

Základní poznatky z dynamiky



Přednášející:

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

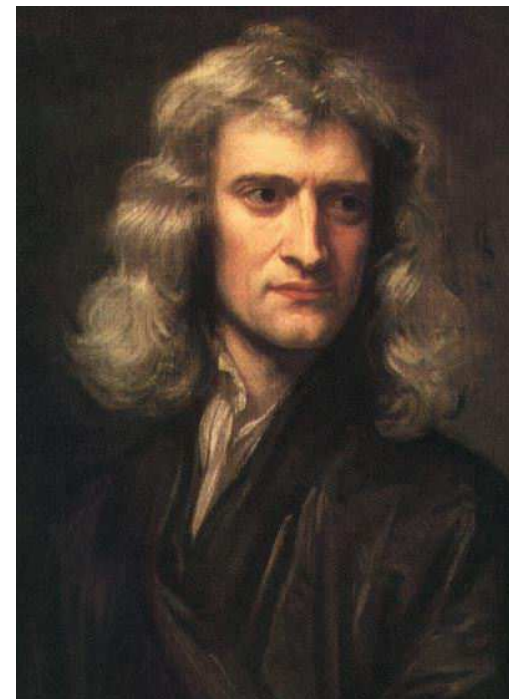
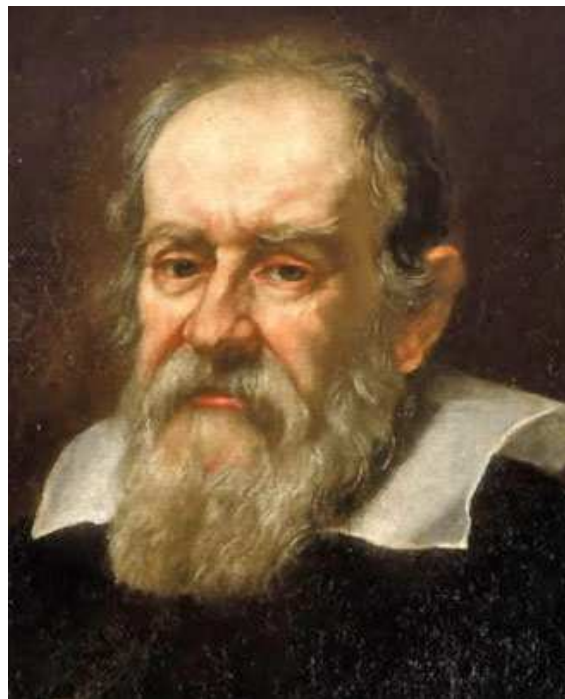
Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Snads

Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

Co je příčinou změn směru a rychlosti pohybu, tvaru těles?



Síla a pohyb

Aristotelés ze Stageiry 384 př. n. l. - 322 př. n. l.

Každému tělesu je vlastní nějaké místo v prostoru, lehčí jsou na hoře těžší pak leží níže. Tělesa mají tendenci zaujímat trvale tato místa a proto k těmto místům směřují. Takový pohyb je přirozený, ostatní pohyby jsou násilné, příčina násilných pohybů je síla (vnější vliv).

Galileo Galilei 15.2.1564 - 8.1.1642

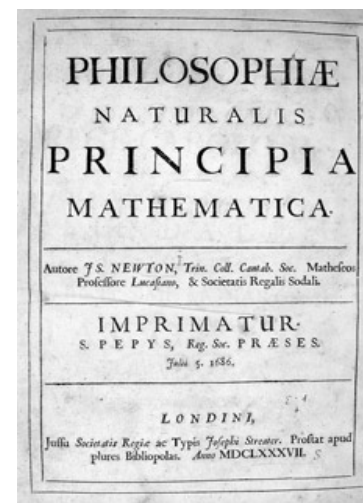
Není třeba vysvětlovat pohyb samotný a jeho příčinu, ale pouze jeho změnu.

Zachování rychlosti a směru pohybu je projevem **setrvačnosti tělesa**, tedy odporu ke změně pohybového stavu tělesa (**hybnosti**).

Newtonovy pohybové zákony

(Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, Isaac Newton 5. července 1687):

1. Zákon setrvačnosti
2. Zákon síly
3. Zákon akce a reakce



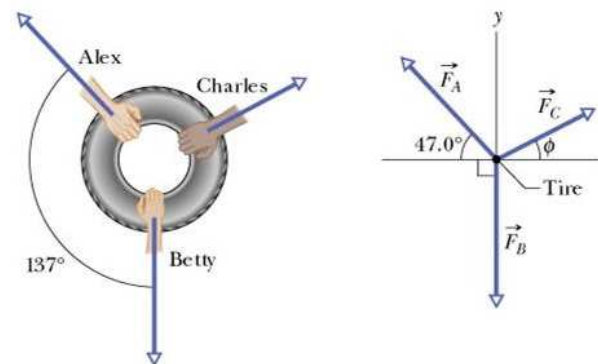
I. Zákon setrvačnosti

Těleso setrvává ve stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu, pokud není vnějšími vlivy nuceno tento stav změnit. Je zopakováním Galileova principu **setrvačnosti**.

Tělesa mění svůj pohybový stav pouze pod vlivem vnějšího působení, **síly**. Bez působení síly se pohybový stav těles nemění, těleso se pohybuje rovnoměrně to tzn. beze změny rychlosti a přímočaře, a nebo zůstává ve stavu klidu.

Působí-li na těleso současně více sil v různých směrech, pak se směr pohybu tělesa změní ve směru výslednice působících sil – **princip superpozice**.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$



Inerciální souřadná soustava - platnost Newtonových zákonů.

Newtonovy zákony platí pouze v souřadných soustavách (ss), které jsou buď v klidu, nebo se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem. Pouze v těchto ss platí druhý a třetí Newtonův zákon. Tyto ss označujeme pojmem **inerciální souřadné soustavy**.

Galileova transformace

Transformační vztahy při přechodu mezi dvěma inerciálními souřadným soustavami:

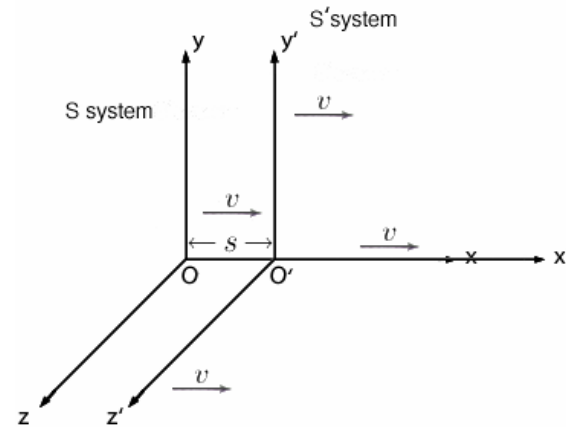
Transformace souřadnic.

$$x = x' + vt' \quad x' = x - vt$$

$$y = y' \quad y' = y$$

$$z = z' \quad z' = z$$

$$t = t' \quad t' = t$$



Transformace rychlostí.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v \frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v = v'_x + v$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} v'_y$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} = v'_z$$

Transformace zrychlení.

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x'}{dt^2} = \frac{d^2 x'}{dt'^2} = a'_x$$

$$a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2 y'}{dt^2} = \frac{d^2 y'}{dt'^2} = a'_y$$

$$a_z = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 z'}{dt^2} = \frac{d^2 z'}{dt'^2} = a'_z$$

II. Zákon síly

Časová změna **hybnosti** tělesa je úměrná působící síle (výslednici vektorového součtu všech sil současně působících na těleso) a má s ní stejný směr.

Fyzikálně správný tvar druhého Newtonova zákona:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

Hybnost tělesa hmotnosti m pohybujícího se rychlostí $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Rozepsáním derivace hybnosti dostaneme vztah z něhož

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\mathbf{v} + m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

za předpokladu

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

vyplývá známá formulace zákona síly:

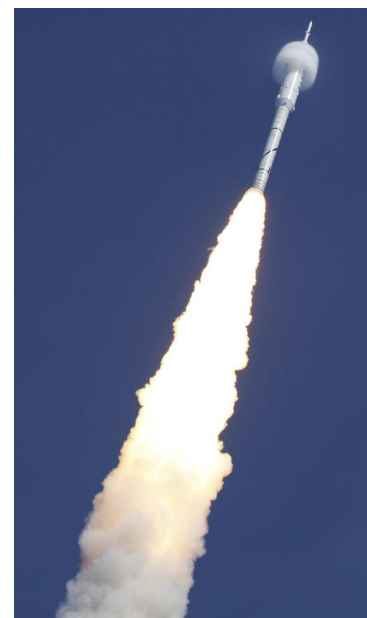
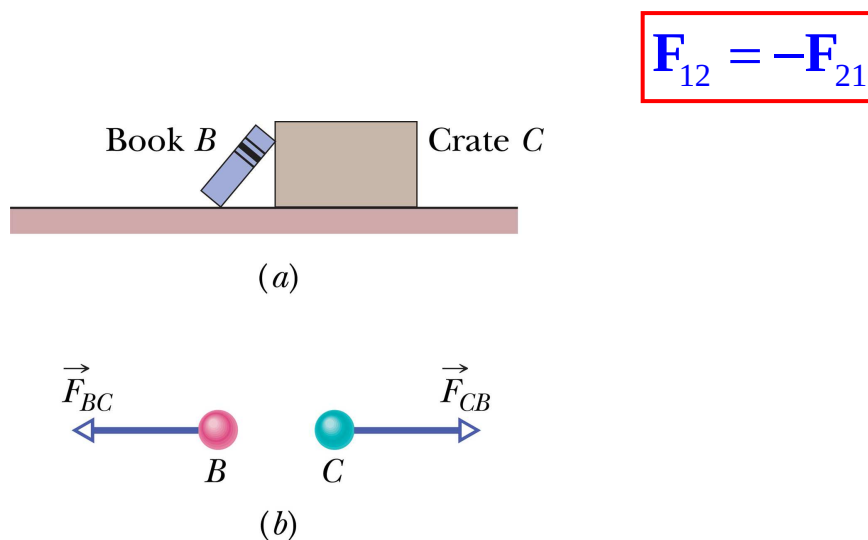
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{r} = m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

Zákon síly tedy říká, že změna pohybového stavu (rychlosti a směru) tělesa charakterizovaného hybností tělesa je úměrná působící síle. Konstantou úměrnosti je **hmotnost tělesa** - **setrvačná hmotnost**.

V mezinárodní soustavě jednotek SI je jednotkou síly **1 Newton = 1 N = 1kgms⁻²**.

III. Zákon akce a reakce

Každá akce vyvolá vždy stejně velkou reakci opačného směru, vzájemné síly mezi dvěma tělesy mají vždy stejnou velikost a opačný směr:



Důsledkem platnosti zákona akce a reakce je zákon zachování hybnosti. Příkladem platnosti III. NZ je raketový motor (Ares 1, NASA.)

Zákon zachování hybnosti.

Mějme dvě interagující částice o hmotnostech m_1 a m_2 . Síly, které mezi těmito částicemi působí jsou stejné a opačně orientované, pak podle zákona síly je síla rovna časové změně hybnosti a proto platí:

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = -\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

Je-li tedy rychlost změny vždy stejná a opačná, pak celková změna hybnosti první částice je stejná a opačná než celková změna hybnosti druhé částice. To znamená, že celková časová změna hybnosti izolované soustavy dvou interagujících částic je nulová:

$$\frac{d(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)}{dt} = 0$$

Součet $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = (m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2) = \text{konst.}$ označujeme jako **celkovou hybnost** dvou částic.

Rozšíření na izolovanou soustavu mnoha částic:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + m_3\mathbf{v}_3 + \dots = \text{konst.}$$

Co je to síla – diskuse sil.

K tomu, abychom využili Newtonovy zákony je třeba znát podstatu a charakteristiky fyzikálních sil a jejich matematické vyjádření. Historicky první diskuse o podstatě působící síly je **Newtonův gravitační zákon**.

Newtonův gravitační zákon

Sílu působící mezi dvěma hmotným tělesy o hmotnostech ***m*** a ***M*** ležícími ve vzdálenosti ***r*** popisuje Newtonův gravitační zákon:

$$\mathbf{F} = G \frac{mM}{|\mathbf{r}|^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

G je gravitační konstanta.

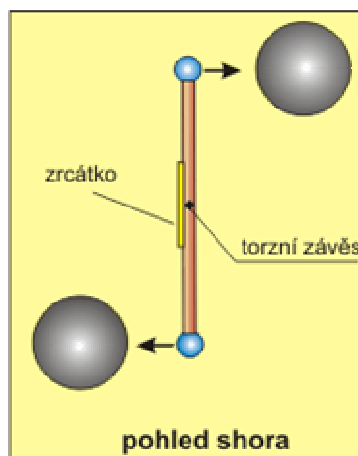
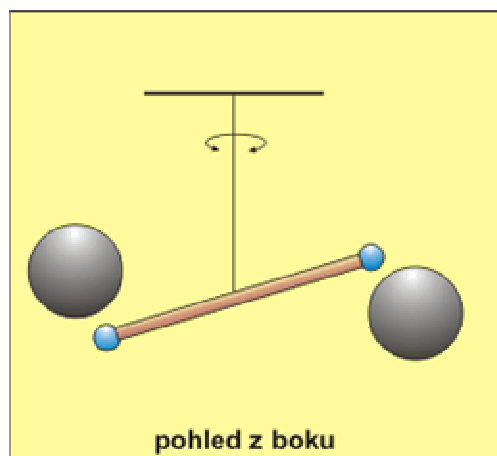
Hmotnosti těles ***m*** a ***M*** v gravitačním zákoně nazýváme **gravitační hmotnosti**. Ze všech dosud provedených experimentů vyplývá, rovnost gravitační a setrvačné hmotnosti.

Stanovení hustoty země, gravitační konstanta G

Henry Cavendish (v letech 1797–98) experimentálně určil **hustotu zeměkoule**, na základě měření přitažlivé gravitační síly mezi dvěma tělesy. Gravitační přitažlivou sílu působící mezi dvojicí hmotných olověných koulí průměru $d = 51$ mm, hmotnosti $m = 0.73$ kg a $D = 300$ mm, hmotnosti $M = 158$ kg změřil použitím torzních vah. Ze změřených hodnot vyplývá že **hustota zeměkoule je 5.448 ± 0.033 násobek hustoty vody**.

Velikost přitažlivé síly působící mezi olověnými koulemi byla velmi malá, 1.47×10^{-7} N, což je přibližně $1/50000000$ hmotnosti malé koule.

Hodnota gravitační konstanty vyplývající z Cavendishových měření je $G = 6.74 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.



Současná hodnota gravitační konstanty je $G = (6,6742 \pm 0,0010) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$ s relativní přesností $1,5 \times 10^{-4}$.

Uvažujeme-li pohyb tělesa o hmotnosti m v blízkosti Země (hmotnost země M) pak Newtonův gravitační zákon přepíšeme do tvaru:

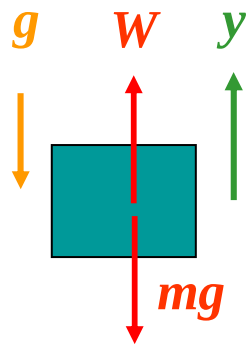
$$\mathbf{F} = G \frac{mM}{|\mathbf{r}|^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = m \left(G \frac{M}{|\mathbf{r}|^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right) = m\mathbf{g}$$

$\mathbf{g}$ je gravitační zrychlení:

$$\mathbf{g} = G \frac{M}{|\mathbf{r}|^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

Tíha (W)

Síla, kterou musíme působit na těleso, abychom zabránily tělesu ve volném pádu.



$$F_{\text{net},y} = ma_y = W - mg = 0 \rightarrow W = mg$$

Vážení těles – porovnáváme tíhu tělesa (L) s tíhou standardu (reference R).

Z platnosti vztahu:

$$\mathbf{F}_{gL} = m_L \mathbf{g} = m_R \mathbf{g} = \mathbf{F}_{gR}$$

vyplývá rovnost:

$$m_L = m_R$$

Pozor!

Tíha a hmotnost nejsou obecně stejné! Termín hmotnost používáme ve smyslu míry setrvačnosti tělesa.

Normálová síla

Normálová síla $\mathbf{F}_N$ je síla působící ve směru kolmém k povrchu tělesa.

Příklad: Blok hmotnosti m ležící na stole. $\mathbf{F}_N$ je normálová síla, $\mathbf{F}_g$ je tíha bloku.

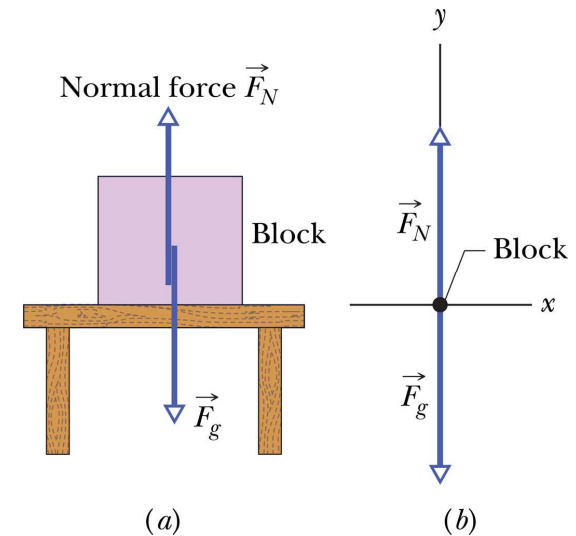
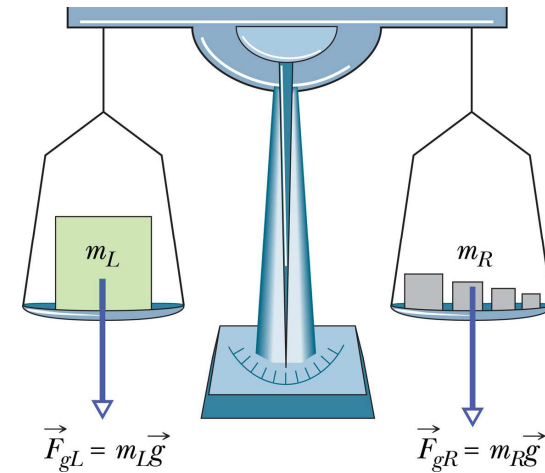
$$\mathbf{F}_N - \mathbf{F}_g = m \mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{F}_N - m \mathbf{g} = m \mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{F}_N = m \mathbf{a}_y + m \mathbf{g} = m(\mathbf{a}_y + \mathbf{g})$$

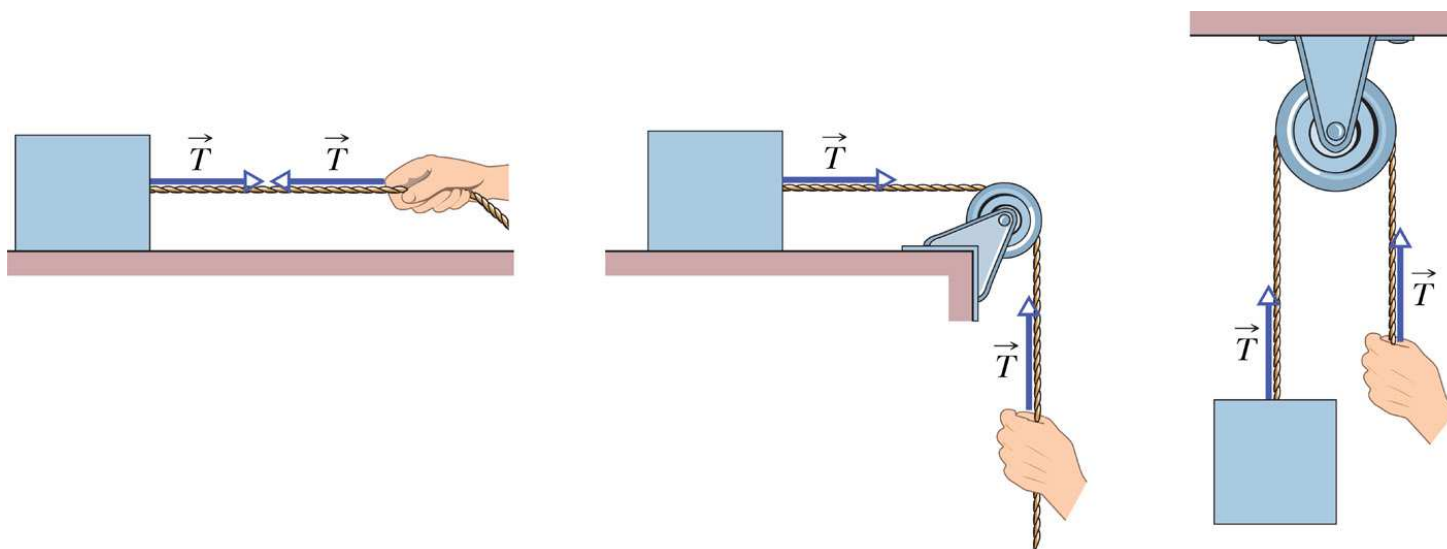
$$\mathbf{a}_y = 0$$

$$\mathbf{F}_N = m \mathbf{g}$$



Napětí

Sílu působící v napnutém nebo stlačeném tělese označujeme termínem napětí. Lano na obrázku je napnuté, v důsledku napětí, které v laně vzniká táhneme-li těleso k němuž je lano připevněno.



Tření

Při pohybu tělesa taženého po povrchu jiného tělesa, dochází ke ztrátám energie, tělesa se v místě vzájemného kontaktu zahřívají. Mechanismus ztráty energie souvisí s deformací drobných nerovností na povrchu smýkaných těles.

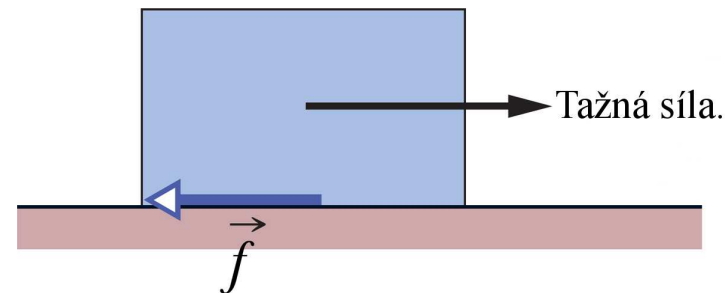
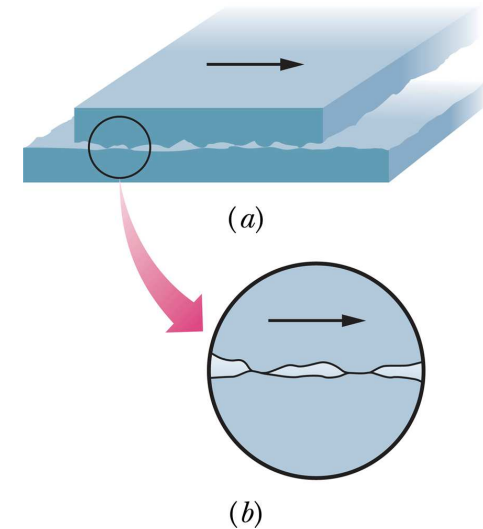
V důsledku těchto deformací vznikají v blízkosti styku smýkaných těles kmity v atomární struktuře obou těles a tedy ke vzniku tepla.

Síla, kterou musíme vynaložit k překonání síly tření je dána empirickým vztahem:

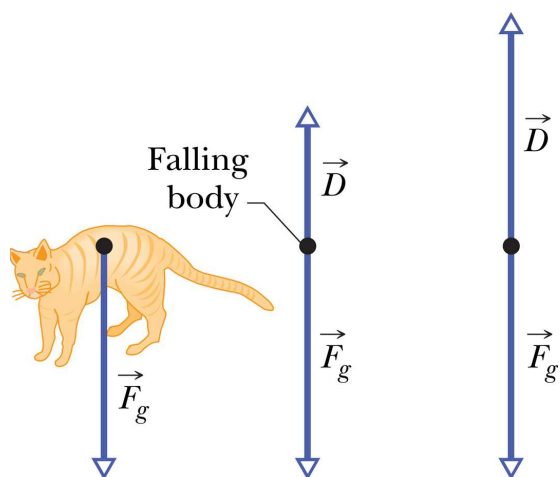
$$f = \mu N$$

μ je **koeficient smykového tření**

N kolmá složka síly (tíhy) k povrchu



Pohyb tělesa v odporujícím prostředí



Kočka padající volným pádem je urychlována gravitační silou se zrychlením g až do okamžiku, kde je gravitační síla F_g rovna brzděné síle D .

Těleso pohybující se v odporujícím tekutém prostředí je brzděno silou působící proti směru pohybu tělesa. Velikost této brzděné síly je dána empirickým vztahem:

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

kde C je experimentálně zjištěný koeficient, ρ je hustota a A je efektivní průřez tělesa (průmět plochy tělesa do směru kolmého ke směru vektoru rychlosti).

Maximální rychlost (terminální rychlost v_t), které může těleso pohybující se v tekutém odporujícím prostředí dosáhnout vyplývá z rovnic:

$$D - F_g = ma$$

$$\frac{1}{2} C \rho A v_t - F_g = 0$$

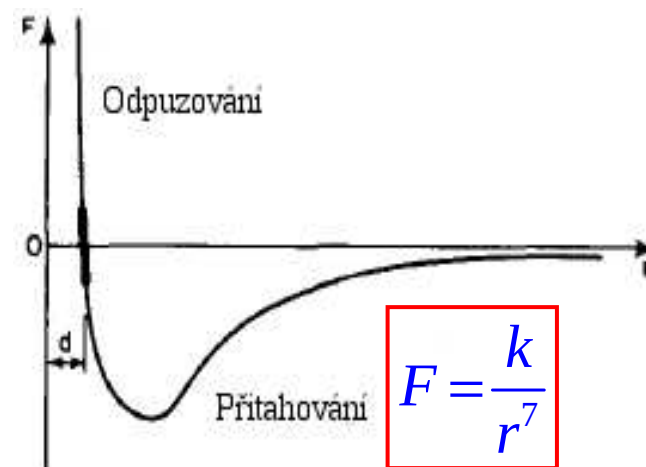
$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$$

Molekulové síly- síly mezi atomy

U nepolárních molekul, (všechny elektrické síly jsou vykompenzovány) působí mezi atomy přitažlivá síla nepřímo úměrná sedmé mocnině vzdálenosti.

Při určité vzdálenosti atomů, v obrázku označeno písmenem d , jsou odpuzivé a přitažlivé síly vyrovnané, další zmenšování vzdálenosti mezi atomy vede silnému odpuzování atomů.

Naopak je-li síla, která atomy vzdaluje dostatečně silná, atomy se oddělí a vazba se zruší.



Elektrické síly

Síly působící mezi elektricky nabitými částicemi.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|R|^2} \frac{\mathbf{R}}{|R|}$$

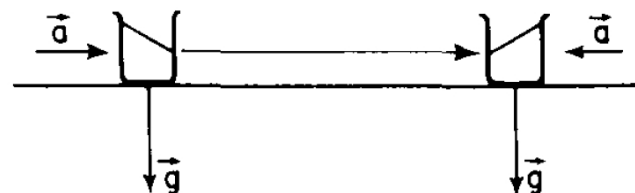
Jaderné síly

Síly působící v jádrech atomů, jsou to síly krátkého dosahu ($r_0 = 10^{-15}\text{m}$), platí pro ně zákony kvantové mechaniky, ne newtonovské zákony.

$$F = \frac{1}{r^2} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

Setrvačné síly

Někdy jsou označovány jako **neskutečné**, **nepravé** nebo **fiktivní síly**. Jsou důsledkem toho, že pozorovatel se nenachází v inerciální soustavě, jež je nejjednodušší souřadnicovou soustavou, nýbrž v soustavě, která koná zrychlený pohyb.



Jednoduchou ilustrací je experiment s pohárem naplněným vodou, který posouváme po stole. Na vodu působí tíha směrem dolů, ale v důsledku horizontálního zrychlení na ni působí i nepravá síla ve směru opačném ke zrychlení. Výslednice sil gravitační a nepravé síly svírá s vertikálou určitý úhel, povrch vody bude po dobu zrychlování k této výslednici kolmý a hladina vody bude s rovinou stolu svírat určitý úhel. Když přestaneme posunovat pohár a ten se v důsledku tření začne zpomalovat nepravá síla změní svůj směr a hladina vody bude sahat výše na předním okraji poháru.

Dalším příkladem setrvačných sil jsou odstředivá a Coriolisova síla, které se objevují v rotujících souřadných soustavách.

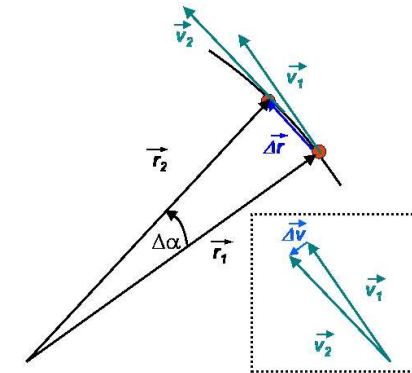
Zajímavé je, že **setrvačné síly jsou úměrné hmotnosti**, podobně jako síla gravitační!! Co s tím, je gravitace také setrvačnou silou; Einstein → Obecná teorie relativity?

Normálové -dostředivé zrychlení

Uvažujme polohový vektor $\mathbf{r}$ vyjádřený jako funkce překonané dráhy s : $\vec{r} \equiv \vec{r}(s(t))$

Rychlost pohybu pak lze psát ve tvaru: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \frac{ds}{dt} = v\vec{\tau}_0$

Kde $\vec{\tau}_0 = \frac{d\vec{r}}{ds}$ je jednotkový vektor, tečný k dráze pohybu tělesa.



Zrychlení působící na těleso pohybující se po zakřivené dráze pak dostaneme:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{ds} \vec{\tau}_0 + v \frac{d\vec{\tau}_0}{dt}$$

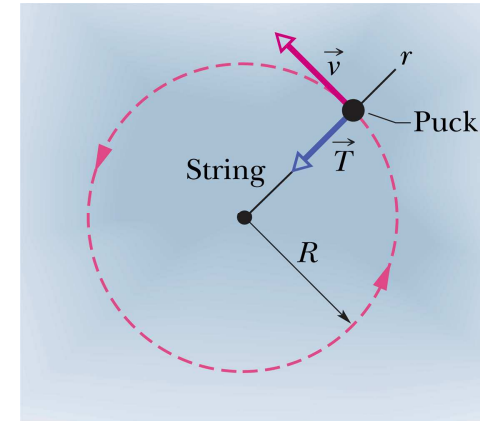
Úpravou získáme vztah: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{ds} \vec{\tau}_0 + \frac{v^2}{r} \vec{\nu}_0 = a_t \vec{\tau}_0 + a_n \vec{\nu}_0$ kde:

$\vec{a}_t = \frac{dv}{ds} \vec{\tau}_0 = a_t \vec{\tau}_0$ je tečné zrychlení a $\vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \vec{\nu}_0 = a_n \vec{\nu}_0$ je normálové zrychlení.

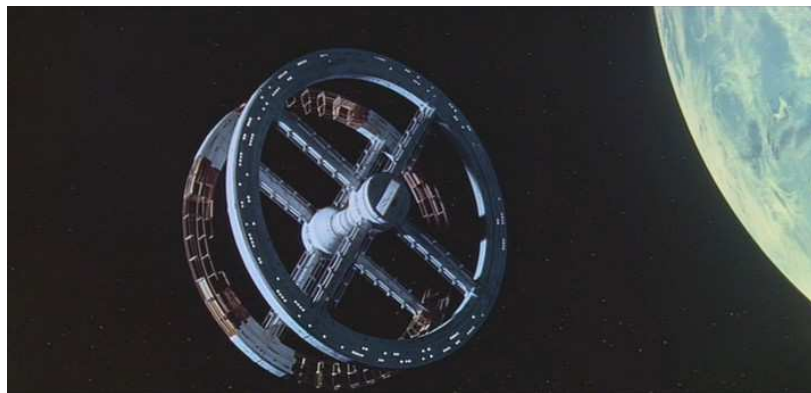
$\vec{\tau}_0$ je jednotkový tečný vektor, $\vec{\nu}_0$ je jednotkový normálový vektor, mířící ke středu křivosti.

Rovnoměrný kruhový pohyb – dostředivá síla

Dostředivá síla působí na tělesa pohybující se po zakřivené dráze-působí ve směru ke středu. **Reakcí dostředivé síly** je **síla odstředivá** působí ve směru vazby ale v opačném směru. Na obrázku je dostředivá síla reprezentovaná mechanickým upevněním, strunou k níž je rotující těleso (puk) upevněno. Dostředivou silou je například třecí síla působící na automobil projíždějící zatáčkou (drží automobil na silnici), gravitační síla působící na obíhající planety atd.



$$F = m \frac{v^2}{r}$$



Stanley Kubrick a Arthur C. Clarke, 1968: Space odyssey 2001



Vesmírné město.