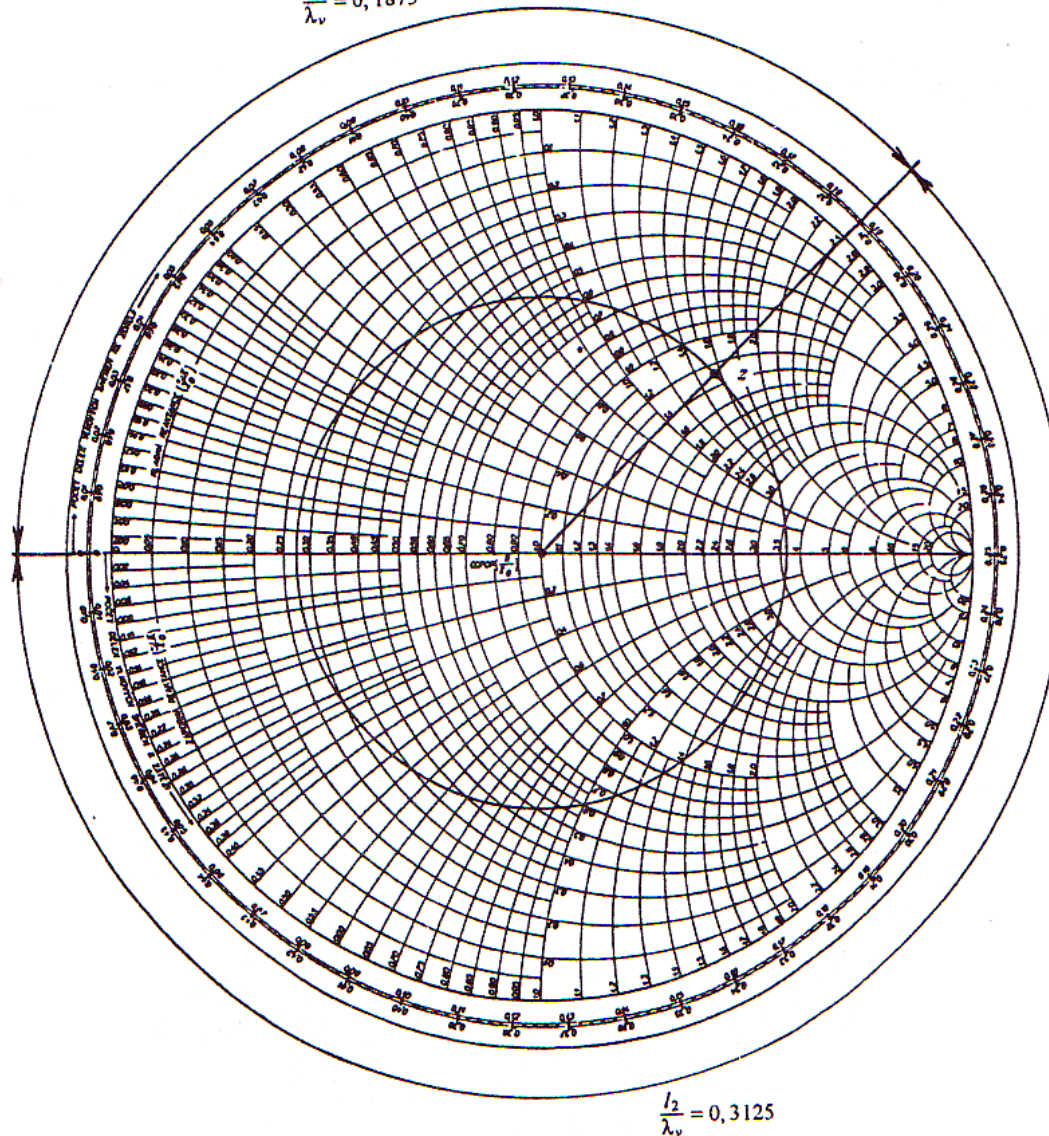
Průběh stojaté vlny na vedení při měření neznámé impedance

Do Smithova diagramu nejprve zakreslíme kružnici konstantního poměru stojatých vln 3,6. Dále vypočítáme délku vlny na vedení, což je dvojnásobek vzdálenosti referenčních konců, tedy

$$\lambda_v = 2 \cdot (23 - 15) = 16 \text{ mm}$$

Jako posunutí minima stojaté vlny l_1 vezmeme vzdálenost mezi minimem a 2. referenčním koncem, tomu bude ve Smithově diagramu odpovídat posun o $\frac{l_1}{\lambda_v} = \frac{3}{16} = 0,1875$, a to směrem ke zdroji. V průsečíku přímky konstantní hodnoty βl s kružnicí konstantního poměru stojatých vln bude ležet hledaná impedance. Ze Smithova diagramu odečteme její normovanou hodnotu $z = 1,31 + j \cdot 1,54$.

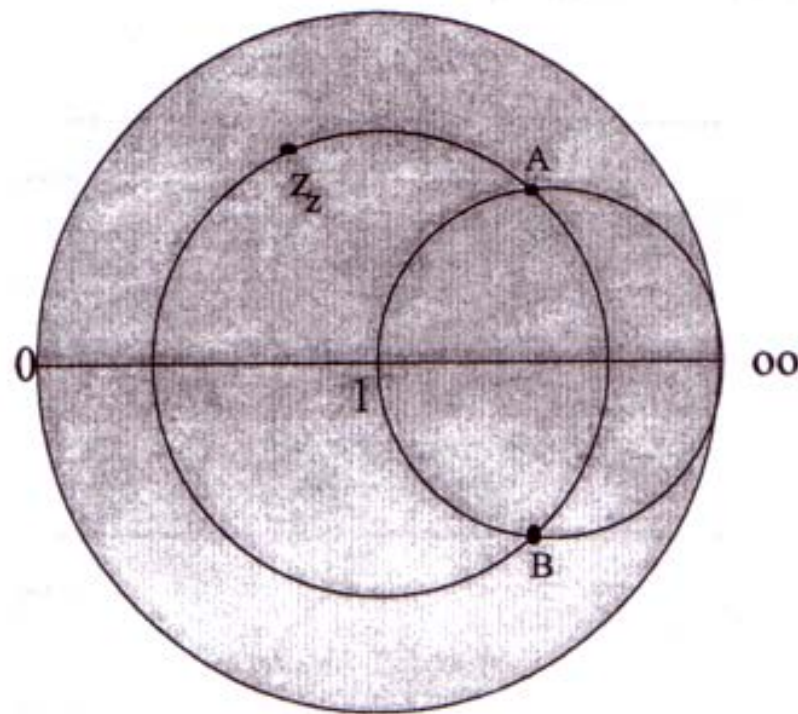
$$\frac{l_1}{\lambda_v} = 0,1875$$



$$\frac{l_2}{\lambda_v} = 0,3125$$

Ke stejnému výsledku bychom se dopracovali i tehdy, když bychom se rozhodli pro posunutí minima stojaté vlny l_2 , jakožto vzdálenost mezi minimem a 1. referenčním koncem.

Ve Smithově diagramu bychom pak provedli posunutí o $\frac{l_2}{\lambda_v} = \frac{5}{16} = 0,3125$, tentokrát ovšem k zátěži. Vidíme, že jsme se dostali do téhož bodu.



Impedanční přizpůsobení.

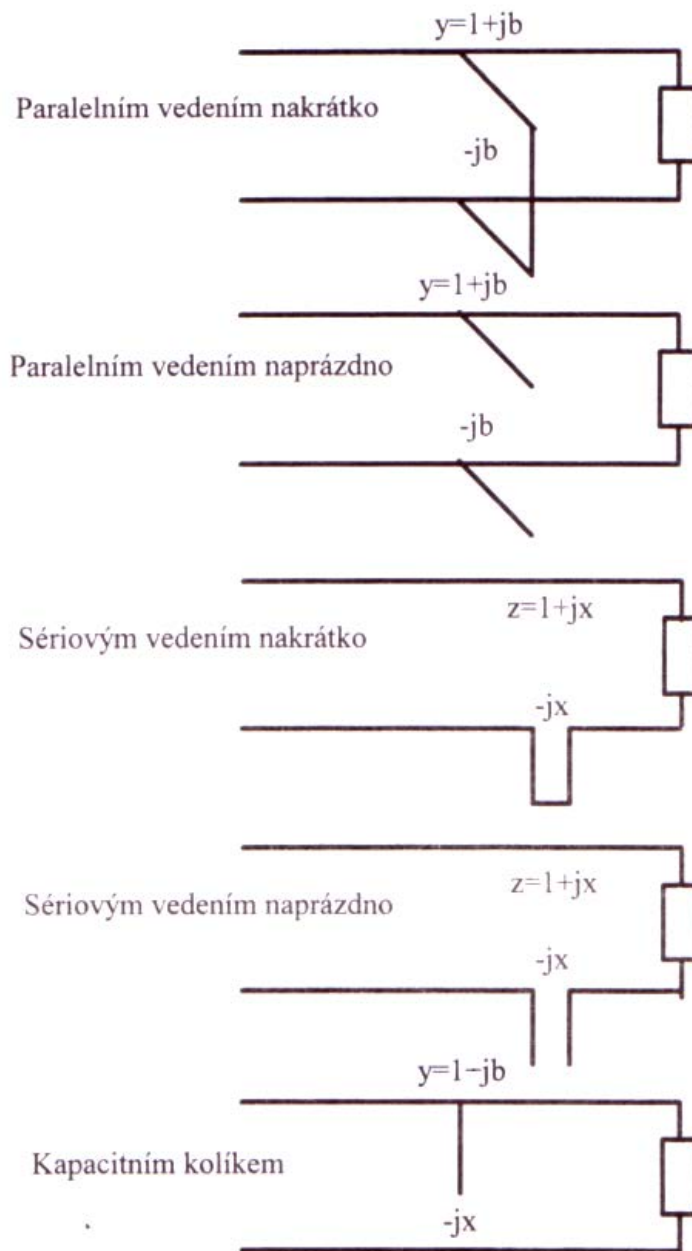
Základní problém impedančního přizpůsobení je znázorněn na obr. 3.14. Jde o to, jak zakončovací impedanci z_z přetransformovat z obecné polohy do středu Smithova diagramu, kdy bude dosaženo výše uvedených efektů.

Základní myšlenku impedančního přizpůsobení lze popsat následujícím způsobem. Při transformaci zakončovací normované impedance z_z směrem ke generátoru po kružnici konstantního poměru stojatých vln p nabude transformovaná impedance v bodech A a B hodnoty

$$z_z = 1 + jx \quad \text{pro bod A,}$$

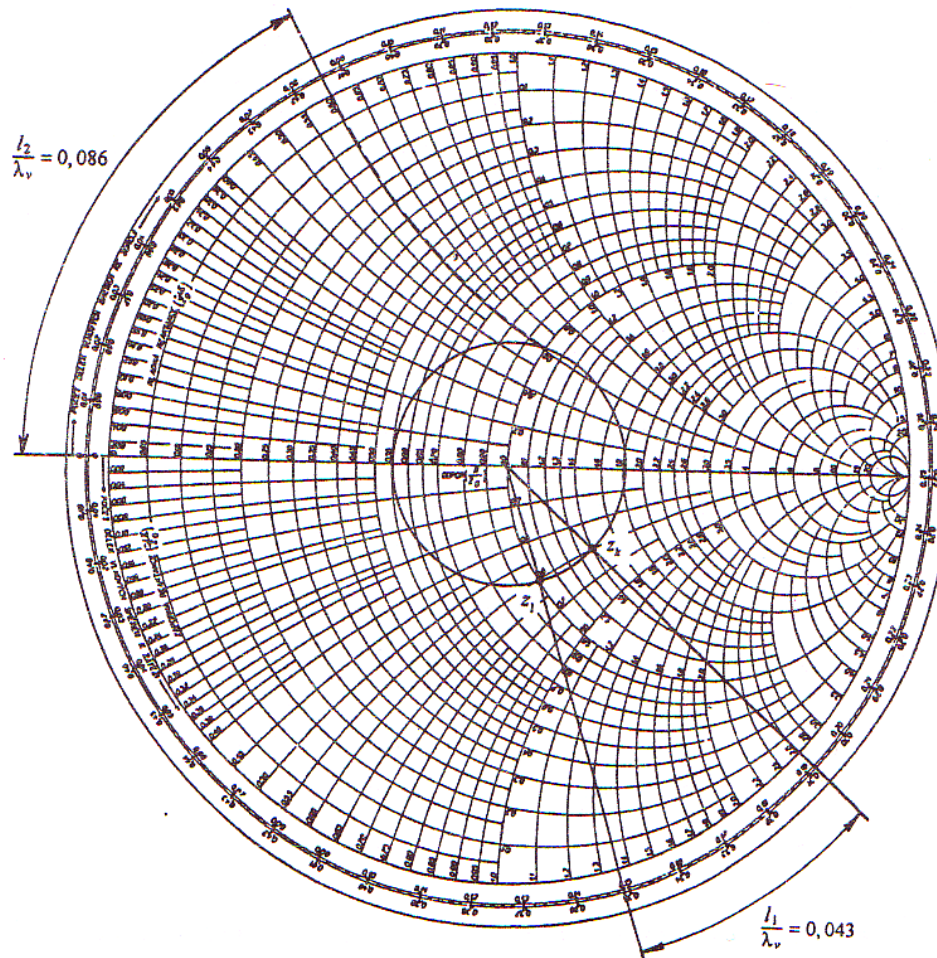
$$z_z = 1 - jx \quad \text{pro bod B.}$$

Impedanční přizpůsobení



Vedení o vlnové impedanci $Z_v = 300 \, \Omega$ je zakončeno impedancí $Z_k = (420 - j.180) \, \Omega$. Tuto impedanci přizpůsobte sériově připojeným úsekem vedení nakrátko tak, aby výsledný poměr stojatých vln byl roven jedné. Délka vlny na vedení je 5 m.

Řešení:



Nejprve je potřeba znormovat zakončovací impedanci

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_v} = \frac{420 - j.180}{300} = 1,4 - j.0,6$$

Tuto impedanci vyneseme do Smithova diagramu a proložíme jí kružnici konstantního poměru stojatých vln. Po této kružnici budeme transformovat normovanou zakončovací impedanci do vzdálenosti l_1 , ve které má impedance na vedení jednotkovou reálnou složku ($z_1 = 1 - j.0,6$). Z posunutí $\frac{l_1}{\lambda_v}$ zjistíme vzdálenost l_1

$$\frac{l_1}{\lambda_v} = 0,043 \Rightarrow l_1 = 0,043 \cdot \lambda_v = 0,043 \cdot 5 = 0,215 \text{ m}$$

V této vzdálenosti připojíme sériově vedení zakončené nakrátko o takové délce l_2 , aby jeho vstupní impedance byla rovna $z_2 = 0 + j.0,6$. Při určování délky l_2 vyjdeme ve Smithově diagramu z bodu nulové impedance směrem ke zdroji do bodu $z_2 = 0 + j.0,6$.

Z posunutí $\frac{l_2}{\lambda_v}$ určíme délku kompenzačního vedení l_2

$$\frac{l_2}{\lambda_v} = 0,086 \Rightarrow l_2 = 0,086 \cdot \lambda_v = 0,086 \cdot 5 = 0,43 \text{ m}$$

Vedení je zakončeno normovanou impedancí $z_k = 1,1 + j.0,9$. Tuto impedanci přizpůsobte paralelně připojeným úsekem vedení nakrátko tak, aby poměr stojatých vln na vedení byl roven 1. Délka vlny na vedení je 6 m.

Řešení:

Normovanou zakončovací impedancí z_k převedeme ve Smithově diagramu na admitanci y_k (středová souměrnost). Provedeme transformaci o $\frac{l_1}{\lambda_v}$ po kružnici konstantního poměru stojatých vln, a to směrem ke zdroji, tak, abychom se dostali do bodu $y_1 = 1 + j.0,85$. Z tohoto posunutí $\frac{l_1}{\lambda_v}$ určíme vzdálenost, ve které je potřeba paralelně připojit úsek kompenzačního vedení

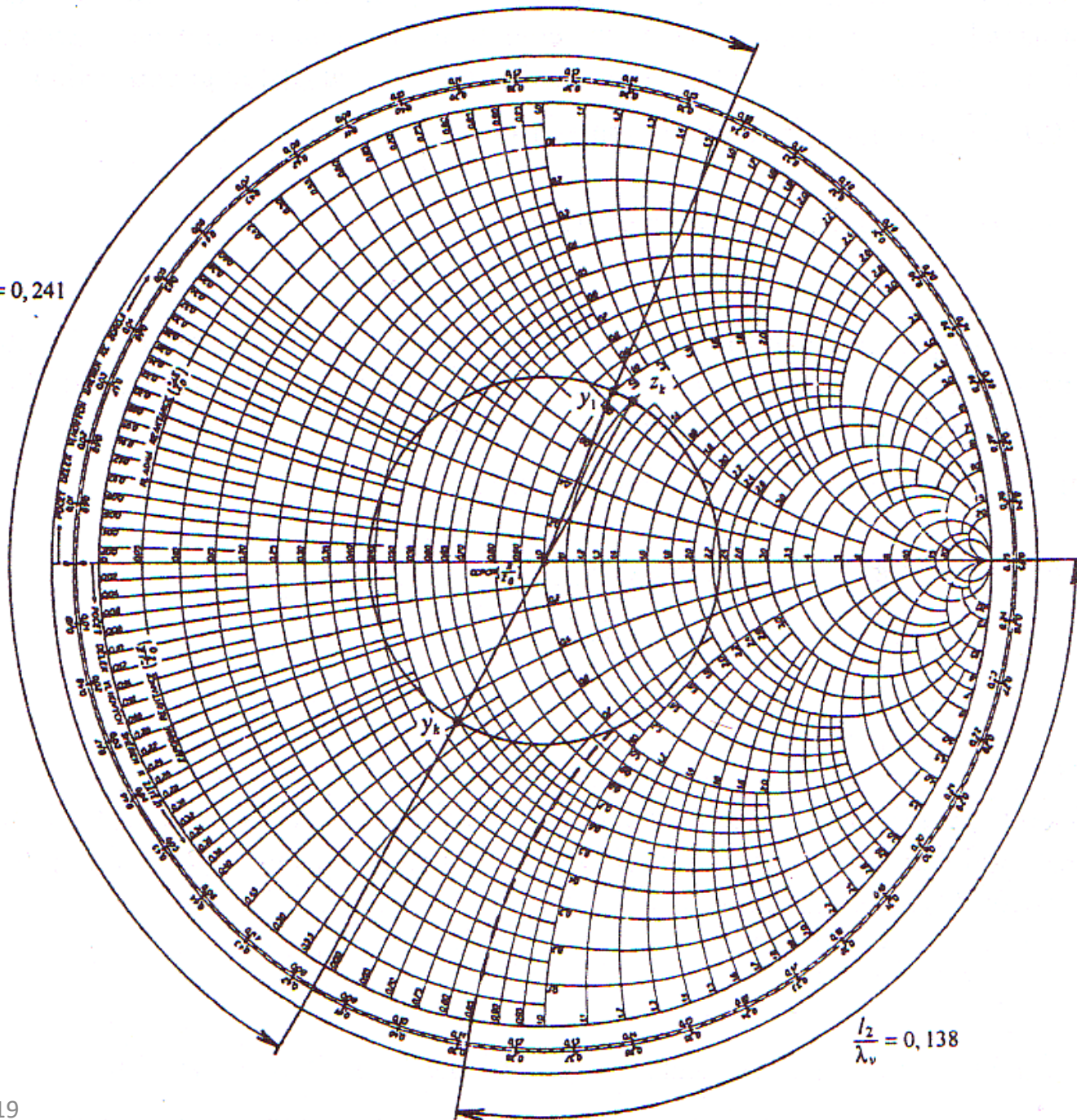
$$\frac{l_1}{\lambda_v} = 0,241 \Rightarrow l_1 = 0,241 \cdot \lambda_v = 0,241 \cdot 6 = 1,446 \text{ m}$$

Zbývá určit délku kompenzačního vedení l_2 . Ta musí být taková, aby kompenzační vedení vykazovalo vstupní admitanci $y_2 = 0 - j.0,85$. Kompenzační vedení je zakončeno nakrátko. Zkratu odpovídá nekonečná admitance, takže výchozím bodem pro stanovení délky l_2 bude bod ∞ . Z tohoto bodu provedeme posunutí o $\frac{l_2}{\lambda_v}$ ve směru ke zdroji do bodu $y_2 = 0 - j.0,85$.

Délku kompenzačního vedení pak určíme z posunutí $\frac{l_2}{\lambda_v}$

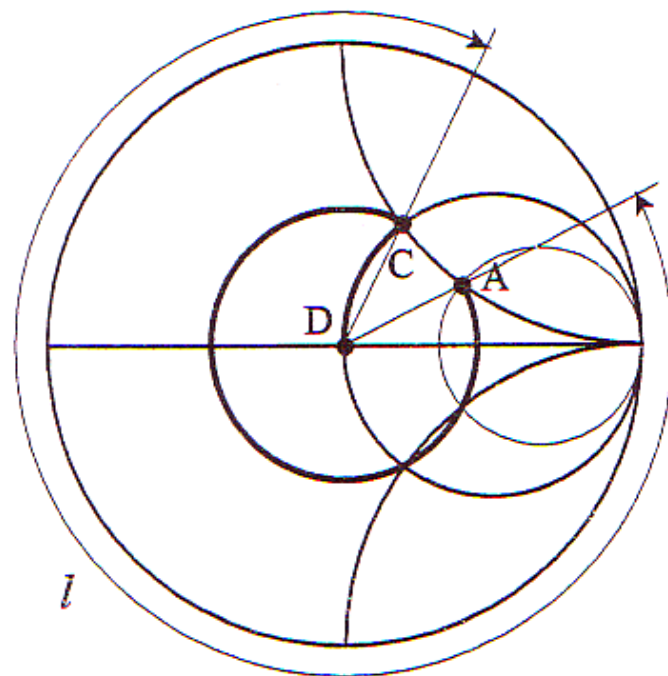
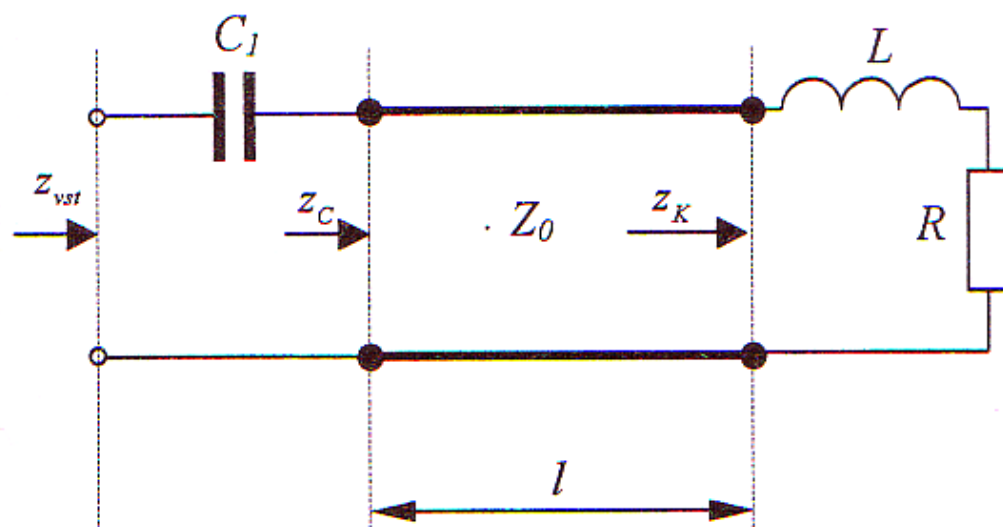
$$\frac{l_2}{\lambda_v} = 0,138 \Rightarrow l_2 = 0,138 \cdot \lambda_v = 0,138 \cdot 6 = 0,828 \text{ m}$$

$$\frac{l_1}{\lambda_v} = 0,241$$



$$\frac{l_2}{\lambda_v} = 0,138$$

$$R = 100\Omega, \quad j\omega L = j.50\Omega, \quad Z_0 = 50\Omega$$



Přizpůsobení dlouhým úsekem vedení a seriovým kapacitorem.

$Z_K = 100\Omega + j50\Omega$, tj. bod A má induktivní charakter.

A: $z_K = 2 + j.1$

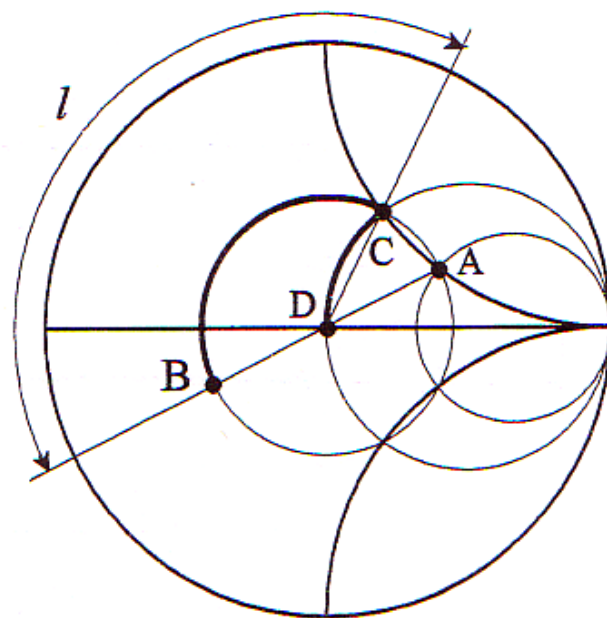
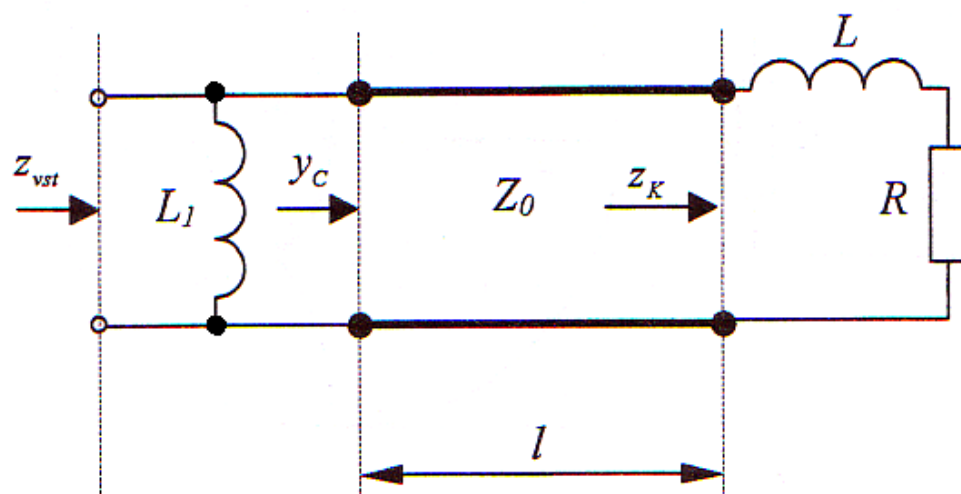
Transformace přes úsek vedení $l = 0,449\lambda_g$ přesune impedanci z bodu A do bodu C.

C: $z_C = 1 + j.1$

Seriový kapacitor $1/j\omega C_1 = -j.50\Omega$, tj. $z = -j.1$, přesune impedanci z bodu C do bodu D.

D: $z_{vst} = z_D = 1 + j.0$

$$R = 100\Omega, \quad j\omega L = j.50\Omega, \quad Z_0 = 50\Omega$$



Obr. 2.6.6. Příklad 3. Přizpůsobení krátkým úsekem vedení a paralelním induktorem.

Pro obr. 2.6.6 platí:

A: $z_K = 2 + j.1$

Přechodu z impedančního do admitančního diagramu odpovídá: $A \rightarrow B$

B: $y_K = \frac{1}{z_K} = 0,4 - j.0,2$

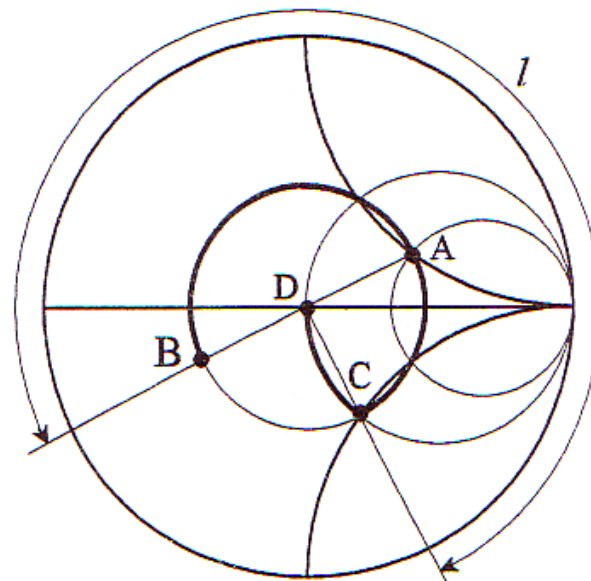
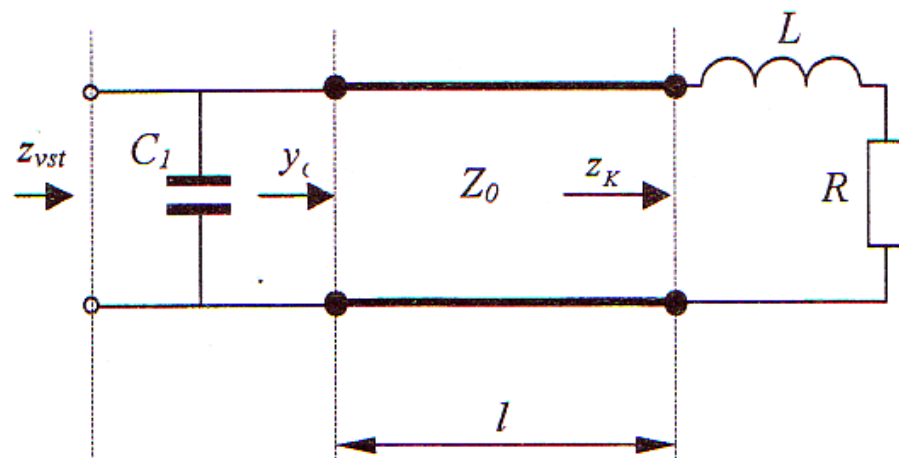
Transformací přes úsek vedení $l = 0,199\lambda_g$ se přesune admitance z bodu B do bodu C.

C: $y_c = 1 + j.1$

Paralelní induktor $y = -j.1$ přesune admitanci z bodu C do bodu D.

D: $y_{vst} = z_{vst} = y_D = z_D = 1 + j.0$

$$R = 100\Omega, \quad j\omega L = j.50\Omega, \quad Z_0 = 50\Omega$$



Obr. 2.6.7. Příklad 4. Přizpůsobení dlouhým úsekem vedení a paralelním kapacitorem.

Pro obr. 2.6.7 platí:

A: $z_K = 2 + j.1$

Přechod z impedančního diagramu do admitančního diagramu odpovídá: $A \rightarrow B$

B: $y_K = \frac{1}{z_K} = 0.4 - j.0.2$

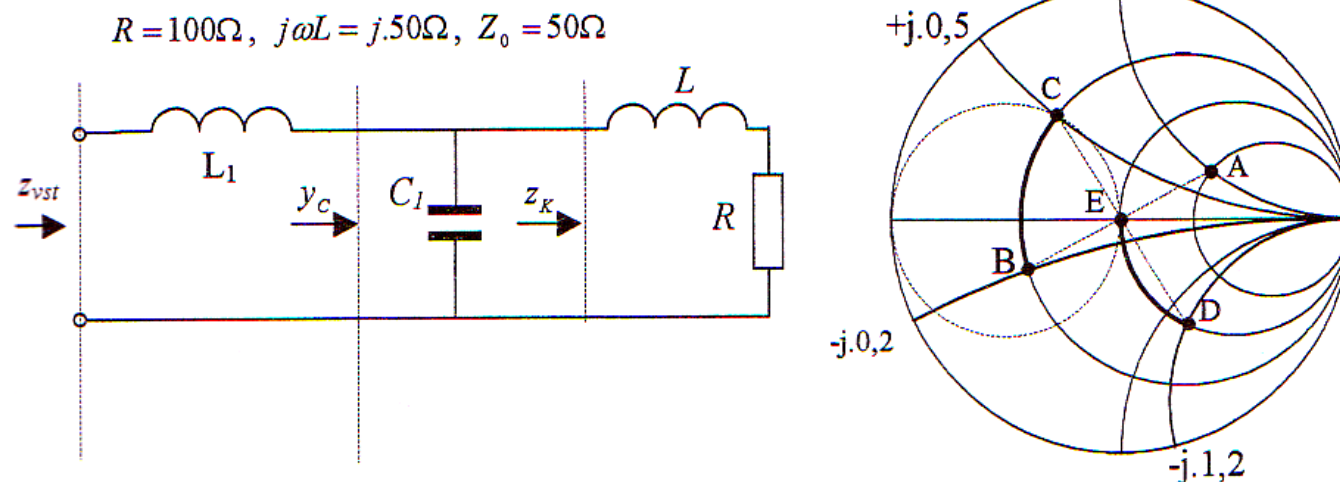
Transformací přes dlouhý úsek vedení $l = 0.375\lambda_g$ se admitance přesune bod B do bodu C.

C: $y_c = 1 - j.1$

Paralelní kapacitor $y = j.1$ přesune admitanci z bodu C do bodu D.

D: $y_{vst} = z_{vst} = y_D = z_D = 1 + j.0$

Přizpůsobování pouze prvky se soustředěnými parametry.



Obr. 2.6.8. Příklad 5. Přizpůsobení diskrétními součástkami, první je paralelní kapacitor.

Pro obr. 2.6.8 platí:

A: $z_K = 2 + j.1$

Přechodu z impedančního do admitančního diagramu odpovídá: $A \rightarrow B$

B: $y_K = \frac{1}{z_K} = 0.4 - j.0.2$

Připojením kapacitoru C_1 , $y = 0 + j.0.7$ se admittance přesouvá do bodu C

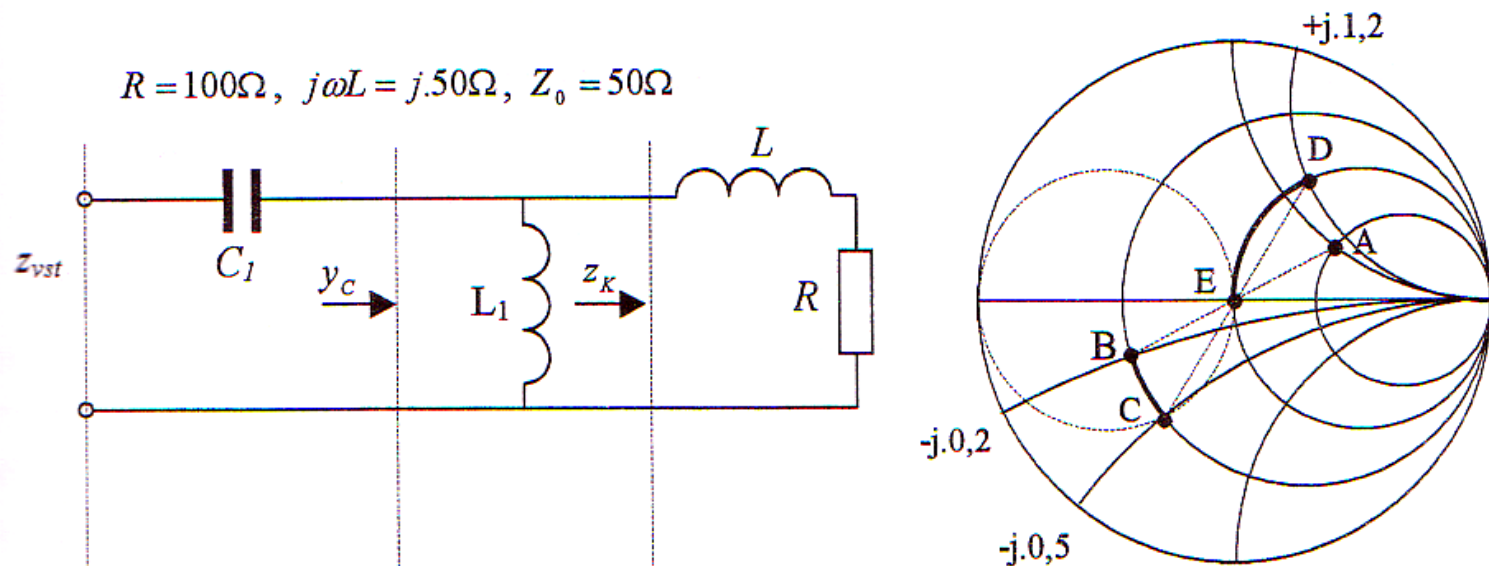
C: $y_c = 0.4 + j.0.5$

Přechod z admitančního diagramu zpět do impedančního. $C \rightarrow D$

D: $z = \frac{1}{y_c} = 1 - j.1.2$

Seriový induktor $z = +j.1$ přesune impedanci z bodu D do bodu E.

E: $z_{vst} = 1 + j.0$



Obr. 2.6.9. Příklad 6. Přizpůsobení diskrétními součástkami, první je paralelní induktor.

Pro obr. 2.6.9 platí:

A: $z_K = 2 + j.1$

Přechodu z impedančního do admitančního diagramu odpovídá. $A \rightarrow B$

B: $y_K = \frac{1}{z_K} = 0.4 - j.0.2$

Paralelním připojením induktoru L_1 $y = -j.0.3$ se admitance přesouvá z bodu B do bodu C.

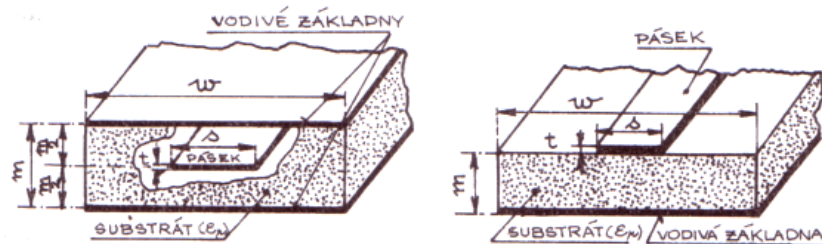
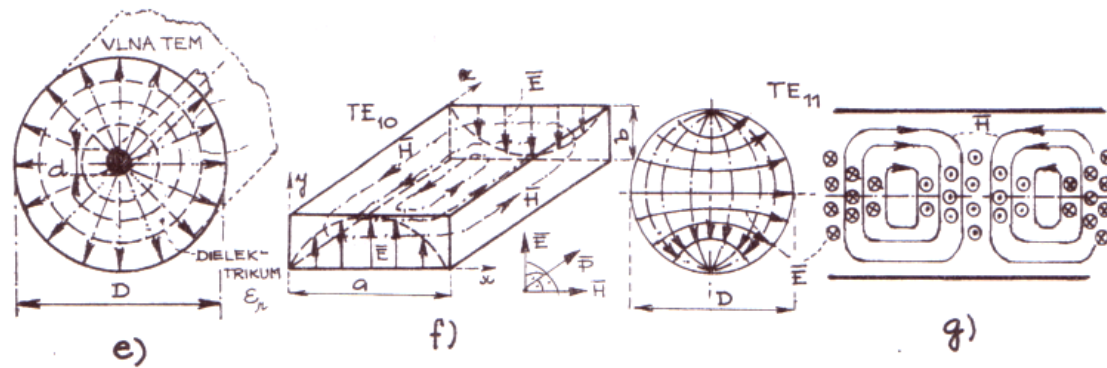
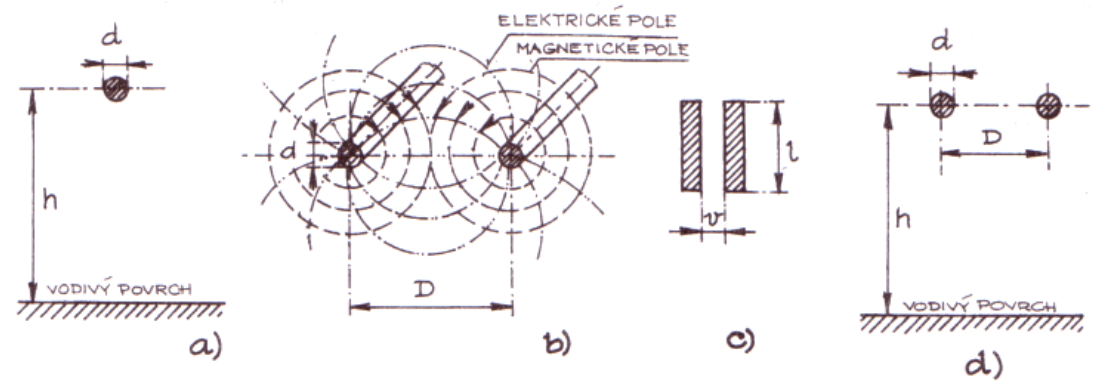
C: $y_c = 0.4 - j.0.5$

Přechodu z admitančního diagramu zpět do impedančního odpovídá: $C \rightarrow D$

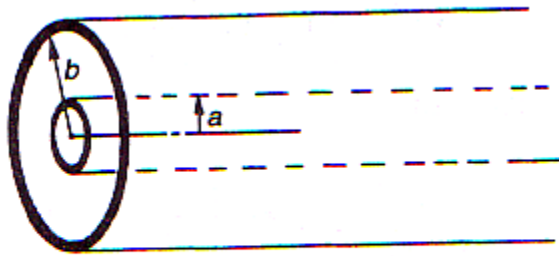
D: $z = \frac{1}{y_c} = 1 + j.1.2$

Seriový kapacitor $z = -j.1.2$, přesune impedanci z bodu D do bodu E.

E: $z_{vst} = 1 + j.0$

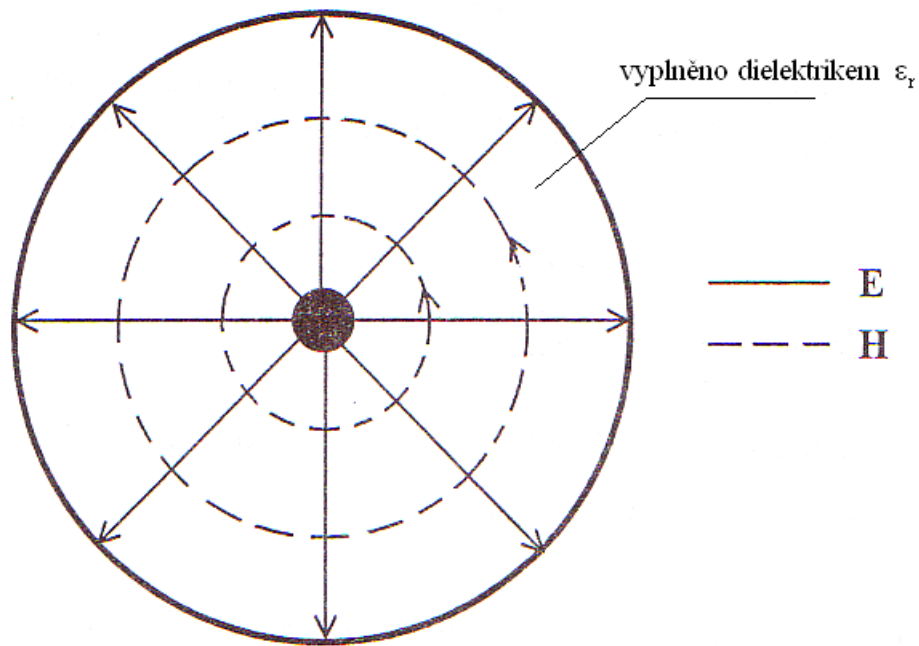


Koaxiální vedení

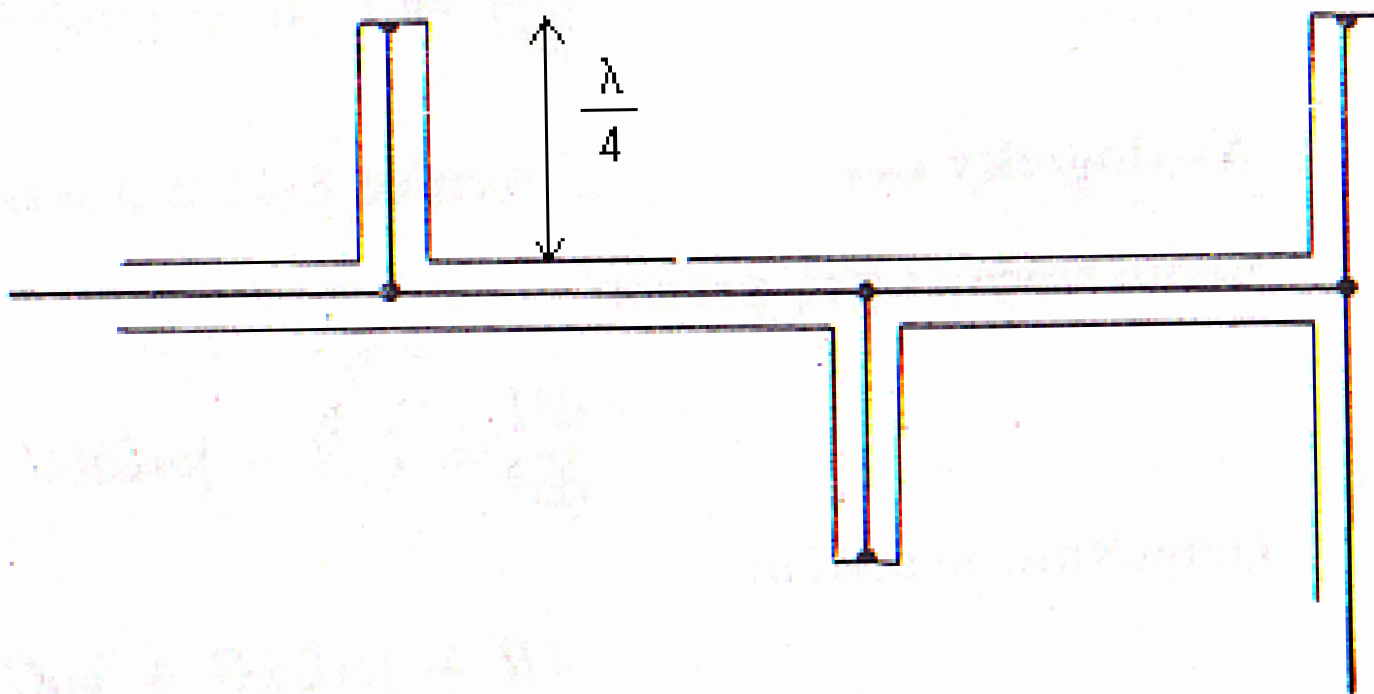


Koaxiální přenosové vedení

Používá se až do pásma 30 GHz a to výhradně v modu TEM.



- Velké nároky na kvalitu dielektrika při vysokých frekvencích a velkých přenášených výkonech.
- Někdy je lepší použít vzduch $\Rightarrow$ problém jak uchytit střední vodič.



Obr. 8-3. Soustředné vlnové vedení izolované čtvrtvlnnými „pahýly“.

- Jak vypočítat vlnovou impedanci Z_v a rychlost šíření postupné a odražené vlny pro koaxiální vedení ?
- Zatím víme: **Bezeztrátové vedení**

$$Z_v = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$v_f = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Neznáme ale L a C .
- Můžeme řešit Maxwellovy rovnice v cylindrických souřadnicích.
- Použijeme jednodušší metodu, která pracuje s energií magnetického pole.

- Uvažuji bezeztrátové vedení $\Rightarrow$ nekonečná vodivost materiálu vodičů $\Rightarrow$ tečou pouze povrchové proudy a el. mag. pole neproniká do vodičů $\Rightarrow$ el. mag. pole je nenulové pouze v prostoru mezi vodiči.

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

W je magnetická energie na jednotku délky mezi vnitřním a vnějším vodičem

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

B je magnetické pole mezi vodiči kabelu.
Plyne ze symetrie a Ampérova zákona, r - vzdálenost od osy kabelu, μ – permeabilita diel. výplně kabelu.

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu}$$

w_m je objemová hustota energie magnetického pole mezi vodiči kabelu.

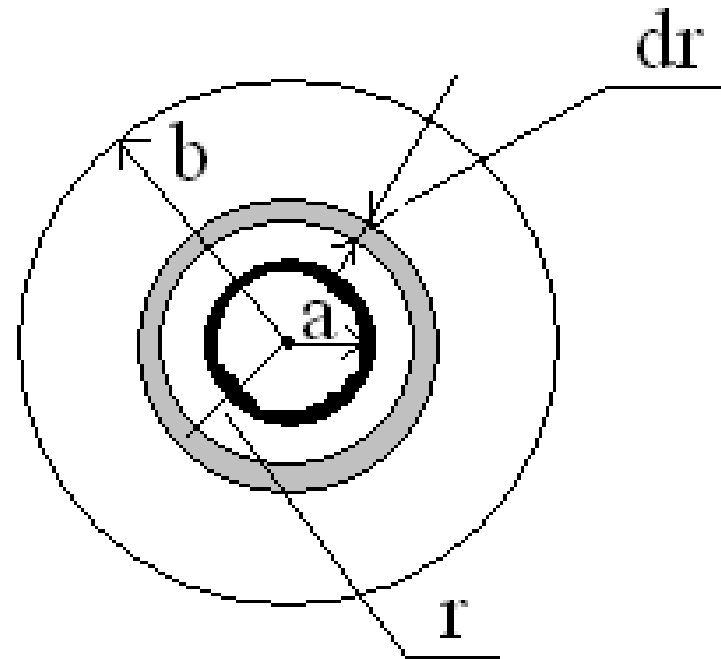
$$W = \int_a^b \frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r dr = \frac{\mu I^2}{4\pi} \int_a^b \frac{1}{r} dr$$

$$\frac{\mu I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad \text{Indukčnost na jednotku délky}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$$

C je kapacita válcového kondenzátoru na jednotku délky známe dobře z elektrostatiky.
 ϵ je permitivita výplně.



$$v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \bullet \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

- To je vlastně vztah pro rychlost rovinné elektromagnetické vlny v dielektrickém prostředí výplně.
- Dá se dokázat, že platí pro všechny TEM homogenní vedení libovolného tvaru.
- Projevuje se pouze disperze prostředí, délka vlny na vedení je dána pouze typem dielektrika.

$$\lambda_g = \frac{v_f}{f} \quad \text{Při použití dielektrické výplně je } \lambda_g \text{ kratší než ve vakuu.}$$

$$\lambda_g = \frac{c}{f \sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \lambda_{\text{vakuum}} k_z$$

$$k_z = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad \begin{array}{l} k_z - \text{činitel zkrácení} \\ \lambda_{\text{vakuum}} - \text{vlnová délka ve vakuu} \end{array}$$

pěněné polyetylenové dielektrikum $k_z = 0.81$

pevné polyetylenové dielektrikum $k_z = 0.66$

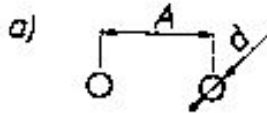
$$Z_v = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}}{\frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Používají se normalizované impedance

$Z_v = 50 \, \Omega$ měřicí technika

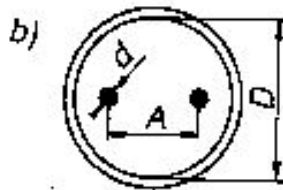
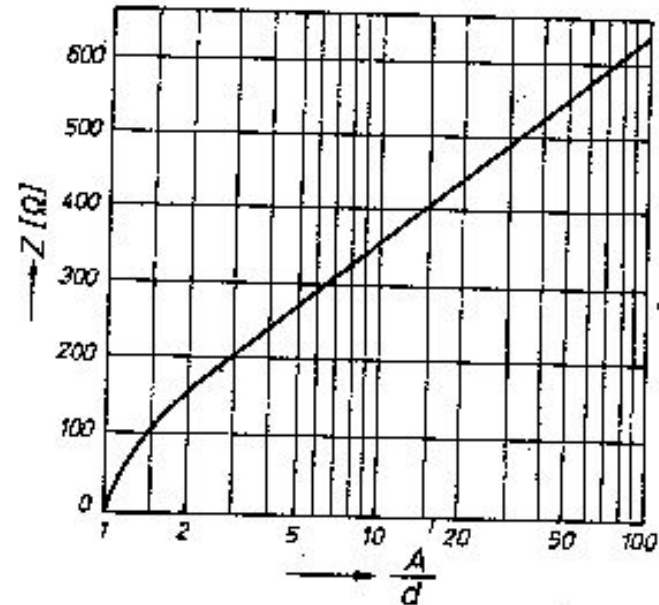
$Z_v = 75 \, \Omega$ anténní technika

Symetrická vedení (vzduchová díl.)



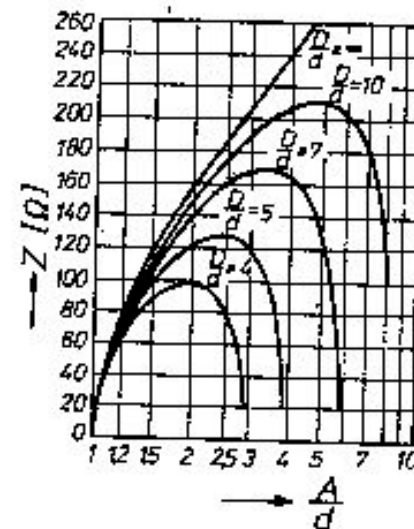
$$Z_0 = 276 \log \left(\frac{A}{d} + \sqrt{\frac{A^2}{d^2} - 1} \right) \quad [\Omega]$$

$$Z_0 = 276 \log \frac{2A}{d}, \text{ pro } \frac{A}{d} \geq 2,5 \quad [\Omega]$$



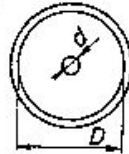
$$Z_0 = 120 \operatorname{arccosh} \left(\frac{A}{d} \cdot \frac{D^2 - A^2 + d^2}{D^2 + A^2 - d^2} \right) \quad [\Omega]$$

$$Z_0 = 276 \log \left(\frac{2A}{d} \cdot \frac{D^2 - A^2}{D^2 + A^2} \right), \text{ pro } \frac{D}{d} \geq 4 \quad [\Omega]$$



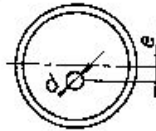
Nesymetrická vedení (vzduchová díl.)

a)



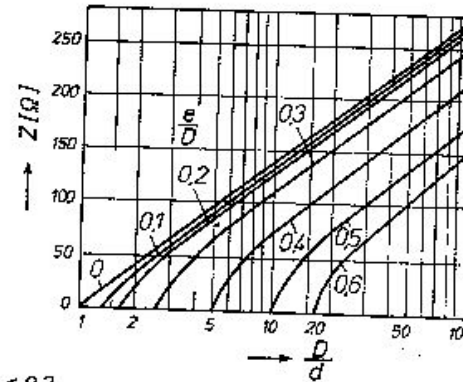
$$Z_0 = 138 \log \frac{D}{d}$$

b)

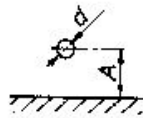


$$Z_0 = 60 \operatorname{arccosh} \frac{D^2 + d^2 - 4e^2}{2dD}$$

$$Z_0 = 138 \left[\log \frac{D}{d} - 1,75 \left(\frac{e}{D} \right)^2 \right], \text{ pro } \frac{e}{D} \leq 0,3$$

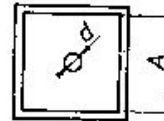
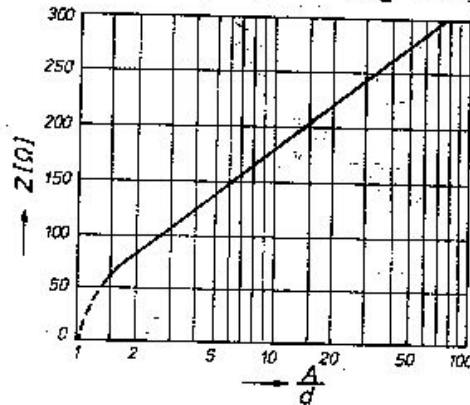


c)

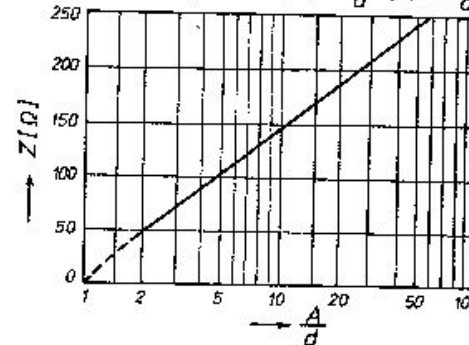


$$Z_0 = 60 \operatorname{arccosh} \frac{2A}{d}$$

$$Z_0 = 138 \log \frac{4A}{d}, \text{ pro } A \geq d$$



$$Z_0 = 138 \log 1,08 \frac{A}{d}, \text{ pro } \frac{A}{d} \approx 2$$

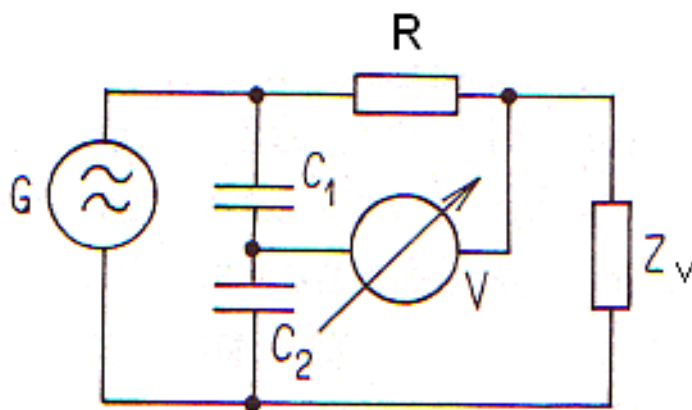


Měření RF výkonu, ČSV a koeficientu odrazu při vysokých frekvencích

$$U(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma z} + V^- \cdot e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_v} \cdot (V^+ \cdot e^{-\gamma z} - V^- \cdot e^{+\gamma z})$$

- RF výkon lze rozdělit postupnou vlnu a odraženou vlnu.
- V postupné vlně jsou napětí a proud ve fázi a v odražené jsou posunuté o 180°.
- Abych mohl měřit amplitudu napětí a proudu pro obě vlny musím použít směrový vazební článek.
- Ten mi umožní změřit V^+ a V^- .



Pro vyrovnání můstku pro postupnou vlnu musí platit:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{R}{Z_v}$$

Na postupnou vlnu nebude měřič reagovat $\Rightarrow V = 0$.

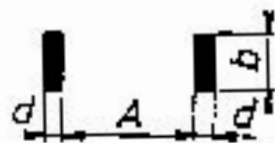
Pro odraženou vlnu s amplitudou V bude napětí U_m na měřiči:

$$U_m = \frac{V^- \cdot 2R}{Z_v} \quad T = \frac{2R}{Z_v}$$

T – vazební poměr směrového článku pro odraženou vlnu.

V praxi je tento typ nevýhodný díky velkým ztrátám na odporu R .

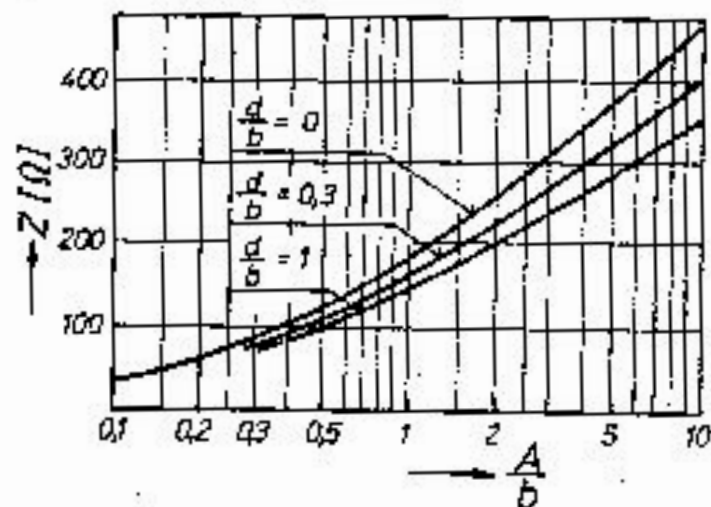
c)



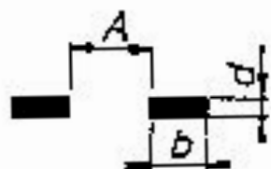
$$Z_0 = 30 \left(9,2 \log \left(1 + \frac{A}{b} \right) + 8 \frac{\frac{A}{b}}{1 + \frac{A}{b}} - 2 \left[\frac{\frac{A}{b}}{1 + \frac{A}{b}} \right]^2 \right)$$

pro $b \gg d$

$$Z_0 = 377 \frac{A}{A+b} \quad \text{pro } b \gg d, \frac{A}{b} \leq 3$$

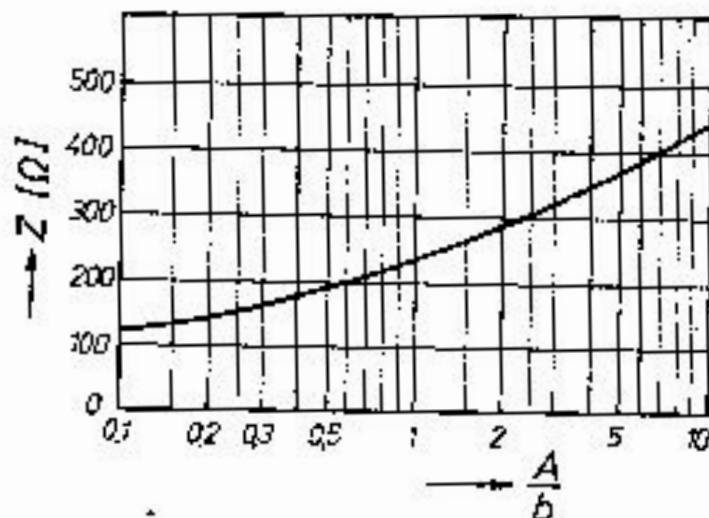


d)

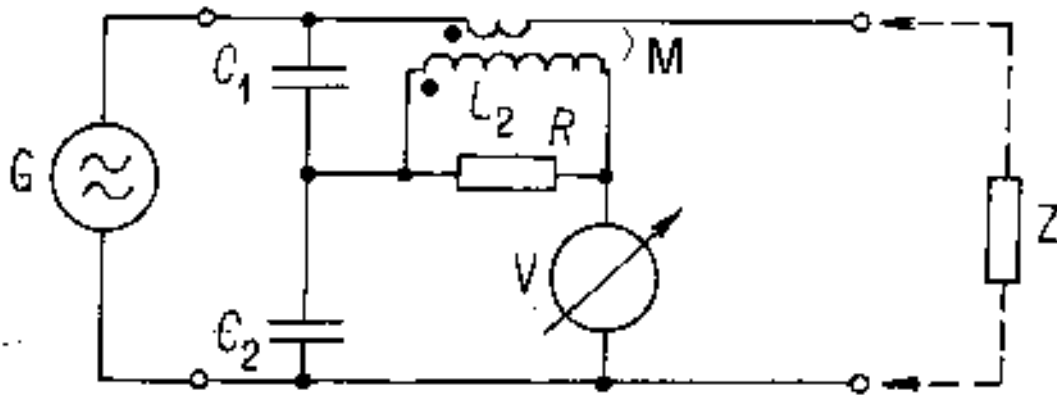
 $d \rightarrow 0$

$$Z_0 = \frac{257}{\log(4 + 8 \frac{b}{A})} \quad \frac{A}{b} \leq 1$$

$$Z_0 = 276 \log(4 + 4 \frac{A}{b}) \quad \frac{A}{b} > 1$$



Směrový článek s proudovým transformátorem



Předpokládejme, že platí:

$$R \ll \omega L_2$$

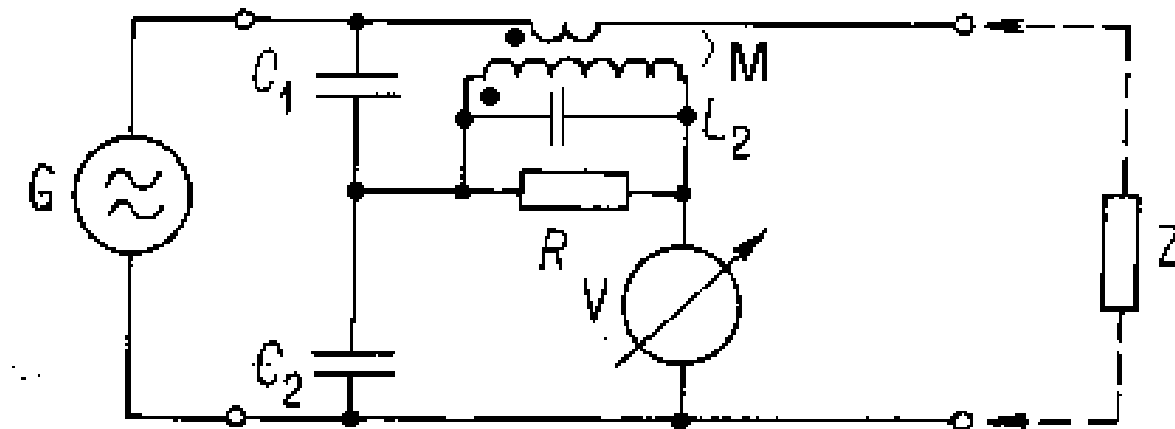
Pro vyrovnání můstku pro postupnou vlnu musí platit:

$$\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{RM}{Z_v L_2}$$

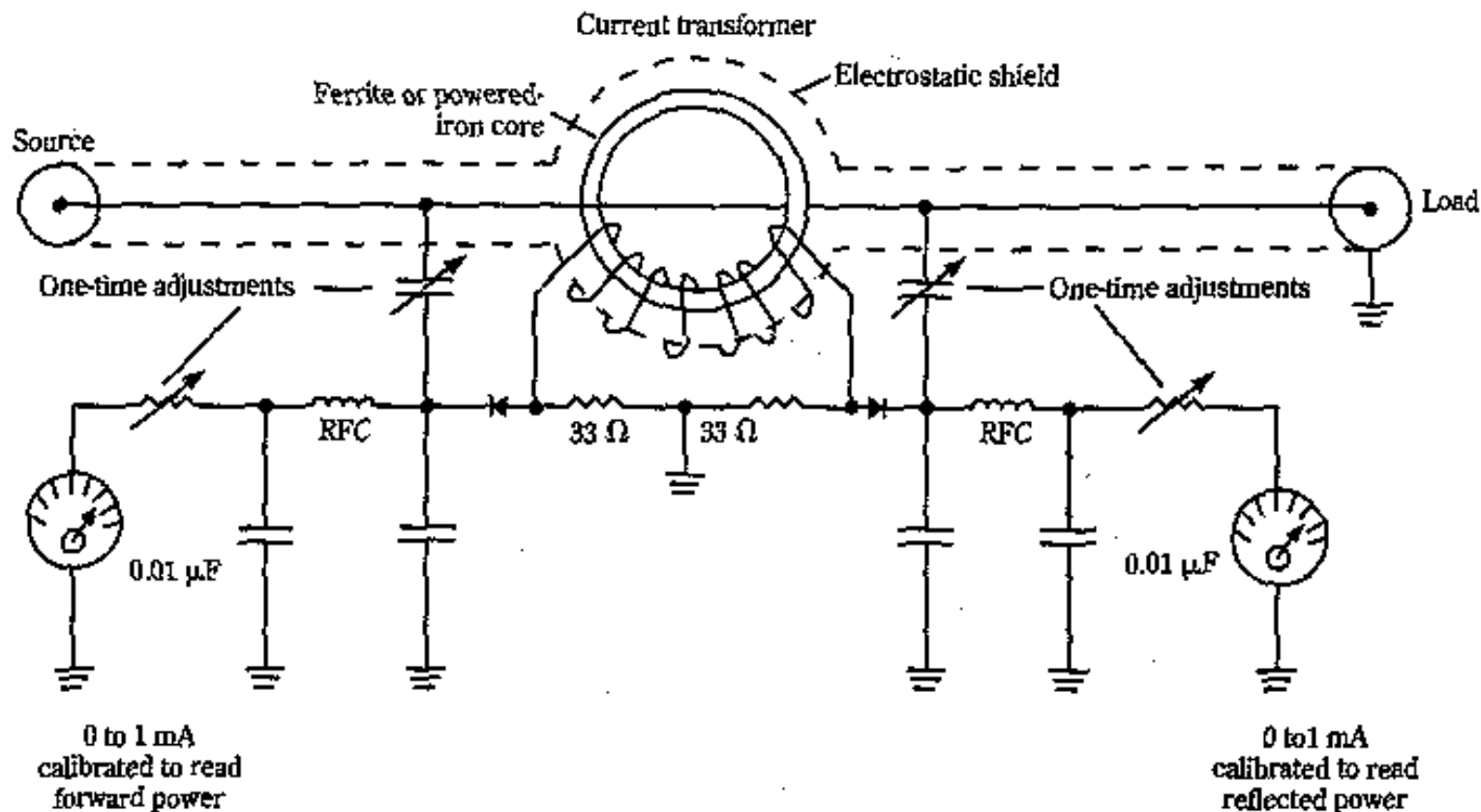
Pro odraženou vlnu s amplitudou V^- bude napětí U_m na měřiči:

$$U_m = V^- \cdot \frac{2C_1}{C_1 + C_2}$$

- Výhodou směrového článku s proudovým transformátorem je nezávislost vazebního poměru na frekvenci.
- Nevýhodou je nutnost kapacitního stínění mezi primárem a sekundářem.
- Dále pak frekvenční omezení shora vlastní rezonancí sekundáru proudového transformátoru !!!!
- Nad určitou frekvencí už neplatí:
$$I_2 \neq \frac{M}{L_2} I_1$$



Skutečné zapojení směrového wattmetru



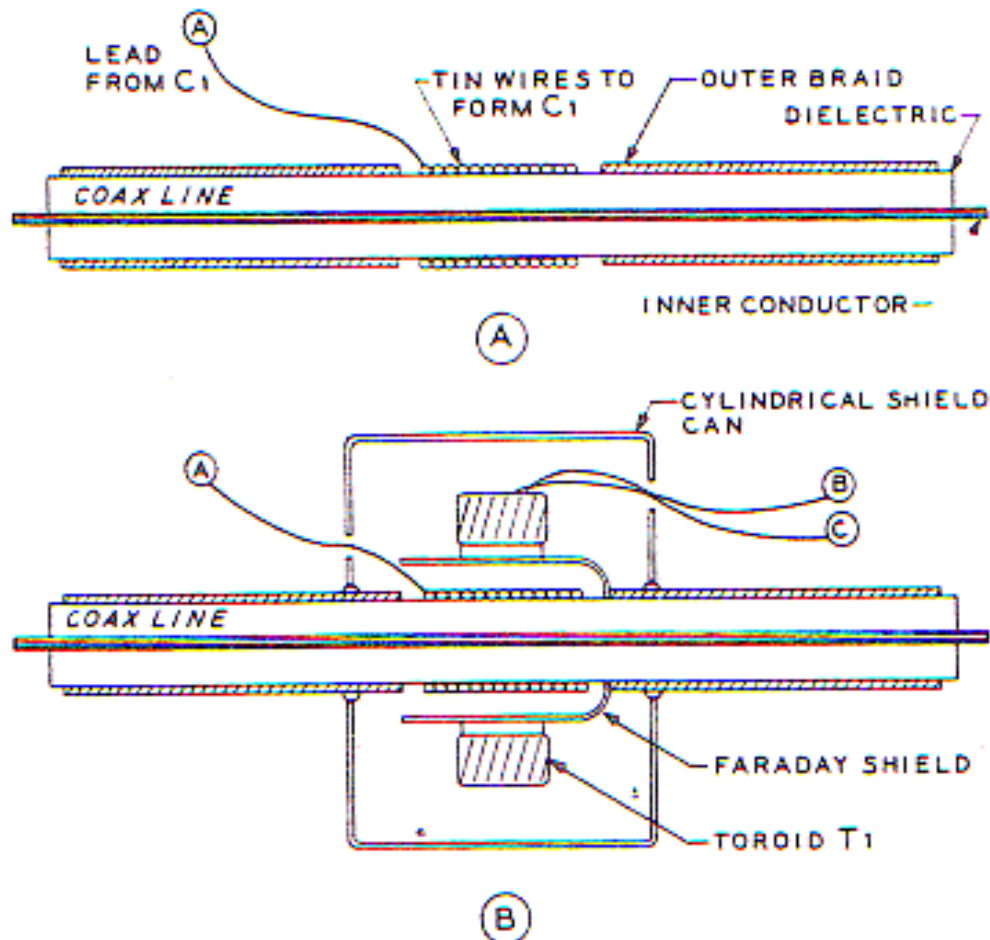
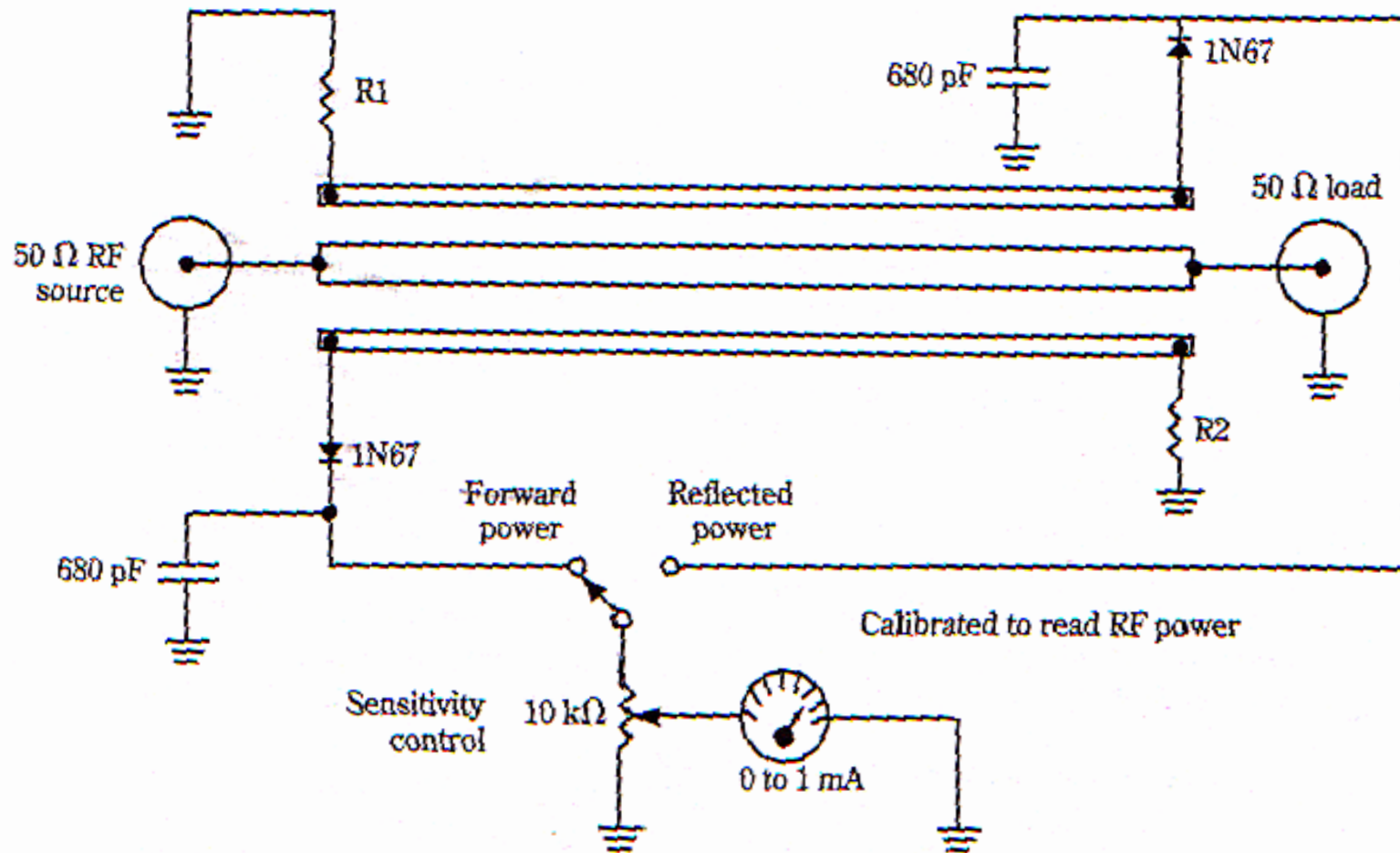


Figure 24. Assembly Details of the Reflectometer

A—Assembly of coaxial capacitor C₁

B—Assembly of capacitor, Faraday shield and toroid transformer T₁. Leads A, B, and C connect as shown in Figure 23.

Často používaný směrový článek



5-25 A typical reflectometer RF wattmeter. Because such an instrument reads forward and reflected power, an accompanying chart converts it into a VSWR indicator.

- Kapacitní a induktivní vazba mezi vedeními C, M.
- Podmínka rovnováhy je: $C R_1 = M/Z_V$
- Vazební poměr je: $U_m = V^- \bullet 2\omega C R_1$
- Vazební poměr je frekvenčně závislý - to je nevýhoda.
- Článek má větší citlivost pro vyšší frekvence.

- Směrový vazebný článek může být kalibrován jako směrový wattmetr.

$$P_{RFforward} = \frac{V^{+2}}{2Z_v} \quad P_{RFreflected} = \frac{V^{-2}}{2Z_v}$$

$$P_{abs} = P_{RFforward} - P_{reflected}$$

- Když pracuji s nepřizpůsobenou zátěží má fyzikální význam výkonu pouze P_{abs} .
- Směrovým článkem uvedené konstrukce můžu určit:

$$P_{abs}, P_{RFforward}, P_{RFreflected}, |\rho_K| \text{ a } p \text{ (VSWR)}$$

- Můžu také přímo měřit impedanci zátěže a absorbovaný výkon pomocí přímého měření $U(z)$ a $I(z)$.
- Impedanční monitory obsahují měřič proudu, napětí a měří se jejich fázový posuv.
- Je to komplikovanější zařízení.
- Při použití digitálního osciloskopu to tak obtížné není.
- Je třeba provést digitální zpracování naměřených dat a frekvenční kalibraci čidel.
- Moderní DSO umožňují dosáhnout velmi dobrých výsledků.